

Praktyczne zastosowanie układów nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi

(źródło: zasoby internetu; wybór: Ewa Ludwikowska)

Zad.1. Farmer musi ekstra wzbogacić dietę hodowlanych zwierząt o dwa składniki odżywcze (A i B), zwykle obecne, ale w różnych ilościach, w większości gotowych mieszanek paszowych. W ciągu miesiąca zwierzęta powinny otrzymać co najmniej 90 jednostek składnika A i dokładnie 150 jednostek składnika B. Dostępne w sprzedaży mieszanki: M1 i M2 zawierają te składniki, ale jest w nich obecna także pewna ilość składnika C, którego zwierzęta nie powinny otrzymać więcej niż 96 jednostek. W tabeli 1 podano zawartość składników odżywczych w mieszankach i ceny ich zakupu:

Tabela 1.

Mieszanka	Zawartość składnika w 1 kg mieszanki			Cena 1 kg mieszanki (zł)
	A	B	C	
M1	6	15	24	4,5
M2	15	10	4	3

Wiedząc ponadto, że mieszanki M1 nie należy podawać więcej niż M2 i nie więcej niż 4 kg w ciągu miesiąca należy odpowiedzieć na następujące pytania:

- w jakiej ilości zakupić mieszanki M1 i M2, aby zwierzęta otrzymały potrzebne składniki odżywcze przy możliwie najniższych kosztach zakupu mieszanek.
- czy optymalna dieta ulegnie zmianie, jeżeli mieszanka M2 podrożeje do 4 zł.

Zad.2. Mały zakład krawiecki szyje koszule męskie i bluzki damskie. Wykonanie koszuli męskiej zajmuje krawcowi 3 godziny, zaś wykonanie bluzki damskiej 2 godziny. Koszt uszycia bluzki damskiej wynosi 30 zł, a koszuli męskiej 40 zł. Zakład chce wyprodukować w ciągu tygodnia koszule i bluzki za łączną kwotą nie przekraczającą 580 zł. Swoje wyroby właściciel zakładu będzie sprzedawał z zyskiem, który w przypadku koszuli wynosi 25 zł, zaś w przypadku bluzki 18 zł. Ile koszul męskich, a ile bluzek damskich powinien wyprodukować w tygodniu ten zakład jeśli pracuje przez 5 dni w po 8 godzin dziennie, aby osiągnąć największy zysk. Jaki to będzie zysk ?

Zad.3. W turnieju wiedzy o malarstwie są do wyboru pytania typu A i typu B. Oznaczmy przez x liczbę wybranych pytań typu A, a przez y -liczbę pytań typu B. Obowiązują następujące reguły:

- trzeba wybrać co najmniej 3 pytania typu A i 2 pytania typu B;
- liczba wybranych pytań typu B nie może przekroczyć podwojonej liczby pytań typu A
- łącznie można wybrać maksymalnie 15 pytań;

-za prawidłową odpowiedź na pytanie typu A otrzymuje się 4 punkty, a za prawidłową odpowiedź na pytanie typu B – 5 punktów. Ile maksymalnie punktów można uzyskać? Ile pytań każdego typu trzeba wybrać, aby mieć możliwość uzyskania maksymalnej liczby punktów?

Zad.4. W dziale kontroli technicznej pewnej firmy zatrudnieni są kontrolerzy z uprawnieniami pierwszej i drugiej kategorii. Firma jest w stanie zatrudnić najwyżej 8 kontrolerów z uprawnieniami pierwszej kategorii i najwyżej 10 kontrolerów z uprawnieniami drugiej kategorii. W ciągu ośmiodziesiętnego dnia pracy należy dokonać kontroli co najmniej 1800 wyrobów wyprodukowanych w firmie w ciągu dnia. Kontroler z uprawnieniami pierwszej kategorii sprawdza w ciągu godziny 25 wyrobów, przy czym nie popełnia błędów w ocenie jakości w 98% przypadków. Kontroler z uprawnieniami drugiej kategorii sprawdza w ciągu godziny 15 wyrobów a dokładność jego kontroli jest równa 95%. Stawka dzienna brutto kontrolera z uprawnieniami pierwszej kategorii jest równa 16 zł na godzinę, kontrolera z uprawnieniami drugiej kategorii 12 zł na godzinę. Każdy błąd kontrolera kosztuje firmę 8 zł. Kierownictwo firmy chce określić optymalny skład pracowników działu kontroli technicznej zapewniający minimalne koszty kontroli. Doradź kierownictwu, ilu kontrolerów z uprawnieniami poszczególnych kategorii należy zatrudnić. Zinterpretuj wynik rozwiązania zadania w kategoriach praktycznych.

Zad. 5. Przedsiębiorstwo produkuje dwa rodzaje produktów (P1 i P2). Zysk ze sprzedaży jednej tony produktu P1 wynosi 1000 złotych, a z jednej tony produktu P2 2000 złotych. Do produkcji są wykorzystywane dwa surowce: S1 i S2, których ilość dostępna w ciągu jednej doby wynosi odpowiednio 8 ton i 3 tony. Ilości surowców (w tonach) wykorzystywane do produkcji jednej tony produktu P1 i jednej tony produktu P2 zamieszczono w tabeli 5. Oba wyroby charakteryzują się wysoką podzielnością.

Tabela 5.

Surowiec	Produkt		Dostępne zasoby
	P1	P2	
S1	2	2	8
S2	0	1	3

Ile ton dziennie należy produkować produktów P1 i P2, aby zysk ze sprzedaży był największy?

Zad. 6. Pewien zakład może wytwarzać dwa produkty: obrusy i serwety. Ich produkcja jest limitowana zasobami tkaniny, osobodni i nici. Tygodniowo firma dysponuje $14m^2$ tkaniny, 8 roboczodniami i 16 cm nici. Jeden obrus wymaga $2m^2$ tkaniny, jednego osobodnia i 4 cm nici. Jedna serweta wymaga $2m^2$ tkaniny i dwóch osobodni, przy produkcji serwety nie są wykorzystywane nici. Jednostkowa marża pokrycia (czyli zysk osiągany na jednej sztuce sprzedanego wyrobu, bez uwzględnienia kosztów stałych) wynosi: dla obrusów 2 zł, dla serwety 3 zł. Należy wyznaczyć tygodniowy plan produkcji, maksymalizujący tygodniową całkowitą marżę pokrycia (czyli tygodniowy zysk firmy nieuwzględniający kosztów stałych).

(większa liczba niewiadomych)

Zad.7. Problem wyboru procesu technologicznego. Klient dostarczył do tartaku kłody o długości 4,4 m, zlecając pocięcie ich tak, aby otrzymać 400 kompletów belek. Na 1 komplet składają się: 1 belka o długości 0,8 m i 3 belki o długości 1,1 m. Należy podać optymalny sposób rozkroju surowca, aby zrealizować zamówienie minimalizując koszt odpadów, jeżeli wiadomo, że 1 m odpadów kosztuje 20 zł.

Zad.8. Przedsiębiorstwo produkuje trzy wyroby: A, B, C do produkcji których zużywa m. in. dwa limitowane surowce. W ciągu miesiąca można zużyć nie więcej niż 3000 kg surowca S1 i nie więcej niż 1500 kg surowca S2. Inne niezbędne dane zawiera tabela 2.

Tabela 2.

Surowce	Zużycie surowca (w kg) na jednostkę wyrobu		
	A	B	C
S1	3	6	8
S2	6	4	2
Cena wyrobu (zł)	36	54	36

a) Ustalić miesięczną wielkość produkcji tych wyrobów, tak aby zmaksymalizować przychód z ich sprzedaży.

b) Załóżmy, że będzie można dokupić miesięcznie dodatkowe 10 kg surowca S1. Jak wpłynie to na przychód ze sprzedaży?

Zad.9. Trzy magazyny zaopatrują w cukier cztery zakłady cukiernicze. Magazyny posiadają odpowiednio: 70, 50 i 80 ton cukru natomiast zapotrzebowanie poszczególnych zakładów cukierniczych wynosi: 40, 60, 50 i 50 ton. Koszty transportu 1 tony cukru z magazynów do zakładów cukierniczych (w zł) podano w tabeli 3.

Tabela 3.

Dostawcy	Odbiorcy			
	Z1	Z2	Z3	Z4
M1	125	100	125	50
M2	100	200	175	75
M3	150	100	175	200

Należy opracować plan przewozu cukru z magazynów do zakładów cukierniczych tak, aby łączne koszty transportu były możliwie najniższe.