Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

VII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa, **test próbny**

(wrzesień 2011 r.)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imię, nazwisko oraz klasę.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

[T] a) dodatnia;

[T] b) nieparzysta;

N [~~T~~] c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. Liczba krawędzi pewnego ostrosłupa jest o 15 większa od liczby jego wszystkich wierzchołków. Wynika z tego, że ten ostrosłup ma dokładnie

[ ] a) 15 ścian bocznych;

[ ] b) 16 ścian bocznych;

[ ] c) 17 ścian bocznych.

2. Istnieją takie różne liczby pierwsze p, q, że liczba

[ ] a) $pq+1$ jest liczbą pierwszą;

[ ] b) $pq+1$ jest liczbą złożoną;

[ ] c) $p+q$ jest liczbą pierwszą.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

3. Liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają warunki $a>b$ oraz $c>d$. Wynika z tego, że

☐ a) $a+c > b+d$;

☐ b) $a-c > b-d$;

☐ c) $ac > bd$.

4. Dodatnią liczbę całkowitą n zwiększono o 50%, a następnie wynik zmniejszono o 50%. W rezultacie otrzymano liczbę całkowitą m. Wynika z tego, że

☐ a) $m=n$;

☐ b) liczba n jest podzielna przez 4;

☐ c) liczba m jest podzielna przez 3.

5. Suma pewnych czterech różnych dodatnich liczb całkowitych jest liczbą nieparzystą. Wynika z tego, że

☐ a) co najmniej jedna z tych liczb jest nieparzysta;

☐ b) iloczyn tych liczb jest liczbą parzystą;

☐ c) co najmniej dwie z tych liczb są parzyste.

6. Punkty A i B leżą na okręgu o środku O, przy czym $\sphericalangle OAB=45°$. Punkt C leży na dłuższym łuku AB tego okręgu. Wynika z tego, że

☐ a) $\sphericalangle ABO=45°$;

☐ b) $\sphericalangle ACB=45°$;

☐ c) $\sphericalangle ABC<130°$.

7. Istnieje taka liczba rzeczywista x, dla której

☐ a) $||x-1|+2|=0$;

☐ b) $||x-1|+2|=1$;

☐ c) $||x-1|+2|=2$.

8. Wszystkie kąty sześciokąta wypukłego $ABCDEF$ są równe. Wynika z tego, że

☐ a) proste AB i DE są równoległe;

☐ b) odcinki BC i EF są równej długości;

☐ c) sześciokąt $ABCDEF$ jest foremny.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

9. Liczby a, b, c są dodatnie i spełniają układ równań

$$\begin{cases} a-b=\dfrac{c}{3} \\ a+b=\dfrac{c}{2} \end{cases}$$

Wynika z tego, że

☐ a) $b<c$ oraz $c<a$;

☐ b) $a<b$ oraz $b<c$;

☐ c) $b<a$ oraz $a<c$.

10. Dodatnie liczby całkowite m, n spełniają warunek $m>n$. Wynika z tego, że

☐ a) $m \geqslant n+1$;

☐ b) $\sqrt{m} \geqslant \sqrt{n}+1$;

☐ c) $m^2 \geqslant n^2+3$.

11. Liczby całkowite a, b, c są dodatnie. Każda z nich daje resztę 1 z dzielenia przez 3. Wynika z tego, że

☐ a) liczba $a+b+c$ jest podzielna przez 3;

☐ b) suma cyfr liczby $a+b+c$ jest podzielna przez 3;

☐ c) liczby $a+b$ oraz c są różne.

12. Dane są trójkąty ABC i $A'B'C'$, dla których

$$AB<A'B', \quad BC<B'C' \quad \text{oraz} \quad CA<C'A'.$$

Wynika z tego, że

☐ a) obwód trójkąta ABC jest mniejszy od obwodu trójkąta $A'B'C'$;

☐ b) pole trójkąta ABC jest mniejsze od pola trójkąta $A'B'C'$;

☐ c) istnieje trójkąt przystający do trójkąta ABC, który można umieścić wewnątrz trójkąta $A'B'C'$.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

13. Dane są takie liczby całkowite a, b, c, d, że liczba $ab+bc+cd+da$ jest podzielna przez 5. Wynika z tego, że podzielna przez 5 jest co najmniej jedna z liczb

☐ a) $a+b$, $c+d$;

☐ b) $a+c$, $b+d$;

☐ c) $a+d$, $b+c$.

14. Liczby a, b są dodatnie oraz liczby $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ i $a-b$ są wymierne. Wynika z tego, że

☐ a) wymierna jest liczba $\sqrt{a}-\sqrt{b}$;

☐ b) wymierna jest każda z liczb $\sqrt{a}$ i $\sqrt{b}$;

☐ c) wymierna jest liczba $a+b$.

15. Dana jest płaszczyzna π oraz dwa punkty A i B nie leżące na tej płaszczyźnie. Niech C i D będą rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów A i B na płaszczyznę π. Wynika z tego, że

☐ a) punkty A, B, C, D leżą w jednej płaszczyźnie;

☐ b) płaszczyzna π jest prostopadła do płaszczyzny zawierającej punkty A, C i D.

☐ c) $AB \geqslant CD$.

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego