Obóz Naukowy Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Liga zadaniowa 2012/2013
Seria VIII (luty 2013)

Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów
www.omg.edu.pl

36. Dla których dodatnich liczb całkowitych n prawdziwe jest poniższe twierdzenie?

Dla dowolnych liczb rzeczywistych x_1, x_2, x_3, ..., x_n, spełniających nierówność

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^4 + 13\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \leqslant 3\sum_{i=1}^{n} x_i + n^2,$$

zachodzi nierówność

$$6\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + 9\sum_{i=1}^{n} x_i < 4n + n^2.$$

37. Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb całkowitych m, n liczba $(3m)! \cdot (3n)!$ jest podzielna przez $m! \cdot n! \cdot ((m+n)!)^2$.

38. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 14 można wypełnić prostopadłościennymi klockami o wymiarach $1\times 1\times 8$ oraz $1\times 1\times 11$.

39. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 15 można wypełnić prostopadłościennymi klockami o wymiarach $1\times 1\times 8$ oraz $1\times 1\times 11$.

40. Proste PA i PB są styczne do okręgu o odpowiednio w punktach A i B. Punkt F jest rzutem prostokątnym punktu B na średnicę AE okręgu o. Wykaż, że środek odcinka BF leży na prostej EP.

Urszula Pastwa
Kierownik naukowy obozu

KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego