

Geometryczne własności paraboli

(źródło: www.zadania.info.pl; wybór; Ewa Ludwikowska)

Zad.1. Udowodnij, że każdy punkt paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ jest równoodległy od osi OX i od punktu $F = (0,2)$.

Zad.2. Wyznacz współrzędne punktu P leżącego na wykresie funkcji $y = 7x - x^2 - 15$, dla którego suma odległości od osi układu współrzędnych jest najmniejsza.

Zad.3. Który z odcinków łączących dowolny punkt paraboli o równaniu $y = x^2$ z punktem $A = (10,2)$ ma najmniejszy kwadrat długości?

Zad.4. Rozważmy cięciwy AB paraboli $y = x^2 + 4x + 3$ przechodzące przez punkt $(1,0)$, przy czym przez cięciwę AB rozumiemy prostą przecinającą tę parabolę w dwóch punktach A i B . Wyznacz współrzędne punktów A i B , dla których suma współrzędnych środka odcinka AB cięciwy AB jest równa -2 .

Zad.5. Napisać równanie miejsca geometrycznego punktu jednakowo odległego od punktu $F=(0,2)$ i od prostej $y=4$. Znaleźć punkt przecięcia się tej linii z osiami układu współrzędnych i narysować ją.

Zad.6. Znajdź zbiór środków wszystkich okręgów stycznych wewnętrznie do okręgu o równaniu $x^2 + y^2 = 4$ i stycznych do prostej o równaniu $y = 0$.

Zad.7. Wyznacz figurę, która jest zbiorem środków cięciw paraboli $y = x^2 - 1$ przechodzących przez początek układu współrzędnych.

Zad. 8. Wyznacz równanie zbioru środków wszystkich okręgów stycznych zewnętrznie do okręgu $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ i stycznych do prostej $y = -2$.

Zad.9. Znajdź równanie krzywej, którą tworzą wszystkie punkty jednakowo odległe od okręgu $x^2 + y^2 - 2y = 0$ i od prostej $y + 1 = 0$.