



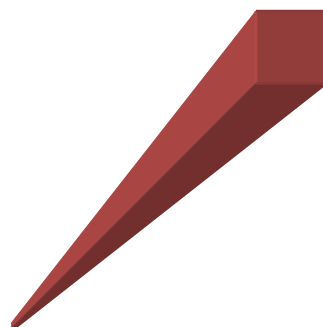
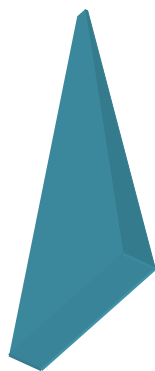
Maria Ziolo

**Program nauczania matematyki  
IV etap edukacyjny  
zakres podstawowy i rozszerzony**

# PROGRAM NAUCZANIA MATEMATYKI IV ETAP EDUKACYJNY

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

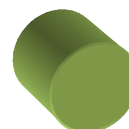
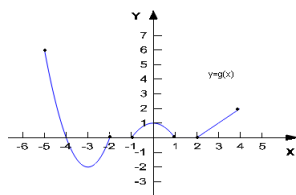
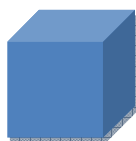
$\log 10^{-3}$



Maria Zioło



Program nauczania matematyki dla szkół ponadgimnazjalnych, których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa dojrzałości po zdaniu egzaminu maturalnego



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## Spis treści:

|                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Wstęp.....                                                                                                                  | 3  |
| 2. Cele edukacyjne.....                                                                                                        | 4  |
| 3. Cele kształcenia – wymagania ogólne zawarte w podstawie programowej.....                                                    | 6  |
| 4. Propozycja ramowego rozkładu materiału.....                                                                                 | 7  |
| 5. Treści nauczania. Propozycja szczegółowego rozkładu materiału.....                                                          | 8  |
| 6. Propozycje oczekiwanych osiągnięć uczniów po realizacji poszczególnych działów programowych dla poziomu podstawowego.....   | 19 |
| 7. Propozycje oczekiwanych osiągnięć uczniów po realizacji poszczególnych działów programowych dla poziomu rozszerzonego ..... | 26 |
| 8. Procedury osiągania celów.....                                                                                              | 31 |
| 9. Metody kontroli i oceny .....                                                                                               | 33 |
| 10. Przykład diagnozy wstępnej, pracy klasowej i miniatURY.....                                                                | 36 |
| 11. Przykład karty projektu dydaktycznego i scenariusza lekcji.....                                                            | 41 |



## 1. WSTĘP

Matematykę można znaleźć prawie we wszystkich dziedzinach nauki i niemal na każdym kroku w życiu codziennym. Fizyka, informatyka, nauki przyrodnicze, ekonomiczne, a nawet humanistyczne nie mogą się bez niej obejść. Potrzebne są umiejętności matematyczne, gdy prowadzimy firmę, remontujemy mieszkanie, wypełniamy zeznanie podatkowe, czy wybieramy najkorzystniejszą ofertę bankową zaciągając kredyt lub lokując swoje oszczędności. Umiejętność prowadzenia poprawnego rozumowania potrzebna jest zarówno inżynierowi, prawnikowi jak i każdemu z nas. Uczeń, który kończy szkołę ponadgimnazjalną i nie zamierza kontynuować nauki na uczelniach technicznych, czy kierunkach uniwersyteckich, na których nie jest niezbędna wiedza i umiejętności matematyczne powinien opanować podstawowy zakres umiejętności z matematyki, taki, który pozwoli mu zdać maturę i pomoże wypracować narzędzia matematyczne niezbędne w życiu codziennym. Realizacja treści rozszerzonych natomiast pozwoli przygotować uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy na dalszych etapach kształcenia, na przykład na politechnikach, czy uniwersyteckich kierunkach ścisłych. Opracowany przeze mnie program nauczania jest oparty na podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkół ponadgimnazjalnych, których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa dojrzałości po zdaniu egzaminu maturalnego, zawartej w załączniku nr 4 ROZPORZĄDZENIA MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z dnia 15 stycznia 2009 r.)

Treści programowe zostały tak podzielone, aby w pierwszej klasie uczeń opanował wiadomości i umiejętności matematyczne niezbędne do kontynuowania nauki matematyki w następnych klasach, zarówno na poziomie podstawowym jak i rozszerzonym. Realizacja tego programu zapewnia omówienie wszystkich zagadnień zawartych w nowej podstawie programowej.

### UWAGI NA TEMAT PROPONOWANEGO RAMOWEGO ROZKŁADU MATERIAŁU

Uczniowie z pojęciem i podstawowymi wiadomościami na temat funkcji spotykają się już w szkole gimnazjalnej, dlatego też zasadnym jest umieszczenie działu „Funkcje” pod koniec pierwszej klasy liceum. Pozwala to na pogłębienie i utwalenie wiadomości i umiejętności zdobytych w gimnazjum i na początku nauki w liceum. Możemy ćwiczyć sprawność rachunkową obliczając wartości różnych funkcji dla danego argumentu i odwrotnie, doprowadzać wzór funkcji do najprostszej postaci i sprawdzać, czy otrzymana funkcja jest liniowa, czy kwadratowa. Rysować wykresy i omawiać własności funkcji określonych różnymi wzorami w różnych przedziałach. Uczeń może sam zbudować wykres złożony z odcinków i fragmentów parabol, czy hiperbol, a później wyznaczyć wzór takiej funkcji. Możemy także

wyznaczać dziedziny i miejsca zerowe różnych funkcji wykorzystując równania i nierówności liniowe i kwadratowe. Jest tu również miejsce na rozwiązywanie zadań tekstowych, których treść związana jest z życiem codziennym, geometrią, czy konkretnymi dziedzinami wiedzy. Poza tym kolejną zaletą takiej kolejności działów jest to, że wiele lekcji możemy przeprowadzać metodą pracy w grupach. Dzięki temu uczniowie doskonalią umiejętność twórczego rozwiązywania problemów oraz rozwijają abstrakcyjne myślenie matematyczne. Słabsi uczniowie zwiększają swoje zainteresowanie tematem, stają się bardziej samodzielni, wzrasta ich aktywność i zaangażowanie co przekłada się później na lepsze wyniki w nauce. Uczniowie zdolni natomiast mogą pochwalić się swoją wiedzą i pomóc słabszym koleżankom i kolegom. W słabszej klasie możemy ograniczyć kształcenie umiejętności do niezbędnego minimum, a w zdolnej jest to dobry sposób na pogłębienie zdobytych wiadomości i umiejętności, co z kolei daje znakomity start w klasie z rozszerzonym programem nauczania matematyki.

W związku z tym, że typowo geometryczne działy pojawiają się w drugim semestrze drugiej klasy należy do każdego z realizowanych wcześniej działów włączać jak najwięcej zadań wykorzystujących wiadomości i umiejętności z geometrii zdobyte w gimnazjum. Mogą to być na przykład zadania dotyczące: zastosowania twierdzenia Pitagorasa, podobieństwa i przystawania wielokątów, pól i obwodów koła i wielokątów oraz pól powierzchni i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych. Pokażemy w ten sposób, że matematyki nie dzieli się na odrębne działy, ale, że są one ze sobą powiązane. To samo zadanie możemy rozwiązać metodą algebraiczną i geometryczną. Figurę czasem lepiej umieścić na płaszczyźnie kartezjańskiej i zadanie rozwiązać metodami geometrii analitycznej niż szukać rozwiązania na płaszczyźnie bez układu współrzędnych.

Podręcznikami wspomagającymi osiągnięcie celów założonych w tym programie, spośród obecnie dopuszczonych przez MEN do użytku szkolnego przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nowej podstawy programowej dla szkół ponadgimnazjalnych mogą być: MATeMATyka. Zakres podstawowy oraz MATeMATyka. Zakres podstawowy i rozszerzony, których autorami są Wojciech Babiański, Lech Chańko, Dorota Ponczek. Wydawnictwo – Nowa Era.

Szukając zadań, czy pomysłów na lekcję można oprócz różnych podręczników i zbiorów zadań wykorzystać także, co ważne **bezpłatnie**, zasoby portalu internetowego [www.scholaris.pl](http://www.scholaris.pl), gdzie znajdziemy między innymi narzędzie dla nauczycieli do tworzenia lekcji ([http://www.scholaris.pl/edytor\\_materialow](http://www.scholaris.pl/edytor_materialow)), ciekawe zadania, karty pracy ucznia, scenariusze lekcji, ćwiczenia interaktywne itp.

## 2. CELE EDUKACYJNE

### CELE NAUCZANIA

1. Przystwojenie przez uczniów określonego zasobu wiadomości matematycznych

2. Rozumienie poznanych pojęć i twierdzeń matematycznych
3. Zdobywanie przez uczniów umiejętności wykorzystania tych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów
4. Rozwijanie wyobraźni przestrzennej i myślenia abstrakcyjnego
5. Kształcenie umiejętności:
  - sprawnego wykonywania obliczeń
  - posługiwania się opisem rozmaitych zjawisk za pomocą liczb
  - analizowania otrzymanych rozwiązań, sprawdzania poprawności rozwiązania
  - wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania wniosków opartych na rozumowaniu matematycznym
  - operowania modelami matematycznymi takimi jak liczby, zmienne, wyrażenia algebraiczne, różnego rodzaju funkcje
  - czytania ze zrozumieniem, analizowania i przetwarzania informacji zawartych w treści zadań tekstowych lub tekście matematycznym
  - rozumowania i interpretacji tekstu matematycznego
  - zmatematyzowania problemu występującego w zadaniu tekstowym
  - wyboru własnej skutecznej strategii rozwiązania zadania
  - weryfikowania prawdziwości hipotez matematycznych za pomocą odpowiednio dobranych przykładów
  - wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów matematycznych
  - sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno – komunikacyjnymi (kalkulatory, komputery)
  - samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej; wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji

## CELE WYCHOWANIA

1. Kształtowanie umiejętności rozpoznawania własnych potrzeb edukacyjnych.
2. Kształtowanie takich cech osobowości jak staranność, systematyczność, precyzja.
3. Kształcenie umiejętności:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- argumentowania,
  - precyzyjnego formułowania i zapisywania myśli,
  - wyciągania wniosków,
  - zadawania pytań, dostrzegania problemów i ich rozwiązywania,
  - dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
  - współpracy przy rozwiązywaniu problemów.
4. Rozwijanie zainteresowań i uzdolnień ucznia.
  5. Wyrabianie takich cech jak koleżeństwo, życzliwość, zaufanie, odpowiedzialność i tolerancyjność w pracy zespołowej.
  6. Potępienie nieuczciwości wyrażającej się w „ściągnięciu” i podpowiadaniu.

### 3. CELE KSZTAŁCENIA - WYMAGANIA OGÓLNE

(zawarte w podstawie programowej)

#### ZAKRES PODSTAWOWY

##### **I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.**

Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.

##### **II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji**

Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.

##### **III. Modelowanie matematyczne**

Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

##### **IV. Użycie i tworzenie strategii**

Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.

##### **V. Rozumowanie i argumentacja**

Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



kroków.

## ZAKRES ROZSZERZONY

### I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

### II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.

### III. Modelowanie matematyczne

Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.

### IV. Użycie i tworzenie strategii

Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.

### V. Rozumowanie i argumentacja

Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

## 4. PROPOZYCJA RAMOWEGO ROZKŁADU MATERIAŁU

Przedstawiam poniżej propozycję podziału treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Mamy do dyspozycji około 300 godzin w całym cyklu kształcenia dla poziomu podstawowego i 480 godzin dla poziomu rozszerzonego.

### Poziom podstawowy – 300 godz.

| Lp.                   | Nazwa działu                                       | Liczba godzin |
|-----------------------|----------------------------------------------------|---------------|
| <b>KLASA I – 110</b>  |                                                    |               |
| I                     | Zbiór liczb rzeczywistych                          | 20            |
| II                    | Funkcja liniowa                                    | 30            |
| III                   | Funkcja kwadratowa                                 | 30            |
| IV                    | Wyrażenia algebraiczne i proporcjonalność odwrotna | 15            |
| V                     | Funkcje i ich własności                            | 15            |
| <b>KLASA II – 110</b> |                                                    |               |



|                       |                                                                |    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------|----|
| VI                    | Funkcja wykładnicza i logarytmy                                | 20 |
| VII                   | Ciągi liczbowe                                                 | 20 |
| VIII                  | Trygonometria                                                  | 20 |
| IX                    | Planimetria                                                    | 25 |
| X                     | Geometria analityczna                                          | 25 |
| <b>KLASA III – 80</b> |                                                                |    |
| XI                    | Elementy statystyki. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka | 20 |
| XII                   | Stereometria                                                   | 30 |
| XIII                  | Przygotowanie do matury                                        | 30 |

Poziom rozszerzony – **480 godz.**

| Lp.                    | Nazwa działu                                                   | Liczba godzin |
|------------------------|----------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>KLASA I – 110</b>   |                                                                |               |
| I                      | Zbiór liczb rzeczywistych                                      | 20            |
| II                     | Funkcja liniowa                                                | 30            |
| III                    | Funkcja kwadratowa                                             | 30            |
| IV                     | Wyrażenia algebraiczne i proporcjonalność odwrotna             | 15            |
| V                      | Funkcje i ich własności                                        | 15            |
| <b>KLASA II – 240</b>  |                                                                |               |
| VI                     | Wartość bezwzględna                                            | 20            |
| VII                    | Wielomiany                                                     | 35            |
| VIII                   | Funkcje wymierne                                               | 20            |
| IX                     | Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna                    | 25            |
| X                      | Ciągi liczbowe                                                 | 30            |
| XI                     | Trygonometria                                                  | 30            |
| XII                    | Planimetria                                                    | 40            |
| XIII                   | Geometria analityczna                                          | 40            |
| <b>KLASA III – 130</b> |                                                                |               |
| XIV                    | Elementy statystyki. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka | 35            |
| XV                     | Stereometria                                                   | 45            |
| XVI                    | Rachunek różniczkowy                                           | 30            |
| XVII                   | Przygotowanie do matury                                        | 20            |

## 5. TREŚCI NAUCZANIA – wymagania szczegółowe. Propozycja szczegółowego rozkładu materiału

Po każdej jednostce tematycznej i nazwie działu umieszczono po myślniku proponowaną liczbę godzin potrzebną do realizacji danego tematu, czy działu.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## KLASA I - poziom podstawowy i rozszerzony

### I. ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH – 20

1. Różne postacie liczb rzeczywistych - przedstawianie ułamków zwykłych w postaci rozwinięć dziesiętnych, zapisywanie liczb za pomocą pierwiastków i potęg - 1
2. Pierwiastki arytmetyczne dowolnego stopnia. Prawa działań na pierwiastkach - 2
3. Wzory skróconego mnożenia -2
4. Usuwanie niewymierności z mianownika i działania na liczbach postaci - 2
5. Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń arytmetycznych (również wyrażeń wymiernych) - 2
6. Przedziały liczbowe - 2
7. *Sprawdzian – 1*
8. Obliczenia procentowe - 3
9. Błąd bezwzględny, względny i procentowy przybliżenia - 1
10. Zastosowanie obliczeń procentowych do obliczania podatków, zysków z lokat (również procent składany i zysk z lokat złożonych na okres krótszy niż 1 rok) - 3
11. *Sprawdzian – 1*

### II. FUNKCJA LINIOWA – 30

1. Wykres i własności funkcji liniowej – 1
2. Rysowanie wykresów funkcji liniowych zapisanych za pomocą wzoru - 1
3. Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej – 2
4. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie – 3
5. Zadania tekstowe - 3
6. *Sprawdzian – 1*
7. Sprawdzanie, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności – 1
8. Rozwiązywanie równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia i działań na pierwiastkach - 4
9. Zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, życiu codziennym) - 4
10. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i ich interpretacja geometryczna -3
11. Zadania tekstowe prowadzące do układów równań (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, życiu codziennym) – 4

12. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

**III. FUNKCJA KWADRATOWA – 30**

$$y = ax^2, a \neq 0$$

1. Wykres i własności funkcji - 1
2. Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej - 2
3. Postać iloczynowa i miejsca zerowe funkcji kwadratowej - 2
4. Przekształcanie wzorów funkcji kwadratowej - 1
5. Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji kwadratowej – 2
6. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej na podstawie jej wzoru – 2
7. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie – 3
8. Wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – 3
9. Równania kwadratowe z jedną niewiadomą – 2
10. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą – 3
11. Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych i wykorzystujących własności funkcji kwadratowej (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, życiu codziennym) – 6
12. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

**IV. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA – 15**

1. Działania na wyrażeniach algebraicznych i obliczanie wartości liczbowej tych wyrażeń - 1
2. Równania wyższych stopni niż drugi prowadzące do wykorzystania definicji pierwiastka i własności iloczynu np.  $x^3 = -1$ ,  $x^5 = -\frac{32}{243}$  - 1
3. Rozkładanie wyrażeń algebraicznych na czynniki (zastosowanie wzorów na miejsca zerowe funkcji kwadratowej, wzorów skróconego mnożenia i wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias) - 1
4. Rozwiązywanie równań typu  $x(x+3)(x-8) = 0$  - 1
5. Wykres i własności funkcji - 1
6. Przekształcanie wykresów funkcji  $y = \frac{a}{x}$  - 1
7. Wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne - 1

$$y = \frac{a}{x}$$

8. Zadania wykorzystujące wzór i wykres funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (zastosowanie w geometrii i zadania typu: „prędkość – droga – czas”) – 3
9. Rozwiązywanie prostych równań wymiernych, prowadzących do równań liniowych lub kwadratowych np. - 2
10. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## V. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI – 15

1. Pojęcie funkcji, różne sposoby opisywania funkcji (wzór, tabela, wykres, opis słowny) – 1
2. Obliczanie ze wzoru wartości funkcji dla danego argumentu i dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość – 1
3. Odczytywanie własności funkcji na podstawie wykresu (dziedzina, zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak, punkty, w których funkcja przyjmuje w danym przedziale wartość największą lub najmniejszą) – 4
4. Przekształcanie wykresów funkcji (na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  szkicowanie wykresów funkcji  
 $y = f(x + a)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$

– 2

5. Rozwiązywanie zadań - zastosowanie wykresów i własności różnych funkcji - 4
6. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## KLASA II – poziom podstawowy

## VI. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY - 20

1. Potęga o wykładniku wymiernym. Prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym - 2
2. Zastosowanie własności potęg do rozwiązywania zadań związanych z innymi dziedzinami wiedzy – fizyka, chemia – np. notacja wykładnicza – 2

3. Rozwiązywanie prostych równań wykładniczych - 1
4. Wykres i własności funkcji wykładniczej - 1
5. Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczej – 1
6. Posługiwanie się funkcjami wykładniczymi do opisu np. zjawisk fizycznych, chemicznych lub zagadnień związanych z życiem codziennym – 3
7. Definicja logarytmu -1
8. Wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym - 3
9. Zastosowanie wzorów na logarytmowanie w zadaniach. Upraszczanie wyrażeń arytmetycznych zawierających potęgi i logarytmy - 3
10. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie - 3

## VII. CIĄGI LICZBOWE – 20

1. Pojęcie ciągu liczbowego, wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym - 1
2. Wykres i własności ciągu liczbowego - 1
3. Ciąg arytmetyczny. Badanie, czy dany ciąg jest arytmetyczny – 1
4. Wzór ogólny, suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – 5
5. Ciąg geometryczny. Badanie, czy dany ciąg jest geometryczny -1
6. Wzór ogólny, suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – 5
7. Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania - 3
8. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## VIII. TRYGNOMETRIA – 20

1. Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym - 1
2. Wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  - 2
3. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych (korzystanie z dokładnych i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych) - 3
4. Podstawowe tożsamości trygonometryczne  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  oraz  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$  i ich zastosowanie - 3
5. Obliczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego, gdy dana jest wartość funkcji sinus lub cosinus tego kąta – 2
6. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach - 6
7. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## IX. PLANIMETRIA - 25

1. Kąt środkowy i wpisany - 1
2. Zależności między kątem środkowym i wpisanym - 2



3. Styczna do okręgu - 2
4. Okręgi styczne - 2
5. Podobieństwo trójkątów - 4
6. Pole trójkąta – zadania (uwzględnić zastosowanie wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi) - 4
7. Zadania na obliczanie długości odcinków w wielokątach oraz pól i obwodów wielokątów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych – 7
8. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3*

## **X. GEOMETRIA ANALITYCZNA - 25**

1. Równanie ogólne i kierunkowe prostej - 2
2. Współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia danej prostej do osi x - 2
3. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty - 2
4. Równanie prostej równoległej do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzącej przez dany punkt - 2
5. Równanie prostej prostopadłej do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzącej przez dany punkt - 2
6. Obliczanie współrzędnych punktu przecięcia dwóch prostych - 2
7. Środek odcinka - 1
8. Odległość dwóch punktów. Obliczanie długości odcinków, pól i obwodów figur płaskich - 3
9. Figury symetryczne względem osi układu współrzędnych - 1
10. Figury symetryczne względem początku układu współrzędnych – 1
11. Zadania utrwalające materiał - 4
12. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3*

## **KLASA III – poziom podstawowy**

## **XI. ELEMENTY STATYSTYKI I RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA - 20**

1. Średnia arytmetyczna - 1
2. Średnia ważona - 2
3. Odchylenie standardowe - 2
4. Reguła mnożenia i dodawania - 3
5. Pojęcie prawdopodobieństwa klasycznego - 1
6. Własności prawdopodobieństwa - 1

7. Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa w zadaniach – 5
8. Rozwiązywanie zadań za pomocą drzewka - 2
9. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3*

## **XII. STEREOMETRIA - 30**

1. Graniastosłupy i ich rodzaje - 1
2. Kąty między odcinkami w graniastosłupach - 2
3. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach (między krawędziami i ścianami, między przekątnymi i ścianami) - 2
4. Kąty dwuścienne w graniastosłupach - 2
5. Przekrój prostopadłościanu płaszczyzną - 1
6. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów – 3
7. *Sprawdzian - 1*
8. Ostrosłupy i ich rodzaje - 1
9. Kąty między odcinkami w ostrosłupach - 2
10. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach (między krawędziami i ścianami, między przekątnymi i ścianami) - 2
11. Kąty dwuścienne w ostrosłupach - 2
12. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów – 3
13. *Sprawdzian - 1*
14. Bryły obrotowe - 1
15. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w bryłach obrotowych (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą i podstawą) - 1
16. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości brył obrotowych – 2
17. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3*

## **KLASA II – poziom rozszerzony**

(pogrubioną czcionką zaznaczono tematy realizowane tylko dla zakresu rozszerzonego,  
zwykłą czcionka – tematy realizowane w obu zakresach)

### **VI. WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA – 20**

- 1. Definicja wartości bezwzględnej i jej interpretacja geometryczna – 1**
- 2. Własności wartości bezwzględnej - 1**



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



3. Upraszczenie wyrażeń z wartością bezwzględną - 2
4. Równania z wartością bezwzględną - 1
5. Nierówności z wartością bezwzględną - 2
6. Opisywanie za pomocą równań i nierówności zbiorów liczbowych zaznaczonych na osi liczbowej - 1
7. Rozwiązywanie równań i nierówności z wartością bezwzględną o poziomie nie wyższym niż:  $|x + 2| - 5| = 8$  ,  $|x - 3| + |x - 4| > 2 - 3$
8. Funkcja i jej własności -1
9. Szkicowanie wykresów różnych funkcji z wartością bezwzględną (funkcje związane z funkcją liniową, kwadratową i  $y = a/x$  ) - 3
10. Rozwiązywanie różnych zadań związanych z pojęciem wartości bezwzględnej - 2
11. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## VII. WIELOMIANY – 35

1. Rozwiązywanie równań i nierówności liniowych z parametrem - 2
2. Wzory Viete’a - 1
3. Zastosowanie wzorów Viete’a w zadaniach - 2
4. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych z parametrem - 2
5. Rozwiązywanie układów równań prowadzących do równań kwadratowych - 1
6. Wzory skróconego mnożenia na  $(a \mp b)^3$  ,  $a^3 \mp b^3$  - 1
7. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w zadaniach - 2
8. Wielomian jednej zmiennej - 1
9. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów - 2
10. Działania łączne na wielomianach - 2
11. Dzielenie wielomianu przez dwumian  $ax + b$  - 2
12. Rozkładanie wielomianu na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, postać iloczynową funkcji kwadratowej lub wyłączając wspólny czynnik poza nawias - 2
13. Pierwiastki wielomianu. Podzielność wielomianu przez dwumian  $x - a$  - 2
14. Rozwiązywanie równań wielomianowych dających się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych - 2
15. Rozwiązywanie nierówności wielomianowych - 2
16. Twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian  $x - a$  - 1
17. Zastosowanie w zadaniach twierdzenia o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian  $x - a$  - 2



18. Twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych - 1
19. Zastosowanie w zadaniach twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych - 2
20. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## VIII. FUNKCJE WYMIERNE – 20

1. Wyrażenia wymierne ( dziedzina, wartość liczbową, równość wyrażeń wymiernych) - 2
2. Upraszczanie wyrażeń wymiernych z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia, postaci iloczynowej funkcji kwadratowej i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias – 2
3. Działania na wyrażeniach wymiernych - 4
4. Funkcja homograficzna – wykres i własności - 1
5. Przekształcanie wykresu funkcji homograficznej - 2
6. Rozwiązywanie równań i nierówności związanych z funkcją homograficzną - 2
7. Rozwiązywanie prostych nierówności wymiernych typu ,  $\frac{x+2}{x^2-5} \leq \frac{3x}{x^2-6x}$ ,  
 $\frac{3x+2}{4x-5} \geq \frac{1-3x}{6-5x} - 2$
8. Zastosowanie wiadomości o funkcjach wymiernych w różnych zadaniach - 2
9. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## IX. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA – 25

1. Potęga o wykładniku wymiernym. Prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym - 2
2. Zastosowanie własności potęg do rozwiązywania zadań związanych z innymi dziedzinami wiedzy – fizyka, chemia – np. notacja wykładnicza – 2
3. Rozwiązywanie prostych równań wykładniczych - 1
4. Wykres i własności funkcji wykładniczej - 1
5. Przekształcanie wykresów funkcji wykładniczej – 1
6. Posługiwanie się funkcjami wykładniczymi do opisu np. zjawisk fizycznych, chemicznych lub zagadnień związanych z życiem codziennym – 3
7. Definicja logarytmu - 1
8. Wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym - 2
9. Wzór na zmianę podstawy logarytmu - 1
10. Zastosowanie wzorów na logarytmowanie w zadaniach. Upraszczanie wyrażeń arytmetycznych zawierających potęgi i logarytmy - 3
11. Funkcja logarytmiczna – wykres i własności - 1



12. Szkicowanie wykresów funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw - 1
13. Przekształcanie wykresów funkcji logarytmicznych - 1
14. Posługiwanie się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym - 2
15. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie - 3

## X. CIĄGI LICZBOWE – 30

1. Pojęcie ciągu liczbowego, wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym - 1
2. Wzór rekurencyjny ciągu - 1
3. Wykres i własności ciągu liczbowego - 1
4. Ciąg arytmetyczny. Badanie, czy dany ciąg jest arytmetyczny – 1
5. Wzór ogólny, suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – 5
6. Ciąg geometryczny. Badanie, czy dany ciąg jest geometryczny - 1
7. Wzór ogólny, suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego – 5
8. Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania – 3

$$\frac{1}{n}$$

9. Granice ciągów typu  $\frac{1}{n^2}$  - 1
10. Twierdzenie o działaniach na granicach ciągów - 1
11. Obliczanie granic ciągów, korzystając z granic ciągów typu  $\frac{1}{n}$ ,  $\frac{1}{n^2}$  i twierdzeń o działaniach na granicach ciągów - 2
12. Szereg geometryczny i jego suma - 1
13. Zastosowanie wzoru na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach - 2
14. Rozwiązywanie różnych zadań utrwalających związanych z ciągami i szeregiem geometrycznym - 2
15. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

## XI. TRYGNOMETRIA – 30

1. Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym - 1
2. Wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od 0° do 180° - 2
3. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych (korzystanie z dokładnych i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych) - 2
4. Podstawowe tożsamości trygonometryczne  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  oraz  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$  i ich zastosowanie – 2
5. Obliczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta ostrego, gdy dana jest wartość funkcji sinus lub cosinus tego kąta – 2



6. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w zadaniach - 2
7. *Sprawdzian* - 1
8. **Miara łukowa kąta** - 1
9. **Wykresy funkcji sinus, cosinus i tangens i ich własności** - 1
10. **Znaki funkcji trygonometrycznych w ćwiartkach układu współrzędnych** - 1
11. **Wzory redukcyjne** - 1
12. **Zastosowanie wzorów redukcyjnych** - 1
13. **Przekształcanie wykresów funkcji trygonometrycznych** - 2
14. **Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów** - 2
15. **Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych** - 2
16. **Rozwiązywanie nierówności typu  $\sin x > a$ ,  $\cos x \leq a$ ,  $\tan x < a$**  - 2
17. **Rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych typu**

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2x + \cos x = 1, \sin x + \cos x = 1, \cos 2x \leq \frac{1}{2} - 2$$

18. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie* – 3

## XII. PLANIMETRIA – 40

1. Kąt środkowy i wpisany - 1
2. Zależności między kątem środkowym i wpisanym - 2
3. Styczna do okręgu – 2
4. **Czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu** - 1
5. **Zastosowanie twierdzenia charakteryzującego czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu** - 2
6. Okręgi styczne - 2
7. Podobieństwo trójkątów - 3
8. Pole trójkąta – zadania (uwzględnić zastosowanie wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi) – 3
9. Zadania na obliczanie długości odcinków w wielokątach oraz pól i obwodów wielokątów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych - 5
10. *Sprawdzian* - 1
11. **Twierdzenie Talesa i do niego odwrotne** - 1
12. **Zastosowanie twierdzenia Talesa i do niego odwrotnego do obliczania długości odcinków i ustalenia równoległości prostych i odcinków** - 3
13. **Znajdowanie obrazów niektórych figur geometrycznych (np. odcinka, trójkąta, czworokąta, koła) w jednokładności** - 1



14. Zastosowanie własności figur podobnych i jednokładnych w zadaniach (także w kontekstach praktycznych) - 3
15. Twierdzenie sinusów i jego zastosowanie w zadaniach - 2
16. Twierdzenie cosinusów i jego zastosowanie w zadaniach - 2
17. Rozwiązywanie różnych zadań utrwalających materiał z planimetrii - 3
18. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3

### XIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA - 40

1. Równanie ogólne i kierunkowe prostej - 2
2. Współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia danej prostej do osi x - 2
3. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty - 2
4. Interpretacja graficzna nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi oraz układu takich nierówności - 3
5. Równanie prostej równoległej do prostej danej w postaci kierunkowej i ogólnej przechodzącej przez dany punkt - 2
6. Równanie prostej prostopadłej do prostej danej w postaci kierunkowej i ogólnej przechodzącej przez dany punkt – 2
7. Badanie równoległości i prostopadłości prostych na podstawie ich równań ogólnych - 1
8. Odległość punktu od prostej - 1
9. Zastosowanie wzoru na odległość punktu od prostej do obliczania długości wysokości w trójkątach i czworokątach - 2
10. Obliczanie współrzędnych punktu przecięcia dwóch prostych - 1
11. Środek odcinka - 1
12. Odległość dwóch punktów. Obliczanie długości odcinków, pól i obwodów figur płaskich - 3
13. Figury symetryczne względem osi układu współrzędnych - 1
14. Figury symetryczne względem początku układu współrzędnych – 1
15. Równanie okręgu i nierówność koła (postać ogólna i kanoniczna) - 2
16. Przekształcanie równania okręgu do postaci kanonicznej i ogólnej - 1
17. Styczna i sieczna okręgu - 2
18. Wektor w układzie współrzędnych - 1
19. Wektory równe i wektory przeciwne - 1
20. Działania na wektorach i ich interpretacja geometryczna - 2
21. Zastosowanie wektorów do opisu przesunięcia wykresu funkcji - 2
22. Zastosowanie wektorów w zadaniach - 2
23. Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3



## KLASA III – poziom rozszerzony

### XIV. ELEMENTY STATYSTYKI. TEORIA PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA – 35

1. Średnia arytmetyczna - 1
2. Średnia ważona - 2
3. Odchylenie standardowe - 2
4. Reguła mnożenia i dodawania - 3
5. **Silnia i symbol Newtona - 1**
6. **Permutacje - 1**
7. **Kombinacje - 1**
8. **Wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami - 1**
9. **Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem wzorów na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i z powtórzeniami - 3**
10. *Sprawdzian - 1*
11. Pojęcie prawdopodobieństwa klasycznego - 1
12. Własności prawdopodobieństwa - 1
13. Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa w zadaniach – 5
14. Rozwiązywanie zadań za pomocą drzewka – 2
15. **Prawdopodobieństwo warunkowe - 2**
16. **Prawdopodobieństwo całkowite - 2**
17. **Rozwiązywanie zadań utrwalających materiał - 3**
18. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie – 3*

### XV. STEREOMETRIA – 45

1. Graniastosłupy i ich rodzaje - 1
2. Kąty między odcinkami w graniastosłupach - 2
3. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w graniastosłupach (między krawędziami i ścianami, między przekątnymi i ścianami) - 2
4. Kąty dwuścienne w graniastosłupach - 2
5. Przekrój prostopadłościanu płaszczyzną - 1
6. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów – 3
7. **Przekrój graniastosłupa płaszczyzną - 3**



8. *Sprawdzian* - 1
9. Ostrosłupy i ich rodzaje - 1
10. Kąty między odcinkami w ostrosłupach - 2
11. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupach (między krawędziami i ścianami, między przekątnymi i ścianami) - 2
12. Kąty między ścianami w ostrosłupach - 2
13. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów – 3
14. **Przekrój ostrosłupa płaszczyzną** - 3
15. *Sprawdzian* - 1
16. Bryły obrotowe - 1
17. Kąty między odcinkami i płaszczyznami w bryłach obrotowych (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą i podstawą) - 1
18. Zastosowanie trygonometrii do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości brył obrotowych – 4
19. **Przekrój sfery płaszczyzną** - 2
20. **Rozwiązywanie różnych zadań dotyczących związków miarowych i przekrojów płaskich występujących w graniastosłupach, ostrosłupach i bryłach obrotowych** -5
21. *Powtórzenie wiadomości, praca klasowa i jej omówienie* – 3

## XVI. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY – 30

1. Granica właściwa i niewłaściwa funkcji w punkcie i nieskończoności (również granice jednostronne) - 2
2. Twierdzenie o działaniach na granicach funkcji - 2
3. Obliczanie granic różnych funkcji - 2
4. Ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze - 1
5. Zastosowanie własności funkcji ciągłych w zadaniach - 2
6. Iloraz różnicowy funkcji - 1
7. Pochodna funkcji i jej geometryczna i fizyczna interpretacja - 1
8. Wyprowadzenie wzorów na pochodne niektórych funkcji - 1
9. Pochodna funkcji w punkcie - 1
10. Pochodne wielomianów i funkcji wymiernych - 2
11. Równanie stycznej do wykresu funkcji - 1
12. Zastosowanie wiadomości o stycznej w zadaniach - 1
13. Badanie monotoniczności funkcji za pomocą pochodnej - 1
14. Warunek konieczny i wystarczający ekstremum funkcji różniczkowalnej - 1
15. Wyznaczanie ekstremów funkcji wielomianowych i wymiernych - 2
16. Badanie przebiegu zmienności funkcji wielomianowych i wymiernych i szkicowanie ich wykresów - 2

17. Zastosowanie pochodnych do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych dotyczących np. geometrii, fizyki, życia codziennego - 4

18. Powtórzenie , praca klasowa i jej omówienie - 3

## 6. PROPOZYCJE OCZEKIWANYCH OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW PO REALIZACJI POSZCZEGÓLNYCH DZIAŁÓW PROGRAMOWYCH DLA POZIOMU PODSTAWOWEGO

### I. ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH

Uczeń potrafi:

- podać lub rozpoznać wśród podanych liczb liczby całkowite, naturalne, pierwsze, parzyste, mające rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone (liczby wymierne i niewymierne), wielokrotności dowolnej liczby całkowitej itp.
- zaznaczać na osi liczbowej punkt o danej współrzędnej i odczytywać współrzędne punktu zaznaczonego na osi
- zaznaczyć dowolny przedział liczbowy na osi liczbowej i sprawdzić, czy dana liczba należy do tego przedziału, podać przykłady liczb należących lub nienależących do danego przedziału i wybrać spośród nich np. największą lub najmniejszą
- wymienić wszystkie liczby np. całkowite należące do danego przedziału ograniczonego
- określać przedział za pomocą nierówności i odwrotnie
- zastosować wzory skróconego mnożenia do upraszczania i obliczania wartości liczbowej różnych wyrażeń, w tym wyrażeń zawierających potęgi i pierwiastki
- sprawnie wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych, pamiętając o kolejności działań
- stosować pierwiastki i notację wykładniczą w obliczeniach
- usuwać niewymierność z mianownika i wykonywać działania na liczbach postaci  $a + b\sqrt{c}$
- porównywać i szacować wartości liczbowe wyrażeń
- poprawnie wykonywać obliczenia procentowe (podwyżka, obniżka, kredyt, lokata, podatki)
- posługiwać się przybliżeniami, obliczać błąd względny, bezwzględny i procentowy
- wykazywać, że wartość liczbową wyrażenia arytmetycznego jest np. liczbą całkowitą
- zastosować wiadomości o liczbach rzeczywistych w zadaniach z geometrii (np. obliczyć obwód i pole figury płaskiej, której długości boków wyrażają się liczbami wymiernymi i niewymiernymi)

### II. FUNKCJA LINIOWA

Uczeń potrafi:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- rozpoznać wzór funkcji liniowej
- narysować wykres i odczytać własności funkcji liniowej
- interpretować współczynniki funkcji liniowej
- określić na podstawie wzoru monotoniczność funkcji liniowej
- znaleźć wzór funkcji liniowej spełniającej określone warunki
- obliczyć pole i obwód figury ograniczonej prostą i osiami układu współrzędnych lub figury ograniczonej kilkoma prostymi (w przypadkach, w których można dokładnie odczytać długości potrzebnych odcinków, lub współrzędne wierzchołków, albo, gdy potrzebne długości możemy obliczyć stosując twierdzenie Pitagorasa)
- rozwiązać równanie i nierówność liniową
- sprawdzić, czy liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności liniowej
- zapisać zbiór rozwiązań nierówności za pomocą przedziału
- określić równanie oznaczone, tożsamościowe i sprzeczne
- rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem równań i nierówności liniowych (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, życiu codziennym)
- rozwiązać układ równań metodą algebraiczną i graficzną
- sprawdzić, czy rozwiązaniem układu równań jest dana para liczb
- określić, czy układ jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny
- podać kilka par liczb spełniających nieoznaczony układ równań
- określić związek wzajemnego położenia dwóch prostych na płaszczyźnie z liczbą rozwiązań układu równań
- określić rodzaj układu równań na podstawie jego interpretacji graficznej
- zastosować układ równań do rozwiązywania zadań tekstowych (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, chemii, życiu codziennym)

### III. FUNKCJA KWADRATOWA

Uczeń potrafi:

- sporządzić wykres funkcji kwadratowej zapisanej w dowolnej postaci i na jego podstawie odczytać własności funkcji (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, miejsca zerowe, przedziały, w których funkcja kwadratowa jest dodatnia, ujemna, niedodatnia, nieujemna)
- odczytać z postaci kanonicznej współrzędne wierzchołka paraboli, z postaci iloczynowej miejsca zerowe funkcji, z postaci ogólnej punkt przecięcia wykresu z osią x, a każdej postaci położenie ramion paraboli
- przekształcać wzajemnie różne postacie funkcji kwadratowej
- podać zależność istnienia i liczby miejsc zerowych od wyróżnika
- obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej

- określić i odczytać wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w dziedzinie i przedziale domkniętym
- rozwiązać proste zadania optymalizacyjne (z uwzględnieniem zadań wykorzystujących związki miarowe w figurach geometrycznych)
- rozwiązać równania i nierówności kwadratowe
- interpretować graficznie nierówność kwadratową
- rozwiązać proste równanie kwadratowe z parametrem
- rozwiązać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (również z zastosowaniem wiadomości z geometrii)
- rozwiązać zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania parametrów funkcji kwadratowej

#### IV. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA

Uczeń potrafi:

- obliczać wartość liczbową wyrażenia algebraicznego
- wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wyrażeń algebraicznych również z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- utworzyć wyrażenie algebraiczne opisujące np. obwód, pole figury płaskiej, pole powierzchni, objętość, sumę krawędzi wielościanu, czy pole powierzchni lub objętość bryły obrotowej
- rozłożyć wyrażenia algebraiczne na czynniki (stosując wzory skróconego mnożenia, postać iloczynową trójkianu kwadratowego, wyłącznie wspólnego czynnika poza nawias, grupowanie wyrazów)
- rozwiązać równania wyższych stopni niż drugi prowadzące do wykorzystania definicji pierwiastka np.  $x^3 = -1$ ,  $x^5 = -\frac{32}{243}$  (obliczyć długość krawędzi sześcianu o danej objętości)
- skorzystać z własności iloczynu i rozwiązać równanie typu
- sprawdzić, czy dana liczba spełnia równanie
- rozpoznać funkcję wymierną
- rysować wykres funkcji i podać jej własności
- przekształcać wykresy funkcji ( $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x-p)+q$ )
- rozpoznać hiperbolę i jej asymptoty, podać podstawowe własności funkcji otrzymanej po przekształceniu
- rozpoznać i posługiwać się wielkościami wprost i odwrotnie proporcjonalnymi
- podać np. jakiej długości boki może mieć prostokąt o ustalonym polu, jaką długość mogą mieć przekątne rombu, gdy dane jest jego pole lub jakiej długości są przyprostokątne trójkąta prostokątnego o ustalonym polu P



- rozwiązać proste równania wymierne
- sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania
- rozwiązywać zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne (zastosowanie np. w geometrii, fizyce, życiu codziennym)

## V. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI

Uczeń potrafi:

- podać różne przykłady funkcji
- określić funkcję różnymi sposobami
- wyznaczyć dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe i znak funkcji (z wykorzystaniem wiadomości o funkcji liniowej, kwadratowej i wielomianach)
- obliczyć wartość funkcji dla danego argumentu i odwrotnie
- odczytać własności funkcji na podstawie jej wykresu
- podać najmniejszą lub największą wartość funkcji w dziedzinie lub przedziale na podstawie jej wykresu lub wzoru
- sporządzać wykresy funkcji o podanych własnościach
- określać, czy podana funkcja odpowiada podanym własnościom
- rysować wykresy i odczytywać własności funkcji określonych różnymi wzorami w różnych przedziałach
- stosować przekształcenia do sporządzania wykresów funkcji  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x-p)+q$

## VI. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY

Uczeń potrafi:

- określić potęgę o wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym i rzeczywistym
- wykonywać działania na pierwiastkach i potęgach o wykładniku wymiernym
- przekształcać i upraszczać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki
- porządkować i porównywać potęgi i pierwiastki
- określić, co to jest logarytm liczby
- zastosować definicję do obliczania logarytmu, podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
- wykonywać obliczenia z zastosowaniem własności i praw działań na logarytmach
- rozpoznać funkcję wykładniczą
- narysować wykres funkcji wykładniczej i podać jej własności
- przekształcać wykres funkcji wykładniczej i podać własności funkcji, której wykres otrzymano w wyniku danego przekształcenia  $(-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x-p)+q)$



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- rozwiązać proste równania wykładnicze
- sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania
- rozwiązywać zadania tekstowe, w których występują potęgi i funkcja wykładnicza

## VII. CIĄGI LICZBOWE

Uczeń potrafi:

- określić, co to jest ciąg liczbowy
- podać przykład ciągu liczbowego skończonego i nieskończonego
- obliczyć dowolny wyraz ciągu
- obliczyć, który wyraz ciągu jest równy danej liczbie
- rysować wykres ciągu i odczytać jego własności
- podać przykład ciągu liczbowego rosnącego i malejącego
- rozpoznać ciąg arytmetyczny
- określić, co to jest ciąg arytmetyczny i od czego zależy jego monotoniczność
- wyznaczać wyrazy ciągu ze wzoru ogólnego i obliczać sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- rozpoznać ciąg geometryczny
- określić, co to jest ciąg geometryczny i od czego zależy jego monotoniczność
- wyznaczać wyrazy ciągu ze wzoru ogólnego i obliczać sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- zapisać i wykorzystać w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego i geometrycznego
- rozwiązać zadanie tekstowe, w którym opisano sytuację praktyczną za pomocą ciągu arytmetycznego lub geometrycznego

## VIII. TRYGNOMETRIA

Uczeń potrafi:

- określić i obliczyć sinus, cosinus i tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$
- wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od  $0^\circ$  do  $180^\circ$
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych odczytanych z tablic lub za pomocą kalkulatora
- obliczyć miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (dokładną lub przybliżoną odczytaną z tablic lub kalkulatora)
- zastosować wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  do obliczania wartości liczbowej wyrażeń



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- rozwiązać dowolny trójkąt prostokątny
- podać podstawowe tożsamości trygonometryczne i zastosować je w zadaniach
- obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość funkcji sinus lub cosinus tego kąta
- wyznaczyć kąt nachylenia prostej do osi  $x$

## IX. PLANIMETRIA

Uczeń potrafi:

- określić i rozpoznać na rysunku kąty środkowe i wpisane
- określić zależność miarową między kątem środkowym i wpisanym i zastosować ją w zadaniach
- zdefiniować styczną do okręgu
- zastosować twierdzenie o stycznej do okręgu w zadaniach
- narysować okręgi styczne i podać zależność między odległością środków a sumą (różnicą) długości promieni tych okręgów
- klasyfikować trójkąty ze względu na rozwartość kątów i długości boków
- omówić ważne elementy w trójkącie i sformułować twierdzenia o własnościach trójkątów
- rozpoznać trójkąty podobne
- sformułować cechy podobieństwa trójkątów i zastosować je w zadaniach
- korzystać ze wzoru na pole trójkąta o danych dwóch bokach i kącie między nimi
- zastosować własności miarowe figur płaskich i trygonometrię w zadaniach
- (sporządzić odpowiedni do treści zadania rysunek, wprowadzić oznaczenia, wypisać dane i szukane, wskazać fragmenty rysunku, w których można zastosować funkcję trygonometryczną, czy cechę podobieństwa)

## X. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń potrafi:

- zapisać równanie ogólne i kierunkowe prostej oraz podać współczynniki w nim występujące
- określić znaczenie współczynnika kierunkowego prostej, jako tangensa kąta nachylenia tej prostej do osi  $x$  i wykorzystać to w zadaniach
- przekształcić równanie kierunkowe w ogólne i na odwrót
- podstawić współrzędne dwóch punktów na płaszczyźnie do równania prostej przechodzącej przez dwa punkty lub utworzyć układ równań korzystając z postaci kierunkowej
- zilustrować różne przypadki wzajemnego położenia dwóch prostych na płaszczyźnie



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- określić liczbę punktów wspólnych dwóch narysowanych prostych
- obliczyć współrzędne punktu wspólnego dwóch prostych
- określić warunki równoległości i prostopadłości prostych w postaciach kierunkowych
- zbadać równoległość i prostopadłość prostych
- wyznaczyć równanie prostej równoległej i prostej prostopadłej do danej prostej przechodzącej przez dany punkt
- stosować warunek prostopadłości i równoległości w zadaniach z geometrii analitycznej
- obliczyć ze wzoru odległość dwóch punktów na płaszczyźnie
- wyznaczyć ze wzoru współrzędne środka odcinka
- stosować wzór na odległość punktów i środek odcinka w zadaniach z geometrii analitycznej
- rysować figury symetryczne względem osi i środka układu współrzędnych
- wyznaczać współrzędne punktów symetrycznych względem osi i środka układu współrzędnych
- stosować własności punktów i figur symetrycznych względem środka i osi układu współrzędnych w zadaniach z geometrii analitycznej

## KLASA III

### XI. ELEMENTY STATYSTYKI I RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Uczeń potrafi:

- podać i zastosować wzór na średnią arytmetyczną prostą i ważoną, medianę i dominantę danych liczbowych
- podać wzór i obliczyć wariancję i odchylenie standardowe
- rozwiązać zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem wzorów na średnią arytmetyczną prostą, ważoną i odchylenie standardowe
- określić i stosować w zadaniach zasadę mnożenia i dodawania
- zilustrować za pomocą drzewa określone zagadnienia kombinatoryczne
- określić i podać przykłady doświadczenia losowego, zdarzenia losowego, zdarzenia elementarnego, zbioru zdarzeń elementarnych
- wyznaczyć zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego
- zdefiniować i podać wzór na prawdopodobieństwo klasyczne
- obliczać prawdopodobieństwo z definicji lub za pomocą drzewa
- podać i zastosować w różnych zadaniach rachunkowych i tekstowych definicję i podstawowe własności prawdopodobieństwa

## XII. STEREOMETRIA

Uczeń potrafi:

- rozróżnić i podać przykłady w rzeczywistości wzajemnego położenia prostych, prostej i płaszczyzny oraz płaszczyzn w przestrzeni
- określić odległość punktu, prostej i płaszczyzny od płaszczyzny
- wskazać i określić kąt między prostymi, kąt między płaszczyznami w przestrzeni
- rozróżnić podstawowe graniastosłupy, ostrosłupy i bryły obrotowe oraz ich siatki
- narysować podstawowe graniastosłupy, ostrosłupy i bryły obrotowe oraz ich siatki
- zbudować modele różnych wielościanów i brył obrotowych
- wskazać i określić wszystkie elementy graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i obliczyć ich miary (np. między krawędziami, krawędziami i przekątnymi)
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami i obliczyć ich miary (np. między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami)
- rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami i obliczyć ich miary (np. między ścianą boczną i podstawą, ścianami bocznymi)
- rozpoznać w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą stożka i podstawą) i obliczyć miary tych kątów
- podać i zastosować wzory na pola powierzchni i objętość graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych
- zastosować funkcje trygonometryczne i twierdzenie Pitagorasa do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów, ostrosłupów i brył obrotowych
- sporządzić rysunek zgodnie z treścią zadania i prawidłowo wprowadzić na nim oznaczenia
- rozwiązać zadanie praktyczne z wykorzystaniem brył
- rozpoznać bryły w otaczającej rzeczywistości

## 7. PROPOZYCJE OCZEKIWANYCH OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW PO REALIZACJI POSZCZEGÓLNYCH DZIAŁÓW PROGRAMOWYCH DLA POZIOMU ROZSZERZONEGO

### VI. WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

Uczeń potrafi:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- wykorzystać pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną do obliczania wartości liczbowej wyrażeń arytmetycznych i upraszczania wyrażeń algebraicznych
- wykorzystać pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną do rozwiązywania prostych równań i nierówności
- zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu

$$|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| \geq b$$

- opisać za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną zaznaczone na osi liczbowej zbiory liczbowe
- rozwiązać proste równanie z wartością bezwzględną typu  $|x - 5| = 3, |x + 1| = -2x$
- rozwiązać równania i nierówności z wartością bezwzględną o poziomie nie wyższym niż:  
 $|x + 2| - 5 = 8, |x - 3| + |x - 4| > 23$
- naszkicować wykresy funkcji liniowych, kwadratowych i z wartością bezwzględną

## VII. WIELOMIANY

Uczeń potrafi:

- zastosować wzory Viete'a
- rozwiązać równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem
- rozwiązywać układy równań prowadzące do równań kwadratowych
- zastosować wzory skróconego mnożenia na  $(a \pm b)^2$ ,
- podawać przykłady wielomianów jednej zmiennej
- określić stopień i współczynniki wielomianu
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany
- wykonywać działania łączne na wielomianach
- dzielić wielomiany przez dwumian  $ax + b$
- rozkładać wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia, postać iloczynową funkcji kwadratowej lub wyłączając wspólny czynnik poza nawias
- sprawdzić, czy wielomian jest podzielny przez dwumian  $x - a$  bez wykonywania dzielenia
- odczytać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej i określić ich krotność
- sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
- rozwiązać równanie wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych
- rozwiązać łatwą nierówność wielomianową
- zastosować w zadaniach twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian  $x - a$
- zastosować w zadaniach twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  naszkicować wykres funkcji  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x-p) + q$ ,  $y = |f(x)|$ ,  $y = cf(x)$ ,  $y = f(cx)$ , gdzie jest funkcją liniową, kwadratową lub funkcją określoną w różnych przedziałach różnymi wzorami i odczytać własności takiej funkcji z wykresu

## VIII. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń potrafi:

- podać warunki określające dziedzinę wyrażenia wymiernego
- wyznaczyć dziedzinę wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych
- wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych (rozszerzać, skracać, dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić)
- upraszczać wyrażenia wymierne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia, postaci iloczynowej funkcji kwadratowej i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
- wskazać wyrażenia wymierne równe
- podać dziedzinę funkcji homograficznej
- narysować wykres funkcji homograficznej będącej wynikiem przesunięcia wykresu funkcji  $y = \frac{a}{x}$

- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  naszkicować wykres funkcji  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x-p) + q$ ,  $y = |f(x)|$ ,  $y = cf(x)$ ,  $y = f(cx)$ , gdzie jest funkcją homograficzną i opisać jej własności
- rozwiązać równania i nierówności związane z funkcją homograficzną
- odczytać z wykresu własności funkcji homograficznej w tym wartość najmniejszą i największą w danym przedziale zawartym w dziedzinie tej funkcji
- rozwiązać proste nierówności wymierne typu  $\frac{x+2}{x^2-5} \leq \frac{3x}{x^2-6x}$ ,

## IX. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMICZNA

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi

- stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu
- szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych
- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  naszkicować wykres funkcji  $y = |f(x)|$ ,  $y = cf(x)$ ,  $y = f(cx)$ , gdzie  $f$  jest funkcją wykładniczą lub logarytmiczną i odczytać własności takiej funkcji z wykresu
- posługiwać się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym

## X. CIĄGI LICZBOWE

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi:

- wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym
- obliczać granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  i twierdzeń o działaniach na granicach ciągów
- rozpoznać szereg geometryczny i obliczyć jego sumę
- zastosować wzór na sumę szeregu geometrycznego do zamiany ułamków okresowych na zwykłe
- rozwiązywać różne zadania wykorzystujące pojęcie szeregu geometrycznego i wzór na jego sumę

## XI. TRYGNOMETRIA

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi:

- stosować miarę łukową
- zamienić miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie
- narysować wykresy funkcji sinus, cosinus i tangens oraz opisać ich własności
- przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych i opisywać własności funkcji uzyskanych w wyniku danego przekształcenia
- na podstawie wykresu funkcji  $y = f(x)$  naszkicować wykres funkcji  $y = |f(x)|$ ,  $y = cf(x)$ ,  $y = f(cx)$ , gdzie  $f$  jest funkcją trygonometryczną i odczytać własności takiej funkcji z wykresu
- określić znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- wykorzystać definicje i wyznaczyć wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego
- stosować wzory redukcyjne np. do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o mierze większej niż  $90^\circ$
- wykorzystać okresowość funkcji trygonometrycznych
- dowodzić tożsamości trygonometryczne
- stosować wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów
- posługiwać się wykresami funkcji trygonometrycznych rozwiązując nierówności typu  $\sin x > a$ ,  $\cos x \leq a$ ,  $\tan x < a$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- rozwiązać równania i nierówności trygonometryczne typu

$$\cos 2x \leq \frac{1}{2}$$

$$\sin 2x + \cos x = 1, \quad \sin x + \cos x = 1, \quad ,$$

## XII. PLANIMETRIA

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi:

- zastosować twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu
- zastosować twierdzenie Talesa i do niego odwrotne do obliczania długości odcinków i ustalenia równoległości prostych i odcinków
- znaleźć obrazy niektórych figur geometrycznych (np. odcinka, trójkąta, czworokąta, koła) w jednokładności
- rozpoznać figury jednokładne i podobne
- wykorzystać własności figur podobnych i jednokładnych (także w kontekstach praktycznych)
- wyznaczyć związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów, twierdzenia cosinusów i twierdzenia Talesa

## XIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Uczeń potrafi:

- interpretować graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności
- zbadać równoległość i prostokątłość prostych na podstawie ich równań ogólnych
- wyznaczyć równanie prostej równoległej lub prostopadłej do danej prostej w postaci ogólnej i przechodzącej przez dany punkt
- obliczyć odległość punktu od prostej
- zastosować wzór na odległość punktu od prostej do obliczania długości wysokości w trójkątach i czworokątach

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- posługiwać się równaniem okręgu
- opisywać koła za pomocą nierówności
- odróżnić równanie okręgu i nierówność koła od innych równań i nierówności
- przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i ogólnej
- wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu i koła
- narysować okrąg i koło opisane za pomocą równania i nierówności
- wyznaczyć punkty wspólne prostej i okręgu
- wyznaczyć równanie stycznej do okręgu
- obliczyć współrzędne oraz długość wektora
- narysować wektor o danych współrzędnych i wektor równy danemu i do niego przeciwny
- dodawać, odejmować i mnożyć wektory przez liczbę
- interpretować geometryczne działania na wektorach
- stosować wektory do opisu przesunięcia funkcji
- sprawnie operować wektorami w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej

#### XIV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi:

- obliczyć  $n!$  i  $\binom{n}{k}$
- rozpoznać permutacje, kombinacje i wariacje
- wykorzystać wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i z powtórzeniami
- obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe
- korzystać z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## **XV. STEREOMETRIA**

Spełnia wymagania dla poziomu podstawowego i ponadto:

Uczeń potrafi:

- wyznaczać i określić, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną
- wyznaczyć i określić, jaką figurą jest dany przekrój graniastopłu lub ostrostopu płaszczyzną
- rozwiązać zadania tekstowe dotyczące przekrojów płaskich graniastopłów, ostrostopów i sfer i występujących tam związków miarowych

## **XVI. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY**

Uczeń potrafi:

- obliczyć granicę właściwą i niewłaściwą funkcji w punkcie i nieskończoności (również granice jednostronne)
- obliczyć granice na końcach dziedziny
- korzystać z twierdzeń o działaniach na granicach funkcji
- zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze
- zastosować własności funkcji ciągłych w zadaniach
- obliczyć iloraz różnicowy funkcji
- korzystać z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej
- wyprowadzić wzory na pochodne niektórych funkcji
- obliczyć pochodną funkcji w punkcie
- wyznaczać pochodne wielomianów i funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów
- wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji
- zastosować wiadomości o stycznej w zadaniach
- zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
- podać i zastosować warunek konieczny i wystarczający ekstremum funkcji różniczkowalnej
- wyznaczać ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych
- zbadać przebieg zmienności funkcji wielomianowych i wymiernych i narysować ich wykres
- zastosować pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych dotyczących np. geometrii, fizyki, życia codziennego.

## **8. PROCEDURY OSIĄGANIA CELÓW**



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



1. Stworzenie odpowiedniego klimatu i bezpiecznej atmosfery na lekcji.  
Każdy człowiek ma prawo do popełniania błędów, zarówno uczeń jak i nauczyciel. Ważne, żeby nauczyć się jak takiego błędu uniknąć, umieć się do niego przyznać i zbadać, gdzie tkwi jego przyczyna. Często to da więcej niż nauczanie się rozwiązywania zadań według schematu. Zdobyte wiadomości i umiejętności zweryfikuje sprawdzian, praca klasowa, a w końcowym efekcie matura.
2. Wykonywanie prostych pomocy dydaktycznych: rysunków, diagramów, modeli brył itp.
3. Wykorzystanie dostępnych w szkole środków dydaktycznych takich jak plansze, modele brył, komputery, kalkulatory.
4. Samodzielna praca z tekstem. Wykorzystanie podręcznika, płyty CD dołączonej do podręcznika i Internetu.  
Kształcenie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem, odróżnianie treści istotnych dla rozwiązania problemu od tych, które nie mają wpływu na jego rozwiązanie.
5. Rozwiązywanie dużej liczby różnych ćwiczeń i zadań o różnym stopniu trudności sprawdzających zrozumienie treści nauczania.
6. Rozwiązywanie zadań, których treść wskazuje na praktyczne zastosowanie matematyki w życiu codziennym.  
Zadania te mogą dotyczyć między innymi:
  - wyboru najkorzystniejszej oferty bankowej przy zaciąganiu kredytu lub lokowaniu oszczędności,
  - obliczania należnego podatku w zeznaniu podatkowym np. PIT-37,
  - budowania prostopadłościennego pojemnika o maksymalnej objętości z kwadratowego arkusza blachy o podanej długości boku
7. Stosowanie różnorodnych form i metod pracy z uczniami.  
Najczęściej powinniśmy sięgać po metody aktywizujące takie, jak: dyskusja, praca w parach, wzajemne odpytywanie się, praca w grupach, „burza mózgów”, krzyżówki, tworzenie map mentalnych (metoda ta sprawdza się na lekcjach powtórzeniowych), czy prace długoterminowe lub projekty międzyprzedmiotowe.
8. Angażowanie uczniów do czynnego udziału w lekcjach wykorzystując ich przykłady i kontrprzykłady oraz pomysły na rozwiązanie zadania, nie narzucając im od razu własnej metody. Pozwalamy naszym wychowankom tworzyć własną strategię rozwiązania problemu.
9. Rozwiązywanie zadań różnymi sposobami wyrabiając przy tym umiejętność poszukiwania najprostszych rozwiązań.
10. Rozwiązywanie testów i zestawów maturalnych.
11. Udział uczniów w diagnozach, minimaturach i maturach próbnych
12. Zachęcanie uczniów do uczestnictwa w konkursach i projektach matematycznych:
  - Olimpiada Matematyczna
  - szkolne, okręgowe, wojewódzkie konkursy matematyczne
  - Kangur Matematyczny



- projekt „Współ w zespół z Matematyką bez Granic”

## 9. METODY KONTROLI I OCENY

Głównym obszarem oceniania ucznia przez nauczyciela powinny być wiedza i umiejętności pozwalające na gromadzenie i pogłębianie zdobytej wiedzy.

Ocenianie powinno:

- sprawdzać wiedzę i umiejętności ucznia,
- uświadamiać braki uczniom, wykrywać w porę trudności w nabywaniu różnych umiejętności,
- motywować ucznia do dalszej pracy i pokonywania trudności,
- być przeprowadzane systematyczne,
- uświadamiać nauczycielowi z jakimi zadaniami, czy treściami nauczania uczniowie mają problemy i kiedy zastosować odpowiednie działania naprawcze.

Egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, dlatego największą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. Począwszy od matury 2010 roku przyjęto tzw. holistyczny system oceniania, który polega na całościowym spojrzeniu na rozwiązanie zadania. Przystępując do oceny rozwiązania zadania należy odpowiedzieć na pytanie, jak daleko zdający doprowadził swoje rozwiązanie i czy rozwiązał zadanie do końca.

Zadania otwarte w arkuszu maturalnym możemy podzielić na dwie grupy: zadania krótkiej odpowiedzi (za 2 punkty) i zadania rozszerzonej odpowiedzi (od 4 do 6 punktów). W zadaniach krótkiej odpowiedzi maturzysta otrzymuje 1 punkt za rozwiązanie, którego nie doprowadził do końca lub w którym popełnił błędy; określone jest jednak pewne minimum, które w tym rozwiązaniu musi być dokonane, by ten jeden punkt przyznać. W rozwiązaniach zadań rozszerzonej odpowiedzi zostaje wyróżniona najważniejsza faza: pokonanie zasadniczych trudności zadania. Za pokonanie zasadniczych trudności zadania przyznaje się co najmniej połowę punktów, jakie zdający otrzymałby za bezbłędne rozwiązanie danego zadania. Na przykład w zadaniu za 5 punktów za pokonanie zasadniczych trudności zadania zazwyczaj przyznajemy 3 punkty, a w zadaniach za 6 punktów – 3 lub 4 punkty. Przed pokonaniem zasadniczych trudności zadania wyróżniamy jeszcze jedną lub dwie fazy je poprzedzające: dokonanie niewielkiego postępu, który jednak jest konieczny dla rozwiązania zadania oraz dokonanie istotnego postępu w rozwiązaniu zadania. Zdający, który pokonał zasadnicze trudności zadania mógł na tym poprzestać lub rozwiązywać bezbłędnie zadanie do końca, albo w rozwiązaniu popełnił błędy niewpływające na poprawność całego rozumowania (np. nieistotne dla całego rozumowania błędy rachunkowe lub błędy



nieuwagi). Podobnie wyróżniamy kategorię pokonania zasadniczych trudności z nieistotnymi błędami. W każdym przypadku określana jest liczba punktów przyznawana za rozwiązania w każdej lub w niektórych z tych kategorii.

Aby ocena była w jak największym stopniu obiektywna należy stosować różne formy oceniania, takie jak:

- sprawdziany pisemne - matury próbne, minimatury (diagnoza z całego roku lub dwóch lat), diagnozy wstępne, prace klasowe (sprawdzian z działu), sprawdziany (z części działu), kartkówki (krótkie sprawdziany do 20 min.), testy wyboru,
- odpowiedzi ustne – referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich lekcji, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.,
- praca w grupach,
- zadanie domowe, projekty międzyprzedmiotowe,
- aktywność na zajęciach.

Wyniki matur próbnych, diagnoz i minimatur podawane są w procentach. Takim u wyniku można przyporządkować ocenę cząstkową zgodnie z zasadą przeliczania punktów na oceny

0 % - 39% - niedostateczny

40 % - 49 % - dopuszczający

50 % - 74% - dostateczny

75 % - 89% - dobry

90 % - 99 % - bardzo dobry

100 % – celujący (lub ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe)

Diagnozę wstępną, czyli sprawdzian wiadomości i umiejętności po ukończeniu gimnazjum, przeprowadzamy na początku pierwszego semestru klasy pierwszej (najlepiej we wrześniu).

## MINIMATURY

Minimatura, to diagnoza, której arkusz jest podobny do arkusza maturalnego i jest przeprowadzany dwukrotnie w ciągu całego cyklu kształcenia. Pierwsza minimatura - koniec drugiego semestru pierwszej klasy lub początek pierwszego semestru drugiej klasy. Jej wynik pozwala określić poziom opanowania przez uczniów wiadomości i umiejętności klasy pierwszej. Druga minimatura - koniec drugiego semestru drugiej klasy lub początek pierwszego semestru trzeciej klasy. Wynik tej z kolei określa poziom opanowania przez uczniów wiadomości i umiejętności klasy pierwszej i drugiej. Najlepszym rozwiązaniem, w zależności od możliwości organizacyjnych szkoły, byłoby, żeby na drugiej minimaturze z poziomu podstawowego uczeń miał około 20 zadań (np. 12 zadań zamkniętych, 6 krótkiej i 2 rozszerzonej odpowiedzi) i około 90 minut na ich rozwiązanie.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Wynik każdej z minimatur jest informacją o stopniu opanowania przez ucznia wiedzy i umiejętności sprawdzanych na egzaminie maturalnym i jest on uwzględniany przy ocenie śródrocznej i końcowej zgodnie z opisem zawartym w przedmiotowym systemie oceniania.

Proponuję, żeby ocena semestralna była średnią ważoną ocen cząstkowych ucznia zgromadzonych w danym semestrze. W jaki sposób przyporządkować wagi odpowiednim formom oceniania przedstawiam w tabeli.

| waga | Forma oceniania                                                                      |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 3    | Prace klasowe, matury próbne, diagnozy, minimatury                                   |
| 2    | Sprawdziany z kilku ostatnich lekcji, odpowiedzi, kartkówki                          |
| 1    | Pozostałe: zadania domowe, praca na lekcji, praca w grupach, referaty, projekty itp. |

Oceną końcową można obliczyć w podobny sposób. Ocena za semestr pierwszy 40% , a drugi to 60 % oceny rocznej.

### Ogólne kryteria ocen z matematyki

Ocenę **celującą** otrzymuje uczeń, który:

- z prac klasowych, sprawdzianów i diagnoz otrzymuje oceny celujące i bardzo dobre
- bierze udział i osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych
- samodzielnie tworzy i stosuje strategię rozwiązywania problemu matematycznego
- prowadzi rozumowanie tworząc łańcuch argumentów i potrafi uzasadnić jego poprawność
- twórczo rozwija swoje uzdolnienia matematyczne

Ocenę **bardzo dobrą** otrzymuje uczeń, który:

- samodzielnie rozwiązuje zadania
- z diagnoz, większości sprawdzianów i prac klasowych otrzymuje oceny bardzo dobre
- zna definicje i twierdzenia i umie je zastosować w zadaniach
- buduje lub dobiera model matematyczny do danej sytuacji uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia oraz krytycznie ocenia trafność tego wyboru
- tworzy i stosuje strategię rozwiązania problemu matematycznego

Ocenę **dobrą** otrzymuje uczeń, który:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



- samodzielnie rozwiązuje typowe zadania
- z diagnoz, większości sprawdzianów i prac klasowych otrzymuje oceny dobre
- dobiera model matematyczny do danej sytuacji uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia oraz krytycznie ocenia trafność tego wyboru
- jest sprawny rachunkowo
- zna i rozumie definicje, algorytmy i twierdzenia
- przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne

Ocenę **dostateczną** otrzymuje uczeń, który:

- z diagnoz i większości sprawdzianów i prac klasowych otrzymuje oceny dostateczne
- zna, rozumie i interpretuje podstawowe pojęcia matematyczne objęte podstawą programową
- operuje prostymi obiektami matematycznymi w rozwiązywanie typowych ćwiczeń i zadań
- wykonuje proste obliczenia i przekształcenia matematyczne
- używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników

Ocenę **dopuszczającą** otrzymuje uczeń, który;

- opanował podstawowe wiadomości i umiejętności objęte podstawą programową
- z diagnoz i większości sprawdzianów i prac klasowych otrzymuje oceny dopuszczające
- samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela wykonuje zadania i ćwiczenia o niewielkim stopniu trudności
- zna i rozumie najprostsze pojęcia i twierdzenia
- wykorzystuje i interpretuje tekst matematyczny
- po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik

Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności objętych podstawą programową
- z diagnoz i większości sprawdzianów i prac klasowych otrzymuje oceny niedostateczne
- nie radzi sobie ze zrozumieniem najprostszych definicji i twierdzeń
- nie potrafi samodzielnie lub przy pomocy nauczyciela rozwiązać najprostszych ćwiczeń i zadań
- nie wykazuje chęci współpracy w celu wyeliminowania braków i opanowania podstawowych wiadomości i umiejętności

## 10. PRZYKŁAD DIAGNOZY WSTĘPNEJ, PRACY KLASOWEJ, MINIMATURY

### DIAGNOZA WSTĘPNA W SZKOLE PONADGIMNAZJALNEJ

1. (2 pkt) Oblicz wartość wyrażeń:

$$\text{a) } \sqrt{1\frac{24}{25}} - (-1)^7 \quad \text{b) } \left(-\frac{4}{5} : 1,6\right) - \left(-\frac{1}{5} + 2,2\right)$$

2. (2 pkt) Rozwiąż równanie  $\frac{x-3}{3} = x - \frac{2x-1}{2}$

3. (2 pkt) Rozwiąż algebraicznie układ równań  $\begin{cases} x-3y = -5 \\ 3x+y = 5 \end{cases}$

4. (2 pkt) Cenę telewizora obniżono o 20%. Ile kosztował telewizor przed obniżką, jeżeli wysokość obniżki wynosi 420 zł?

5. (3 pkt) Narysuj wykres funkcji  $y = -2x - 6$  i oblicz pole trójkąta ograniczonego wykresem tej funkcji i osiami układu współrzędnych.

6. (3 pkt) Rozwiąż nierówność  $6x(x-4) \geq (3x-2)(2x-5)$  Podaj największą liczbę całkowitą spełniającą tę nierówność.



7. (3 pkt) Oblicz wysokość trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 12 cm i 9 cm poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego.
8. (3 pkt) Kosz na śmieci ma kształt prostopadłościanu o wymiarach 15 cm x 25 cm x 30 cm . Oblicz, jaką pojemność ma ten kosz. Wynik zaokrąglij do 1 litra. Zapisz obliczenia.

## PRACA KLASOWA

### GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY - poziom podstawowy

W zadaniach 1 – 5 wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź. W rozwiązaniach zadań otwartych 6 – 10 przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń może spowodować , że za to rozwiązanie możesz nie dostać pełnej liczby punktów.

#### Zadania zamknięte

1. (1 pkt) Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 3 wynosi

A. 54                      B. 144                      C. 27                      D. 36

2. (1 pkt) Przekątna podstawy sześcianu o krawędzi

A                      B.  $\sqrt{6}$                       C. 2                      D. 4

3. (1 pkt) Objętość prostopadłościanu o wymiarach 3x4x7

A. 31                      B. 19                      C. 122                      D. 84

4. (1 pkt) Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o krawędzi podstawy 4 i wysokości ściany bocznej 9 wynosi

A. 72                      B. 54                      C. 18                      D. 36

- 5.(1 pkt) Pole podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy 2 wynosi

A.  $\sqrt{3}$                       B.                      C.                      D. 6



### Zadania otwarte

6.(2 pkt) Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o wysokości ściany bocznej 5 i krawędzi podstawy 8.

7.(2 pkt) Oblicz długość krawędzi podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wiedząc, że pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa wynosi  $90 \text{ cm}^2$ , a pole powierzchni bocznej  $72 \text{ cm}^2$ .

8.(2 pkt) Oblicz objętość ostrosłupa o wysokości 9, którego podstawa jest trapezem. Podstawy tego trapezu mają długość 4 i 6, a wysokość 2.

9.(4 pkt) Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy 8 cm, wiedząc, że jego ściana boczna jest nachylona do podstawy pod kątem  $60^\circ$ .

10.(5 pkt) Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o krawędzi podstawy 6 cm, wiedząc, że jego krawędź boczna jest nachylona do podstawy pod kątem  $30^\circ$ .

### Schemat oceniania zadań otwartych - propozycje

Za każdy prawidłowy sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów. Za część rozwiązania konieczną na drodze do całkowitego rozwiązania – liczbę punktów proporcjonalnie do pokonanych trudności zadania.

Zad.6

Postęp:

Obliczenie wysokości ostrosłupa - 1p

Rozwiązanie bezbłędne:

Obliczenie objętości ostrosłupa – 2p

Zad.7

Postęp:

Obliczenie pola podstawy – 1p

Rozwiązanie bezbłędne:

Obliczenie krawędzi podstawy tego graniastosłupa – 2p

Zad.8

Postęp:

Obliczenie pola podstawy – 1p

Rozwiązanie bezbłędne:

Obliczenie objętości ostrosłupa - 2p

Zad.9

Postęp:

Poprawnie zaznaczony na rysunku kąt nachylenia ściany bocznej do podstawy - 1p

Istotny postęp:



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Obliczenie wysokości ściany bocznej – 2p  
Pokonanie zasadniczych trudności zadania:  
Obliczenie pola powierzchni bocznej – 3p  
Rozwiązanie bezbłędne:  
Obliczenie pola powierzchni całkowitej tego ostrosłupa – 4p

Zad 10.

Postęp:

Poprawnie zaznaczony na rysunku kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy – 1p

Istotny postęp:

Obliczenie  $\frac{2}{3}$  wysokości podstawy – 2p

Pokonanie zasadniczych trudności zadania:

Obliczenie wysokości ostrosłupa – 3p

Rozwiązanie prawie całkowite:

Obliczenie pola podstawy - 4p

Rozwiązanie bezbłędne:

Obliczenie objętości tego ostrosłupa – 5p

KOD ZDAJĄCEGO

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

## MINIMATURA Z MATEMATYKI DLA KLAS I

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy **45 minut**

### Instrukcja dla zdającego

1. Arkusz zawiera zadania zamknięte i otwarte
2. Odpowiedzi do zadań zamkniętych przenieś do tabeli, zamaluj ■ pola do tego przeznaczone
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń może spowodować, że za to rozwiązanie możesz nie dostać pełnej liczby punktów.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie
6. Obok numeru zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych i kalkulatora.
8. Za rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie 20 punktów.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



|        |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|
| Zad. 1 | A | B | C | D |
| Zad. 2 | A | B | C | D |
| Zad.3  | A | B | C | D |
| Zad.4  | A | B | C | D |

Życzymy powodzenia!

### ZADANIA ZAMKNIĘTE

$$f(x) = -2x^2 + 4x - 4$$

1.(1 pkt) Zbiorem wartości funkcji

- A.  $\{-2; +\infty\}$       B.  $\{2; +\infty\}$       C.  $(-\infty; -2)$       D.  $(-\infty; -2)$

2.(1 pkt) Liczba jest równa

- A.  $\frac{6 - 2\sqrt{2}}{7}$       B.  $\frac{-6 - 2\sqrt{2}}{7}$       C.      D.  $6 - 2\sqrt{2}$

3.(1 pkt) Wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty A = (-3; 0) i B = (0; 4) ma postać:

- A.  $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$       B.  $f(x) = \frac{4}{3}x - 4$       C.  $f(x) = -\frac{3}{4}x$       D.

4.(1 pkt) Współczynnik kierunkowy prostej wynosi:

- A. 6      B. 2      C. -3      D. 7

### ZADANIA OTWARTE

$$Z = \left\{ -2; 0; 1; 2; \sqrt{9}; \sqrt[3]{64}; \frac{28}{5}; 10\pi \right\}$$

5.(1 pkt) Ze zbioru liczb  
pierwsze

wypisz liczby

6.(2 pkt) Oblicz, dla jakich wartości  $m$  funkcja liniowa jest rosnąca

7.(2 pkt) Rozwiąż nierówność  $-3x^2 - 5x + 2 \leq 0$

8.(2 pkt) Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji

$$f(x) = 3x - 5 \text{ i przechodzi przez punkt}$$

9.(3 pkt) Wyznacz wartość największą i najmniejszą funkcji



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

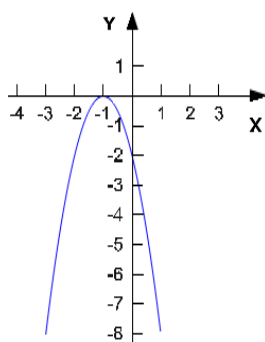


UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



$$f(x) = 2x^2 - 3x + 4 \text{ w przedziale}$$

10.(6 pkt) Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $y = f(x)$ . Wyznacz wzór tej funkcji w postaci kanonicznej i ogólnej oraz podaj:



- zbiór wartości funkcji
- maksymalny przedział, w którym funkcja jest rosnąca
- dla jakich argumentów funkcja ta przyjmuje wartości  
nieujemne

#### SCHEMAT OCENIANIA - propozycja

Za każdy prawidłowy sposób rozwiązania zadania przyznajemy maksymalną liczbę punktów. Za część rozwiązania konieczną na drodze do całkowitego rozwiązania – liczbę punktów proporcjonalnie do pokonanych trudności zadania.

1. C 2. A 3. D 4. B

5. 2;  $\sqrt{9}$  - 1 pkt

6. Zapisanie warunku  $a > 0$  – 1p

Rozwiązanie nierówności  $m < 2,5$  m – 1p

7. Obliczenie miejsc zerowych - 1p

Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności – 1p

8. Postęp:

Zapisanie równania prostych równoległych do danej prostej –  $y = 3x + b$  – 1p

Rozwiązanie bezbłędne:

Wyznaczenie równania prostej równoległej przechodzącej przez punkt A –  $y = 3x + 7$  – 2p

9. Postęp:

Obliczy wartości funkcji na końcach przedziału – 1p

Rozwiązanie prawie całkowite:

Zapisać, czy  $x_w = \frac{3}{4}$  należy do  $\{0; 2\}$  i obliczyć  $y_w = 2\frac{7}{8}$  - 2p

Rozwiązanie bezbłędne:

Zapisać prawidłową odpowiedź  $y_{max} = 6$  dla  $x = 2$ , – 3p



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



10. Postęp:

Poda na podstawie wykresu własności funkcji wymagane w podpunktach a, b i c – 3 pkt

Za każdą prawidłową odpowiedź do podpunktu po 1p

$(f(D) = (-\infty; -1] \cup 0), \quad (-\infty; -1] \cup -1), \quad R\{-1\})$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania:

Zapisać wzór funkcji w postaci kanonicznej  $y = a(x + 1)^2 - 4p$

Rozwiązanie prawie całkowite:

Wyznaczyć współczynnik  $a = -2 - 5p$

Rozwiązanie bezbłędne:

$$y = -2x^2 - 4x - 2$$

Przekształcić postać kanoniczną na postać ogólną

– 6p

## 11. PRZYKŁAD KARTY PROJEKTU DYDAKTYCZNEGO I SCENARIUSZA LEKCJI

### KARTA PROJEKTU DYDAKTYCZNEGO

**Temat projektu:** Praktyczne zastosowania statystyki (propozycja tematów: Zatrudnienie w zakładach w mojej miejscowości, Moje preferencje zawodowe, Zastosowanie statystyki w geografii, Zastosowanie statystyki w biologii, Jak spędzam wolny czas?, Jakiej muzyki słucham? Wybory samorządowe lub parlamentarne – na kogo oddasz swój głos?)

**Nauczyciel prowadzący:** X.... Y.....

**Etapy i terminy realizacji:**

1 semestr – podział klasy na grupy – na przykład pięcioosobowe, wybranie liderów grup, tematu do opracowania i przydzielenie zadań poszczególnym osobom w danej grupie oraz przygotowanie teoretyczne do realizacji projektu

2 semestr – praca nad projektem w grupach, kwiecień – maj – prezentacja projektu

**Typ projektu:** np. badawczy, międzyprzedmiotowy

**Przedmioty projektu:** np. matematyka lub matematyka i geografia

**Cele:**

a) Ponadprzedmiotowe:

- Kształtowanie umiejętności:

- poszukiwania informacji z różnych źródeł i analizowania tych informacji,



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- analizowanie wiadomości pod kątem przydatności do realizacji zadania,
- poszukiwanie informacji w Internecie związanych ze statystyką.
- Uczenie się odpowiedzialności, podejmowania decyzji, dokonywania samooceny.
- Rozwijanie umiejętności pracy w grupie, wyrażania własnych opinii, słuchania innych osób, poszukiwania kompromisów, dokonywania oceny pracy swojej i innych.

b) przedmiotowe

- Kształcenie umiejętności:
  - wykonywania i analizowania wykresów i diagramów,
  - wyznaczania dominanty, mediany, średniej arytmetycznej, wariancji i odchylenia standardowego.
- Zainteresowanie matematyką i jej powiązaniem z życiem codziennym.

**Forma prezentacji:** ustna prezentacja pracy poszczególnych grup na forum klasy na lekcjach matematyki poparta wykonanymi przez członków danej grupy pomocami – tabele, wykresy itp.

**Realizatorzy projektu:**

Klasa podzielona na przykład na 5 osobowe grupy.

**Zadania ucznia:**

- Zebranie danych statystycznych zgodnie z wybranym problemem badań (z wykorzystaniem Internetu, roczników statystycznych lub samodzielnie sporządzonych ankiet).
- Przedstawienie danych statystycznych w postaci tabel, wykresów i diagramów, w miarę możliwości z wykorzystaniem grafiki komputerowej.
- Analiza danych - wyznaczanie średniej, dominanty, mediany i odchylenia standardowego.
- Sformułowanie wniosków związanych z przeprowadzonymi badaniami statystycznymi.
- Prezentacja pracy poszczególnych grup na lekcjach matematyki pod koniec drugiego semestru (ustne wystąpienie na forum klasy poparte zestawieniami

danych statystycznych - tabele, wykresy i diagramy wydrukowane lub przygotowane własnoręcznie na dużych kartkach papieru).

### **Zadania nauczyciela:**

- Przygotowanie teoretyczne do wykonania projektu:
  - zapoznanie uczniów z podstawowymi pojęciami statystyki,
  - zastosowanie tych pojęć w rozwiązywaniu różnych zadań na lekcji.
- Pomoc w wyborze tematu badań i jego opracowaniu
- Ocena projektu

Ocenianiu podlegają grupy, które wykonały całość zaplanowanej pracy. Projekt ocenia wspólnie z klasą nauczyciel prowadzący.

### **Kryteria oceny:**

- realizacja tematu i jego prezentacja,
- umiejętność współpracy w grupie,
- prawidłowe wykonanie obliczeń statystycznych,
- zastosowanie terminologii matematycznej,
- umiejętność wyciągania wniosków.

## **SCENARIUSZ LEKCJI MATEMATYKI DLA II KLASY LICEUM ZAKRES PODSTAWOWY**

**Temat: Funkcja kwadratowa, jej wykres i własności – powtórzenie i utrwalenie wiadomości**

### **Cele operacyjne:**

Uczeń potrafi:

- rozpoznać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, iloczynowej i kanonicznej,
- przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach,
- obliczać wyróżnik trójmianu kwadratowego,
- wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej,
- sporządzać wykresy funkcji kwadratowych,



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



- odczytywać własności funkcji kwadratowej z jej wykresu,
- określać przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej,
- rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,
- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie wykresu.

#### **Pomoce dydaktyczne:**

-zestawy pytań i zadań.

#### **Metody pracy:**

-pogadanka i elementy wykładu,  
-ćwiczenia.

**Formy pracy:** praca indywidualna i w grupach

**Czas trwania zajęć:** 2 godziny lekcyjne

#### **Przebieg lekcji:**

1. Sprawdzenie listy obecności, zapisanie tematu i podanie celów lekcji.
2. Przypomnienie podstawowych definicji, wzorów i własności funkcji kwadratowej.
3. Podział klasy na grupy np. 5 grup sześciuosobowych. Każda grupa otrzymuje kartę pracy z zadaniami do wypełnienia w czasie lekcji.
4. Rozwiązywanie zadań powtórzeniowych.
5. Podsumowanie i ocena pracy.  
Przewodniczący grup po rozwiązaniu wszystkich zadań wymieniają się kartami pracy. Nauczyciel przedstawia schemat oceniania zadań i omawia wspólnie z klasą rozwiązania. Liderzy wspólnie z członkami grup oceniają rozwiązania zadań, zliczają punkty i podają wynik procentowy.
6. Zadanie domowe – zadanie podobne do zadania, które sprawiło uczniom najwięcej problemów

#### **Karta pracy grupy**

Klasa..... Lider grupy:.....  
Skład grupy:.....  
.....  
.....

#### **Rozwiązania zadań**

**Zadanie 1.** (4 pkt)



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

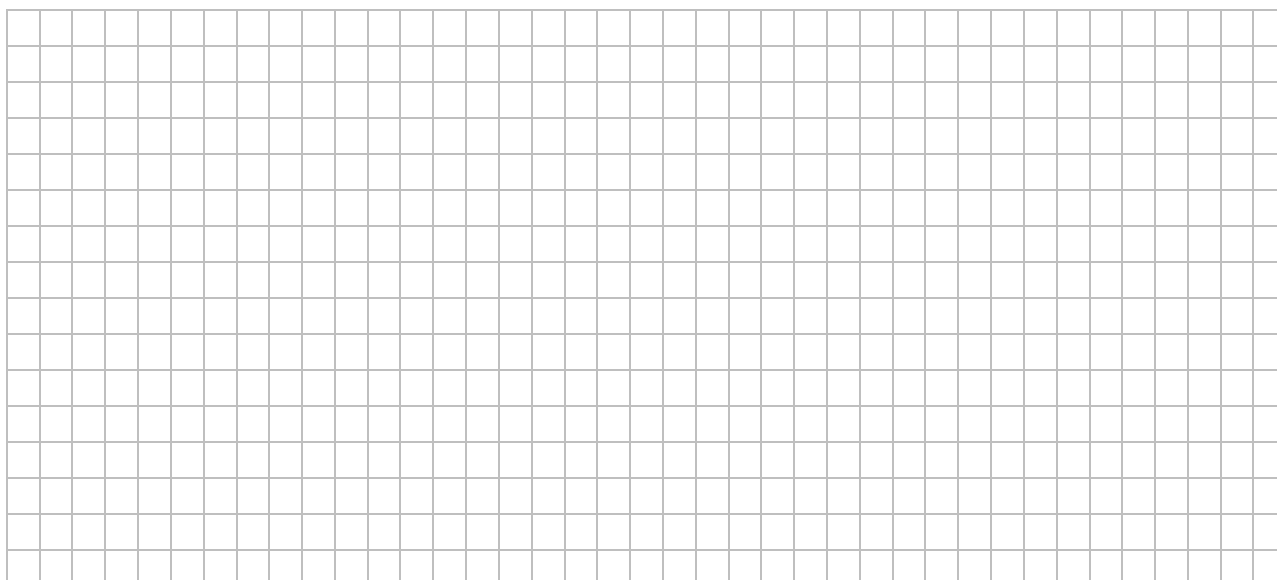


UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



$$y = -3(x - 1)^2 + 3$$

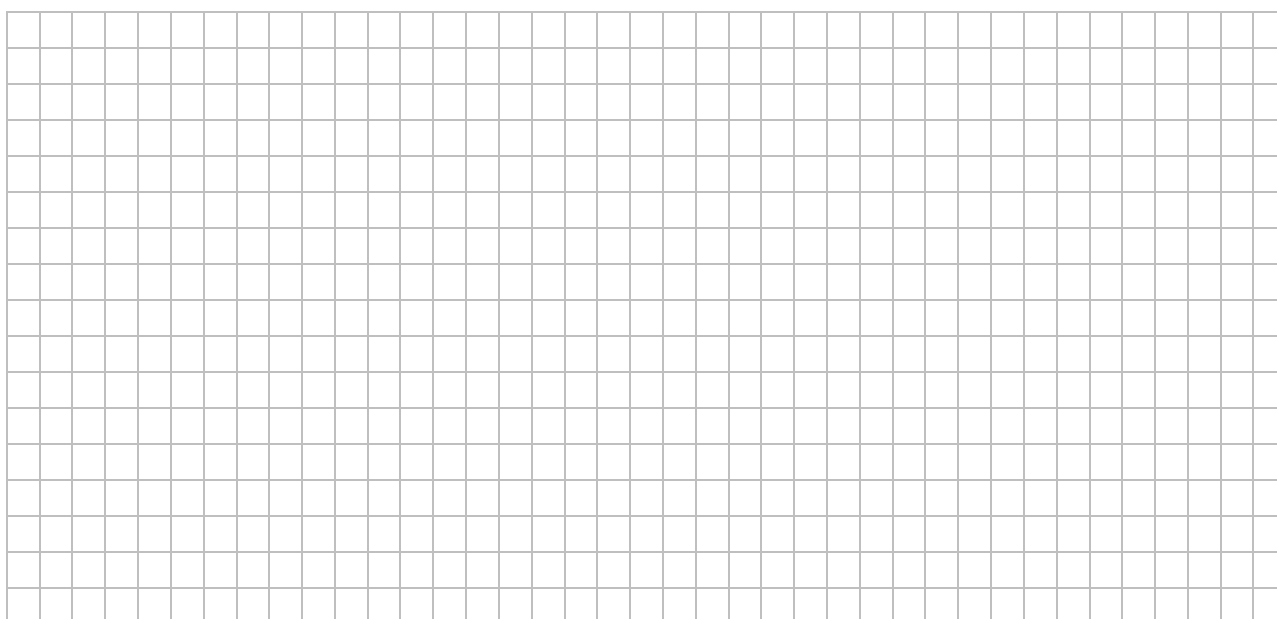
W jakiej postaci podany jest wzór funkcji kwadratowej \_\_\_\_\_ ? Wyznacz wzór tej funkcji w pozostałych dwóch postaciach (o ile istnieją). Jakie własności podanej funkcji kwadratowej można z każdego z tych zapisów odczytać? Napisz trzy odczytane własności.



**Zadanie 2. (4 pkt)**

$$y = 2x^2 - 4x - 6$$

Narysuj wykres funkcji \_\_\_\_\_ . Zapisz niezbędne obliczenia.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY





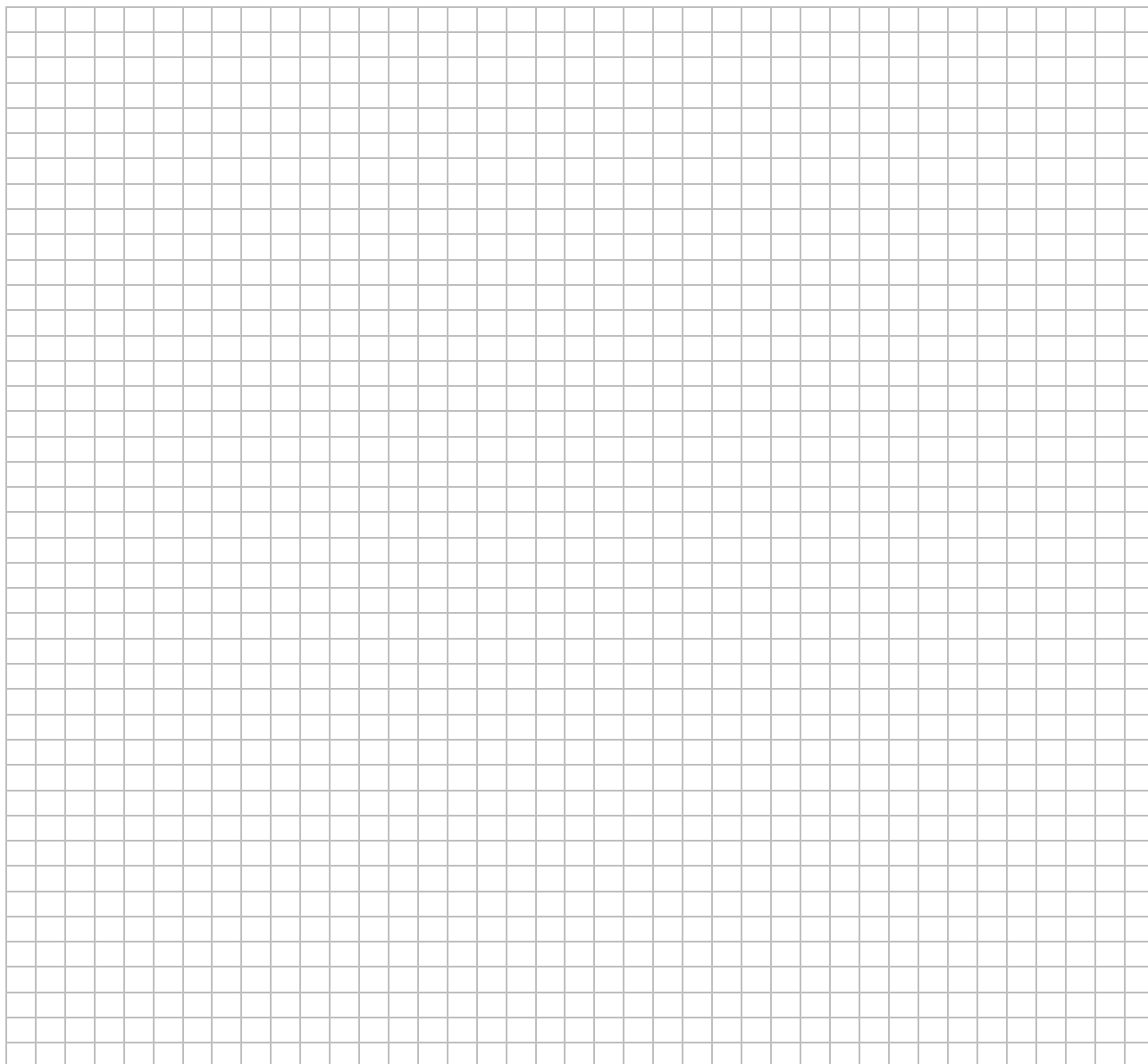
Rozwiąż równania i nierówności:

a)

c)  $x^2 + 25 > 10x$

b)  $x^2 \leq 9$

d)



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
tel. 22 345 37 00  
fax 22 345 37 70

[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Program nagrodzony w konkursie na programy nauczania organizowanym w projekcie „Wdrożenie podstawy programowej kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół ze szczególnym uwzględnieniem II i IV etapu edukacyjnego” współfinansowanym ze środków Unii Europejskiej



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Publikacja współfinansowana przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego