**Małgorzata Skura, Michał Lisicki** Scenariusz zajęć dydaktycznych *Planowanie pracy nauczyciela na I etapie edukacyjnym – edukacja matematyczna*

**CELE NAUCZANIA MATEMATYKI [[1]](#footnote-1)**

Formułując cele nauczania matematyki należy brać pod uwagę przesłanki związane ze specyfiką tego zakresu edukacji:

* matematyka przydaje się w codziennym życiu i funkcjonowaniu w społeczeństwie;
* matematyka ma zastosowanie w uczeniu się innych przedmiotów (innych zakresów edukacji);
* matematyka daje możliwość rozwoju procesów intelektualnych, rozwija rozumowanie indukcyjne i dedukcyjne, twórcze myślenie i umiejętności komunikowania się;
* uczenie się matematyki może być źródłem satysfakcji i przyjemności;
* matematyka jest istotną i charakterystyczną formą wiedzy człowieka, z własnymi koncepcjami i zasadami, własnym sposobem dokonywania twierdzeń, formułowania argumentów, uzasadniania wniosków;
* matematyka jest znaczną częścią dziedzictwa kulturowego.

Edukacja matematyczna nie powinna ograniczać się do umiejętności i wiedzy z matematyki. Dobrze prowadzona przyczynia się do rozwoju podstawowych umiejętności poznawczych, takich jak obserwacja, umiejętność reprezentowania danych, interpretowania ich, analizowania i syntetyzowania, ale też oceniania i realizowania zaplanowanych działań. Treści matematyczne zorganizowane są logicznie - jedne wynikają z innych. Jedne zagadnienia są nadrzędne inne podrzędne, pomiędzy nimi są różne związki. Uczniowie rozwiązując problemy stawiane przed nimi przez nauczycieli, stosują różne strategie. Uczą się weryfikować prawdziwość otrzymywanych wyników, a dzięki temu stają się odkrywcami i krytycznymi użytkownikami wiedzy. Matematyka już od pierwszych zajęć powinna być przedstawiana uczniom jako proces poszukiwania, proces próbowania i popełniania błędów. Proces, w którym używanie metod i budowanie rozumienia pojęć dokonuje się poprzez rozwiązywanie problemów, a nie w drodze przekazywania wiedzy.

**Celem edukacji matematycznej** na poziomie edukacji wczesnoszkolnej jest rozwijanie zdolności do poznawania rzeczywistości, stawiania hipotez, logicznego rozumowania, skutecznego wykorzystania różnych strategii i procedur matematycznych, rozwiązywania różnych problemów. Równie ważnymi celami jest poznanie podstawowych pojęć matematycznych z zakresu arytmetyki czy geometrii.

**TREŚCI EDUKACJI MATEMATYCZNEJ**

W doborze treści edukacji matematycznej można kierować się następującymi przesłankami:

* tym, co jest potrzebne do uczenia się matematyki w klasach starszych;
* tym, co się przyda dziecku w codziennym funkcjonowaniu;
* tym jakie są możliwości i potrzeby dziecka;
* zainteresowaniami ucznia.

Ważne założenia w doborze treści nauczania, które wynikają ze specyfiki edukacji matematycznej:

* matematyka posługuje się **swoim własnym językiem**, który jest rygorystyczny, precyzyjny i jednoznaczny. Uczniowie powinni nauczyć się czytać i pisać w tym języku, interpretować i tworzyć komunikaty matematyczne, potrafić przechodzić z jednego języka na inny (z werbalnego na graficzny, z graficznego na symboliczny itp.);
* matematyka ma **wewnętrzną, bogatą i spójną strukturę**. Wszystkie jej elementy są wzajemnie powiązane i trudne do zrozumienia w izolacji. Uczniowie mają poznać podstawowe pojęcia i procedury oraz relacje między nimi;
* układ treści w matematyce jest bardziej **liniowy** niż spiralny - są pojęcia podstawowe, na których buduje się kolejne, a na tych następne;
* w matematyce większość podejmowanych aktywności wiąże się z **sytuacjami rozwiązywania problemów.** Uczniowie majązbudować własne strategie i procedury radzenia sobie z problemami;
* **wiedza matematyczna jest abstrakcyjna**, sformalizowana, symboliczna, a proces nabywania takiej wiedzy powinien być w przedszkolu i w klasach początkowych szkoły podstawowej konkretny, oparty na własnym działaniu uczących się. Pozwala to na stopniowe przechodzenie w kierunku abstrakcji i symboliki.

Poniżej przykład hierarchicznego układu treści w edukacji matematycznej.

Poszczególne treści, nakładają się na siebie zarówno w czasie jak i poprzez wzajemnie powiązania. Na przykład: składanie liczby z jedności jak i rozkładanie liczby na jedności - są działaniami wzajemnie odwrotnymi, natomiast aspekt porządkowy i aspekt kardynalny są różnymi aspektami tej samej liczby.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| LICZBA W ASPEKCIE ARYTMETYCZNYM | | | |
| ⟰ | | | |
| DZIAŁANIA NA LICZBACH | | | |
| ⟰ | | | |
| DOLICZANIE | ODLICZANIE | ODWZOROWYWANIE LICZEBNOŚCI | |
| ⟰ | | | |
| SKŁADANIE LICZBY ZE SKŁADNIKÓW | | ROZKŁAD LICZBY NA SKŁADNIKI | |
| ⟰ | | | |
| SKŁADNIE LICZBY Z JEDNOŚCI | | ROZKŁAD LICZBY NA JEDNOŚCI | |
| ⟰ | | | |
| LICZBA W ASPEKCIE SYMBOLICZNYM | | | |
| ⟰ | | | |
| LICZBA W ASPEKCIE PORZĄDKOWYM | LICZBA W ASPEKCIE KARDYNALNYM | | |
| ⟰ | | | |
| PORÓWNYWANIE LICZEBNOŚCI | | USTALANIE RÓWNOLICZNOŚCI | |
| ⟰ | | | |
| LICZENIE | | | |
| ⟰ | | | |
| KLASYFIKACJA | RYTMY | SERIE | UZNAWANIE STAŁOŚCI LICZBY |

**METODY ROZWIJANIA POJĘĆ MATEMATYCZNYCH**

Naturalny bieg myśli w sytuacji uczenia się to: **czynność - słowo - symbol matematyczny.**

Praca dziecka związana z uczeniem się pojęć matematycznych powinna opierać się na następującym **schemacie**:

* każde działanie musi być wyrażone konkretnie - ruchem, manipulowaniem konkretem;
* wykonane działanie musi być opisane słowami wspartymi gestem;
* opis słowny powinien stopniowo być zastępowany symbolem.

Poniżej pokazujemy schemat uczenia się dodawania od działania na przedmiotach do działania na symbolach.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| etap 3 | **SYMBOL** | **5 + 3 = 8** | |
|  | ⟰ | | |
| etap 2 | **SŁOWO / GEST** | **PIĘĆ I TRZY TO RAZEM OSIEM** | |
|  | ⟰ | | |
| etap 1 | **CZYNNOŚĆ** | **☂☂☂☂☂** | **☂☂☂** |
| **PIĘĆ CZERWONYCH** | **TRZY NIEBIESKIE** |

Proces uczenia się matematyki to **interakcja między uczniem a mistrzem**. Mistrzem może być dorosły czy inne dziecko (nie koniecznie starsze):

* dziecko **naśladuje[[2]](#footnote-2)** mistrza - działają razem mistrz i uczeń;
* uczona umiejętność musi być wielokrotnie **powtórzona.** Uczeń powtarza razem z mistrzem. Powtarzać ma to samo, ale nie za każdym razem tak samo;
* w procedurze uczenia się musi zaistnieć też **nagroda**. Nagroda może mieć postać pochwały, a wraz z rozwojem emocjonalno - społecznym dziecka powinna nabierać coraz bardziej wewnętrznego (symbolicznego) charakteru. Samo rozwiązanie problemu staje się nagrodą.

Poniżej pokazujemy schemat uczenia się w interakcji ucznia z nauczycielem (mistrzem).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **NAUCZYCIEL / MISTRZ** | **UCZEŃ** |
|  |  |  |
| etap 4 | **JA PATRZĘ** | **JA ROBIĘ** |
| ⟰ | ⟰ | |
| etap 3 | **JA POMAGAM** | **JA ROBIĘ** |
| ⟰ | ⟰ | |
| etap 2 | **JA ROBIĘ** | **JA POMAGAM** |
| ⟰ | ⟰ | |
| etap 1 | **JA ROBIĘ** | **JA PATRZĘ** |

**ZASADY ORGANIZOWANIA EDUKACJI MATEMATYCZNEJ**

**Należy mieć na uwadze to, że treści z matematyki mają układ hierarchiczny - liniowy.**

Oznacza to, że na jednych pojęciach budowane są kolejne, a każde pojęcie konstruowane jest na bazie innych pojęć. Niezwykle ważne jest przestrzeganie kolejności doświadczeń proponowanych uczniom, które mają doprowadzić ich do skonstruowania określonego pojęcia matematycznego.

W przedszkolu i w klasie pierwszej szkoły podstawowej dzieci zbierają doświadczenia z zakresu:

* **klasyfikowania** według jednej i kilku cech;
* dostrzegania, kontynuowania **rytmów** oraz przekładania ich z jednej reprezentacji na inną;
* porządkowania obiektów w **serie** według malejącej lub narastającej określonej cechy;
* uznawania **stałości liczby** obiektów w obserwowanym zbiorze;
* myślenia **przyczynowo - skutkowego**;
* **kodowania i dekodowania** informacji za pomocą prostego, zrozumiałego dzieciom kodu (posługiwanie się reprezentacjami graficznymi);

a także:

* **liczenia** do przodu i wstecz w jak największym dostępnym dzieciom zakresie;
* posługiwania się regułą **jeden do jednego**;
* **porównywania liczebności** zbiorów za pomocą parowania.

Tego typu doświadczenia są podstawą do zrozumienia i posługiwania się pojęciem liczby. Najpierw uczniowie poznają liczby naturalne na zasadzie monograficznego opracowywania. Dotyczy to co najmniej liczb pierwszej dziesiątki. W tym okresie dzieci konstruują pojęcie liczby osobno w każdym zakresie, w jakim ona występuje. Na przykład, dziecko poznaje liczbę osiem osobno w aspekcie kardynalnym, osobno porządkowym, osobno symbolicznym i arytmetycznym. Kiedy już sprawnie posługuje się liczbą w każdym z tych zakresów możliwe jest ich integrowanie tak, żeby uczeń dostrzegł i zrozumiał wieloznaczność pojęcia liczby: **osiem** kubków to co innego niż **ósmy** w kolejce do lekarza, to co innego niż **cyfra 8**, która koduje liczbę osiem i jeszcze co innego niż opisanie liczby osiem działaniem, na przykład **6 dodać 2**.

Na bazie zrozumienia i posługiwania się liczbami pierwszej dziesiątki dziecko uczy się posługiwania liczbami w coraz to większym zakresie.

**Działania matematyczne projektuj cyklicznie i spiralnie.**

Bardzo ważne w uczeniu się pojęć matematycznych (zresztą dotyczy to wszelkich pojęć, jakie poznają dzieci) jest powtarzanie i rozszerzanie zakresu posługiwania się określonym pojęciem. Dziecko uczy się rozkładać liczbę na składniki. Ma 6 klocków i rozkłada je na różne sposoby na dwie kupki, określa słowami jak rozłożyło klocki. Nauczyciel proponuje jeszcze kilka podobnych doświadczeń - z innymi liczbami, innymi przedmiotami, inaczej zorganizowane. Za jakiś czas nauczyciel ponownie wraca do rozkładu liczby na składniki (powtarzanie). Widzi, że uczniowie dobrze radzą sobie z rozkładaniem liczb na dwa składniki, proponuje rozkładanie na 3, a potem na 4 i więcej składników (treści ułożone spiralnie).

**Kiedy utrwalasz posługiwanie się pojęciami matematycznymi, to dbaj o to, aby działania dzieci dotyczyły kilku treści.**

Matematyka ma swoją wewnętrzną strukturę. Jedne pojęcia opierają się na innych, a też pojęcia z jednego działu matematyki służą do rozwiązania zadania z innego działu. Nie można poznać dobrze liczb bez łączenia ich z operacjami matematycznymi. Dziecko zobaczy wtedy użyteczność liczb. Nie da się poznać własności figur geometrycznych bez zrozumienia istoty liczb i miar.

Takie różnorodne podejście budzi też w uczniach ciekawość i zainteresowanie matematyką.

**Ucz dzieci pojęć matematycznych w oparciu o ich własne działania, doświadczenia.**

Tylko wtedy, kiedy dziecko samodzielnie będzie działało ma szansę efektywnie nauczyć się pojęć matematycznych. Naiwnym jest sądzenie, że uczeń sam matematykę odkryje. Może sam odkryć jedynie niektóre jej prawa. Większości pojęć (odkrytych już dawno temu) nauczy się kiedy będzie samodzielnie doświadczał, umiejętnie prowadzony przez dorosłego.

Matematyki nie można nauczyć przez przekazanie wiedzy od tego, który wie (nauczyciela) do tego, który się uczy. Model transmisyjny nie działa w tej sytuacji. Na zajęciach z edukacji matematycznej każde dziecko powinno osobiście działać. Na początku działaniem będzie manipulowanie przedmiotami. Już wtedy istotna jest refleksja na temat tego, co się robi. Cenne są sytuacje, w których dzieci mogą zadawać pytania i odpowiadać na pytania innych. Z czasem przedmioty zastępują gesty i rysunki, a te stopniowo są zastępowane obiektami reprezentowanymi wyłączenie w umyśle. Na każdym z tych poziomów najistotniejsze jest, żeby działanie było wykonywane przez dziecko (osobę, która uczy się), czy to na poziomie działania na rzeczach, czy na wyobrażeniach, czy też wyłącznie na symbolach.

Zawsze trzeba proponować uczniom sytuacje, w których będą rozmawiać, wygłaszać swoje opinie, hipotezy, wyjaśniać i debatować na temat wyników zadań.

Warto proponować dzieciom zadania, które odnoszą się do otaczającej je rzeczywistości, do ich potrzeb i zainteresowań. Wtedy dziecko będzie zmotywowane do rozwiązania zadania. Nie jeden mały uczeń nie chce zająć się zadaniem, bo co go na przykład interesuje jakaś hipotetyczna dziewczynka, która zgubiła gumki. Kiedy sytuacja opisana w zadaniu - *Magda miała 8 gumek w kieszeni. Trzy gumki zgubiła. Ile gumek jej zostało?* - dotyczyłaby jego lub znanej mu osoby, to sytuacja z punktu wiedzenia dziecka wygląda zupełnie inaczej. Wtedy warto zająć się problemem - sytuacja ma wartość użyteczną.

**Pojęcia matematyczne, którymi posługują się dzieci w większości mają jeszcze charakter intuicyjny.**

Dzieci już w przedszkolu dużo wiedzą i potrafią z matematyki. Ich wiedza w dużej mierze jest błędna, niekompletna. Pojęcia matematyczne mają charakter intuicyjny. Dziecko wie, że trzeba to tak i tak zrobić, ale nie umie wyjaśnić, dlaczego, po co.

**Wiedza matematyczna dziecka jest stopniowo uogólniania.**

Stopniowo, w miarę możliwości i umiejętności dzieci zaczynają korzystać z symboli matematycznych. Poznają i rozumieją ich umowność, arbitralność, uniwersalność. Kodowanie i dekodowanie informacji prowadzi do generalizacji wiedzy matematycznej.

Dziecko do 3 - jabłek, klocków, misiów, kubków - dodaje 2 - jabłka, klocki, misie, czy kubki. Liczy, że razem ma 5: jabłek, klocków, misiów czy kubków. Z czasem uczy się tę sytuację zapisywać formułą matematyczna: 3 + 2 = 5. Tak zapisane działanie może odnosić się do sytuacji dodawania przedmiotów, a też dodawania jednostek miary (3 cm + 2 cm = 5 cm), czy posługiwania się wyłącznie liczbami.

Warunkiem uogólnienia wiedzy matematycznej jest osobiste zebranie przez dziecko wielu doświadczeń, które stopniowo są interioryzowane.

**W matematyce niczego się nie odgaduje tylko rozwiązuje, oblicza, odpowiada na pytania.**

Uczniowie nie powinni traktować zadań jak zagadek, ale jak problemy do rozwiązania. Matematyka szuka rozwiązań, a nie uczy odgadywać. Matematyka to przewidywanie - określania tego, co się na pewno wydarzy. Jeżeli dziecko ma 7 cukierków i zje 3 z nich, to na pewno zostaną mu 4 cukierki. Ze stuprocentową pewnością wiadomo, co w tej sytuacji się wydarzy.

Dziecko, które nie posługuje się jeszcze biegle pojęciami matematycznymi, będzie odgadywało. Uczeń, który zaczyna rozmyślnie posługiwać się pojęciami matematycznymi będzie próbował obliczyć a nie odgadnąć. A taki uczeń, który będzie już biegły z matematyki po obliczeniach poda wynik z wielką pewnością.

W poleceniach kierowanych do uczniów warto unikać sformułowania “zgadnij”, lepiej powiedzieć “rozwiąż, oblicz”.

**Celem urozmaicania zajęć nie jest rozrywka, ale skupienie i utrzymanie uwagi.**

Zadania proponowane uczniom powinny zachęcać ich do wglądu w strukturę problemu i relacje między różnymi pojęciami.

Trzeba potrafić zdefiniować cel zajęć i precyzyjnie określić, jakie działania dzieci mają doprowadzić do zrealizowania tego celu. Zadbać o to, aby propozycje były dla dzieci ciekawe i zajmujące. Wszystkie dodatkowe działania dzieci na zajęciach nie mogą przesłaniać procesu konstruowania określonego pojęcia matematycznego.

Dzieci rozwiązują zadanie tekstowe: Na łące były 3 sarenki. Doszły 4. Ile jest razem sarenek? Rysowanie sarenek - najpierw trzech, potem jeszcze czterech - nie dość, że zajmuje dużo czasu, to odsuwa myślenie dzieci od rozwiązania zadania. Dziecko koncentruje się głównie na rysowaniu. Zamiast sarenek dziecko może rysować kreski czy kropki, albo układać patyczki. Jeżeli nie radzi sobie z takim sposobem rozwiązania zadania (posłużeniem się reprezentacją sarenki) i wymaga jeszcze bezpośredniego odwołania się do obiektu, o którym jest mowa w zadaniu, to wątpliwe, żeby narysowanie sarenek pomogło. Dziecku może być potrzebne bezpośrednie manipulowanie obiektami o których mowa jest w zadaniu (co w przypadku zadania o sarenkach jest raczej niemożliwe).

**Proponuj uczniom różne typy zadań.**

W edukacji matematycznej można wyróżnić: zadania - problemy i zadania - ćwiczenia. Mogą być one w formie działania na konkretach, na rysunkach lub na symbolach. Zadania - problemy prowadzą do zrozumienia pojęcia, zaś zadania - ćwiczenia służą nabieraniu biegłości w rachowaniu. Są także inne typy zadań, których cele można określić jako „czysto matematyczne“ lub odnoszące się przede wszystkim do codziennego życia.

Na przykład zadaniem „czysto matematycznym“ będzie:

*Oblicz działanie 3 + 4 =*.

Zadaniem odnoszącym się do życia będzie na przykład:

*Janek ma dwie piłki do koszykówki i 4 piłeczki do tenisa. Ile piłek ma Janek?*

Rozwiązywanie wielu zadań „życiowych“ jest drogą do nabrania biegłości w rachowaniu i wstępem do zadań „czysto matematycznych“ czyli rachunków.

**Szukaj przyczyn błędów dzieci.**

Błędów nie popełnia tylko ten, kto się nie uczy. W proces uczenia się wpisane jest ryzyko popełnienia błędu. Ważny jest sposób podejścia nauczyciela do błędu ucznia. Dla niego ma być to informacja, z czym konkretny uczeń sobie nie radzi, w którym miejscu napotyka na trudności. Oto przykład: uczeń oblicza, ile to jest 54 - 28. Podaje wynik 34. Nauczyciel w tym momencie powinien zadać sobie pytanie: w jaki sposób dziecko otrzymało ten wynik? Zapewne od 5 odjęło 2 i wyszło 3, a od 8 odjęło 4 i otrzymało 4. O czym świadczy taki sposób obliczeń? Dziecko może nie rozumieć dziesiątkowego systemu pozycyjnego. Może zbyt wcześnie uczyło się odejmować sposobem pisemnym. Nie zrozumiało dokładnie i nieporadnie próbuje zastosować do obliczeń. A może po prostu chciało sobie ułatwić obliczenia i poszło „na skróty“. Taka refleksja nad błędami uczniów jest bardzo pomocna w planowaniu pracy nauczyciela. Wymaga jednak bardzo dużej wiedzy o tym jak rozwija się intelektualnie dziecko, w jaki charakterystyczny dla siebie sposób rozumuje, a też dobrze ugruntowanej wiedzy z zakresu metodyki nauczania matematyki.

Trzeba też umieć poprowadzić dziecko przez sytuację, w której popełnia ono błąd. Chodzi tu o rozwinięcie przekonania, że mylić się może każdy, że popełnienie błędu nie oznacza “końca świata”, że do każdego błędu, do każdej sytuacji kryzysowej trzeba podejść konstruktywnie. Nie udało się teraz - spróbuję jeszcze raz. Źle obliczyłem - muszę potrenować. Poprawianie błędów dzieci powinno prowadzić je do powątpiewania, wywołać potrzebę sprawdzenia sądów przeciwnych. Wątpliwości powstają po zetknięciu się z inną myślą, inną niż własna. Dlatego dzieci powinny słyszeć sądy innych dzieci, czemu służą zajęcia prowadzone w grupach.

**Pamiętaj o tym, że dzieci uczą się matematyki w różny sposób.**

Wiadomo, że należy dostosować metody nauczania do możliwości i potrzeb uczniów. Jeżeli dziecko doznaje niepowodzeń, trzeba zmienić metody na inne, a gdy i to nie przyniesie sukcesu - poczekać. Wróć do tego za jakiś czas.

Uczeń nie radzi sobie z mnożeniem. Nie rozumie istoty tego działania matematycznego. Pułapką jest aplikowanie temu dziecku jeszcze większej liczby działań na mnożenie. W tej sytuacji uczeń w najlepszym wypadku nauczy się wyników działań bez zrozumienia, w gorszym - zniechęci się do uczenia się matematyki, uzna, że się do tego po prostu nie nadaje, że jest głupsze niż inne dzieci. Co należałoby zrobić w tej sytuacji? Powrócić do działań, które mają dostarczyć dziecku doświadczeń potrzebnych do zrozumienia istoty mnożenia - grupowanie przedmiotów po tyle samo i liczenie ile ich jest razem (3 kupki po 4 kamyki, to razem 12 kamyków). Dziecko uczy się, że tego typu działanie można zapisać językiem matematyki: 3 x 4 = 12. Dopiero po takich doświadczeniach, uczeń nabiera wprawy w mnożeniu.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| etapy działania | | działania ucznia | etapy działania | |
|
| Wczesne doświadczenia dziecka |  | zabawki, na przykład po cztery misie na trzech półkach |  | Wczesne doświadczenia dziecka |
|  | ⬇︎ |  | ⬆︎ |  |
| Doświadczenia na poziomie reprezentacji enaktywnej |  | żetony: po cztery w trzech kubkach |  | Doświadczenia na poziomie reprezentacji enaktywnej |
|  | ⬇︎ |  | ⬆︎ |  |
| Doświadczenia na poziomie reprezentacji ikonicznej |  | trzy pętle narysowane przez dziecko, w każdej po cztery kreski |  | Doświadczenia na poziomie reprezentacji ikonicznej |
|  | ⬇︎ |  | ⬆︎ |  |
| Doświadczenia na poziomie reprezentacji symbolicznej |  | działanie zapisane cyframi  3 x 4 = 12 |  | Doświadczenia na poziomie reprezentacji symbolicznej |
|  |  |  |  |  |
| ⬇︎ |  |  |  | ⬆︎ |
| kierunek rozwoju pojęć matematycznych |  |  |  | kierunek działania w sytuacji trudności w rozumieniu pojęć matematycznych |

Trzeba promować racjonalne i konstruktywne pomysły na poradzenie sobie z problemem. Dlatego warto pokazywać różne sposoby rozwiązania tego samego zadania i zastanawiać się, który ze sposobów jest najłatwiejszy, najszybciej można otrzymać odpowiedź. Może się zdarzyć, że dzieci będą miały różne zdania na ten temat. Kiedy dorośli mają obliczyć w pamięci trudną sumę, na przykład 129 + 238, to każdy może to obliczać w inny sposób. Ten sposób, który wybierze będzie dla niego najwłaściwszym - ale nie znaczy to, że będzie on równie prosty (najłatwiejszy) dla innej osoby.

Warto zachęcać uczniów do bycia intelektualnie niezależnymi, do własnych poszukiwań. Prowokuje to do nazywania samodzielnie stosowanych strategii myślenia, ich analizowania i objaśniania.

**Nie potrzebujesz wielu pomocy do organizowania zajęć z matematyki.**

Przedmioty na których uczniowie działają powinny być proste i im znane. Nauczanie matematyki lubi prostotę i ascezę. Należy wyeliminować wszystko to, co rozprasza uwagę dziecka i kieruje ją na mniej istotne z punktu widzenia rozwoju myślenia matematycznego aspekty.

Warto też używać specjalnie opracowanych i sprawdzonych pomocy dydaktycznych, takich jak geoplany, liczydła czy klocki logiczne.

**Dobra organizacja przestrzeni i czasu edukacyjnego ułatwia indywidualizację procesu nauczania**.

Przestrzeń może sprzyjać, a niekiedy wręcz prowokować pewne działania. Dobrze zorganizowana przestrzeń może “prowadzić dziecko w jego odkrywaniu matematyki”. Jeżeli nauczyciel chce, żeby dzieci w rachowaniu pomagały sobie liczeniem na liczydłach czy liczmanach, to te przedmioty powinny być “w zasięgu ręki dziecka”. Kiedy dzieci uczą się określać strony w przestrzeni od osi własnego ciała, to nauczyciel, który pokazuje te strony gestami, powinien stać do nich tyłem. Chyba, że świadomie utrudnia zadanie - wtedy staje do dzieci przodem, a one mają dodatkowo poradzić sobie ze zniesieniem efektu lustrzanego odbicia. Najważniejsze żeby „utrudnienie“ nie było dziełem przypadku, a świadomie zaplanowanym działaniem nauczyciela.

W edukacji matematycznej, jak w każdej zresztą edukacji, nie warto się spieszyć. W edukacji matematycznej długo chodzi raczej o proces uczenia się, a nie o jego mierzalne efekty. Chodzi o dzianie się, o drogę, którą dziecko przechodzi, a nie o samo osiągnięcie celu tu i teraz. Kiedy liczy się efekt (cel w postaci wyniku), to najczęściej drogą do jego osiągnięcia jest sprawność w stosowaniu algorytmu. **W edukacji wczesnoszkolnej chodzi o zrozumienie, jaka czynność stoi za algorytmem**. Dopiero następnym celem jest poznanie samego algorytmu i nabranie biegłości w jego stosowaniu. Przez długi czas w znacznie mniejszym stopniu chodzi o angażowanie pamięci i zapamiętanie skrótów, jakimi są algorytmy. Najważniejsze jest zrozumienie matematycznej prawidłowości, która z czasem jest z algorytmem utożsamiana. Policzenie na patyczkach, ile to jest 4 razy 7 zajmuje dużo czasu, ale nie jest to czas zmarnowany, bo dziecko uczy się istoty mnożenia. Oczywiście szybciej podać można z pamięci wynik, jednak kiedy nie stoi za nim zrozumienie, to jest to pułapka, która może przynieść wiele niedobrych konsekwencji.

**Warto organizować uczniom zajęcia w grupie.**

Chodzi o to, żeby dziecko zderzało się z rozumowaniami innych dzieci, werbalizowało własne sposoby na zadania, a jednocześnie słuchało pomysłów koleżanek i kolegów. Żeby zaszedł proces uczenia się, człowiek musi najpierw poczuć, że nie umie czegoś i chcieć się tego nauczyć. Okazją do tego są kontakty z innymi dziećmi i dorosłymi.

Warto też organizować sytuacje, kiedy jedno dziecko uczy inne dziecko. Niekiedy dziecko-nauczyciel jest bardziej skuteczne od dorosłego-nauczyciela. Dzieje się tak z kilku powodów:

* dziecko mówi do kolegi bardziej zrozumiałym dla niego językiem,
* stosuje zrozumiałe skróty myślowe,
* z większą łatwością niż dorosły schodzi na poziom działania na przedmiotach.

Nie można też zapominać o walorach wychowawczych takich działań - dziecko raz jest w sytuacji, kiedy kogoś uczy, innym razem w sytuacji, kiedy ktoś je uczy.

**Ważna w rozwijaniu zamiłowania dzieci do matematyki jest Twoja postawa.**

Kiedy nauczyciel lubi zajmować się matematyką, to jego uczniowie też będą lubili. Działa tu mechanizm społecznego zarażania. Kiedy patrzymy na kogoś, kto z pasją wykonuje jakąś czynność i sprawia mu to wielką przyjemność, to chcemy też się tym zająć, żeby i nam było tak przyjemnie. Mechanizm zarażania działa też w stronę przeciwną - kiedy nauczyciel nie lubi matematyki, to uczniowie szybko to wyczują i z mniejszą pasją będą podchodzić do działań związanych z tym zakresem edukacji.

**Nie wierz w powszechne mity na temat edukacji matematyczne.**

Matematyka nie jest wyjątkowo trudnym przedmiotem. Nie jest tylko dla wybitnie mądrych ludzi. Społecznie akceptowany jest pogląd, że matematyka jest szczególnie trudnym przedmiotem. Wynikać on może z postrzegania zadań matematycznych jako zamkniętych i odtwórczych. Język matematyki wydaje się być językiem technicznym, szczegółowym i bez odniesień do życia codziennego.

Matematyka nie jest domeną mężczyzn. Tak samo dobrze lub tak samo źle mogą sobie z nią radzić zarówno chłopcy jak i dziewczynki. Różnice w podejściu do zadań matematycznych mogą wynikać z bardzo wczesnych doświadczeń dziecka - z rodzajów zabaw w przedszkolu (chłopcy częściej bawią się klockami, patykami - a to sprzyja rozwojowi myślenia matematycznego). Ogromne znaczenie mogą mieć powszechnie panujące stereotypy na temat tego, co “ jest dla dziewczynek, a co dla chłopców”. Jednym z silnej zakorzenionych stereotypów jest przekonanie, że matematyka i inne ścisłe przedmioty są raczej dla chłopców. Żadne najnowsze badania nie potwierdzają tych stereotypów.

Ostatnim ogniwem planowania pracy dydaktycznej nauczyciela jest przygotowanie zajęć z dziećmi. Poniżej prezentujemy przykładowe propozycje dwóch zajęć dotyczących posługiwania się liczbami naturalnymi w ich różnych aspektach.

Pierwszy scenariusz to utrwalanie i rozwijanie umiejętności posługiwania się liczbami naturalnymi w zakresie 5.

Drugi scenariusz to monografia liczby 9.

**PROPOZYCJE SCENARIUSZA ZAJĘĆ**

**Liczby naturalne w zakresie 5 w aspektach: porządkowym, kardynalnym i symbolicznym**

**Uczeń potrzebuje:**

* kartki (zwykłe małe karteczki, ważne żeby były różnokolorowe, co najmniej w pięciu kolorach). Nauczyciel ma większe kartki w tych samych co dzieci kolorach;
* chodniczek liczbowy
* klocki w dwóch kolorach
* kartoniki z cyframi

**Komentarz metodyczny**

Uczniowie

* **poznają** liczby 1-5 w aspektach
* kardynalnym
* porządkowym
* symbolicznym;
* **poznają** liczby w otoczeniu innych liczb;
* **kojarzą** nazwę liczebnika porządkowego z zapisem cyfrowym;
* **pokazują** liczebności na palcach;
* **liczą** dźwięki, po to by lepiej zrozumieć podwójną rolę ostatniego wypowiadanego liczebnika;

**Przebieg zajęć**

**Liczby 1-5 w aspekcie porządkowym**

Nauczyciel wiesza na tablicy 5 kartek (każdą w innym kolorze), jedną obok drugiej. Nazywa kolor każdej kartki.

Uczniowie kładą na ławkach kartki w takiej samej kolejności w jakiej powiesił je nauczyciel.

Nauczyciel liczy kartki, używając liczebników porządkowych.

Uczniowie liczą swoje kartki, także używając nazw liczebników porządkowych. Wskazują 5 kartkę, określają w jakim jest kolorze. Podobnie wskazują: 4, 3, 2 i 1 kartkę.

**Liczby 1-5 w aspektach porządkowym i symbolicznym**

Uczniowie mają chodniczki liczbowe oraz czerwone i zielone klocki.

Nauczyciel rysuje na tablicy chodniczek liczbowy. Zapisuje kolejne liczby, głośno je nazywając.

Uczniowie na swoich chodniczkach odnajdują pole z liczbą 3. Wskazują na chodniczku liczby większe od 3 i liczby mniejsze od 3. Na polach z liczbami większymi od 3 kładą czerwone klocki, a na polach z liczbami mniejszymi od 3 zielone klocki.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Podobnie postępują z określaniem położenia liczb mniejszych i większych od: 4, 2 …

Nauczyciel pod swoim chodniczkiem (na tablicy) rysuje koła:

* pod polem z liczbą 1 - zielone koło
* pod polem z liczbą 2 - czerwone koło
* pod polem z liczbą 3 - zielone koło
* pod polem z liczbą 4 - czerwone koło
* pod polem z liczbą 5 - zielone koło

Głośno określa w jakim kolorze rysuje koło oraz które jest ono w szeregu, na przykład: Pierwsze koło zielone, drugie koło czerwone ….

Uczniowie pod swoimi chodniczkami układają klocki w takich kolorach w jakich nauczyciel rysował na tablicy koła. Określają w jakim kolorze jest pierwsze koło, drugie koło …

Liczą wszystkie klocki. Liczą czerwone klocki. Liczą zielone klocki.

Trzeci klocek jest zielony, zamieniają go na czerwony. Czwarty klocek jest czerwony, zamieniają go na zielony, i tak dalej.

**Liczby 1-5 w aspekcie kardynalnym. Podwójna rola ostatniego wypowiedzianego liczebnika.**

Uczniowie pokazują na palcach:

* jeden
* dwa
* trzy
* cztery
* pięc

Jeden raz klaszczą. Dwa razy tupią nogą. Trzy razy uderzają dłońmi o blat. cztery razy klaszczą. Pięć razy uderzają jedną ręką o blat.

Nauczyciel uderza w bębenek. Uczniowie określają ile razy?

**Liczby 1-5 w aspektach: symbolicznym, kardynalnym i porządkowym. Związek aspektu kardynalnego z porządkowym.**

Uczniowie mają kartoniki z cyframi oraz klocki.

Uczniowie budują wieże z klocków:

* pierwszą wieże z 1 klocka
* drugą wieże z 2 klocków
* trzecią wieże z 3 klocków
* czwartą wieże z 4 klocków
* piątą wieże z 5 klocków

Wieże stoją jedna obok drugiej.

Podpisują kartonikami z cyframi każdą ze zbudowanych wież. Określają z ilu jest zbudowana klocków, oraz która jest w kolejności.

Chowają kartoniki z cyframi, przestawiają wieże. Zamieniają się miejscami w ławce.

Liczą z ilu klocków zbudowana jest każda wieża, kładą obok wież odpowiednie kartoniki z cyframi, na przykład: wieża składa się z 4 kloców - kartonik z liczbą 4. Porządkują wierze od tej z najmniejszą liczbą klocków do tej z największą liczbą klocków. Porządkują też kartoniki z cyframi.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** | **4** | **1** | **5** | **3** |  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |

**Liczby naturalne: wprowadzenie liczby 9**

**Uczeń potrzebuje:**

* kartoniki z cyframi
* klocki
* liczydło
* pojemnik na jajka z 10 przegródkami

**Komentarz metodyczny**

Uczniowie

* **poznają** liczbę 9 w aspektach
* kardynalnym
* porządkowym
* arytmetycznym
* symbolicznym;
* **liczą** klocki, kasztany i patyczki (konkretne przedmioty);
* **liczą** narysowane narysowane obiekty;
* **liczą** dźwięki;
* **wskazują** na chodniczku liczbowym liczbę 9, jednocześnie widzą symbol liczby (zapis cyfrowy);
* **wskazują** liczby większe i mniejsze od wyróżnionej liczby;
* **dopełniają** do 10; (Jest to proste zadanie, bo wszystkich przegródek w pudełku jest 10 i wystarczy policzyć, w ilu przegródkach nie ma klocków.)
* **poznają** liczby naturalne w aspekcie porządkowym;
* **sprawdzają**, jak zmieniają się liczebniki porządkowe, jeżeli zwiększy się lub zmniejszy liczba obiektów;
* **uczą się zapisywać** cyfrę 9;
* **rozkładają** liczbę 9 na składniki, zapisując działania;
* **układają działania** dodawania i odejmowania, w których wynikiem jest liczba 9.

**Przebieg zajęć**

**Liczba 9 w aspekcie kardynalnym**

Uczniowie kładą na ławce 8 klocków. Podpisują kartonikiem z liczbą 8.

Dokładają jeden klocek. Zmieniają kartonik z liczbą 8 na kartonik z liczbą 9.

Wyjmują 9 kasztanów, 9 patyczków.

Odliczają na liczydle 9 koralików.

Pokazują na palcach 9.

Dziewięć razy klaszczą, tupią nogą, uderzają dłońmi o blat ławki.

Odnajdują na linijce lub chodniczku liczbowym (Podręcznik klasa 1 część 2 strona 60) liczbę 9.

Wskazują liczby większe od 9 i liczby mniejsze od 9.

Uczniowie kładą przed sobą pojemnik po jajkach (z 10 przegródkami). Wkładają wszystkie 9 klocków, po jednym do każdej przegródki. Ustalają, ile trzeba jeszcze klocków włożyć do przegródek, żeby wszystkie były zajęte.

**Praca uczniów z podręcznikiem (klasa 1 część 2 strona 62)**

Liczą oscypki, liczą stopy, liczą kropki na kostce domina.

Liczą oscypki, ciupagi i obrazki, które są na straganie.

Czego jest najwięcej? Czego jest najmniej?

Liczą kapelusze na górnej półce. Liczą kapelusze na dolnej półce.

Ile jest razem kapeluszy?

**Liczba 9 w aspekcie porządkowym**

Uczniowie ustawiają się w kilkuosobowych grupach jedno za drugim. W każdej grupie powinno być co najmniej 10 dzieci. Każda grupa ma góralski kapelusz (może też być to zwykła papierowa czapka). Dzieci określają, które są rzędzie - kto jest pierwszy, kto drugi, kto trzeci itd. Pierwsza osoba w rzędzie zakłada kapelusz. Czwarta osoba w rzędzie zakłada kapelusz. Dziewiąta osoba zakłada kapelusz.

Na sygnał nauczyciela dzieci zamieniają się miejscami. Czy zmieniła się ich numeracja? Która osoba w rzędzie ma teraz kapelusz?

Kapelusz ma 9 osoba w rzędzie. Z rzędu wychodzi piąte z kolei dziecko. Która osoba z kolei ma teraz kapelusz?

Znowu kapelusz ma 9 osoba. Dziecko, które wyszło wraca do rzędu - ma być dziewiąte. Która osoba z kolei ma teraz kapelusz?

**Cyfra 9**

Uczniowie jeszcze raz liczą oscypki narysowane na stronie 62 w Podręczniku (klasa 1 część 2; chodzi o rysunek w monografii liczby 9). Odczytują liczbę dziewięć zapisaną cyfrą 9.

Nauczyciel pisze na tablicy cyfrę 9. Pisząc głośno komentuje sposób zapisu cyfry. Uczniowie mogą stojąc piszą cyfrę 9 wyciągniętą ręką w powietrzu. Następnie piszą cyfrę 9 wyprostowaną ręką na podłodze, palcem na ławce.

Piszą liczbę 9 po śladzie, bez śladu.

**Rozkład liczby 9 na składniki**

Uczniowie wyjmują 9 klocków. Rozkładają je na dwie grupy: w jednej ma być 5 klocków. Ile klocków będzie w drugiej grupie?

Nauczyciel zapisuje na tablicy: 9 = 5 + 4.

Odczytuje: dziewięć równa się pięć dodać cztery.

Uczniowie rozkładają 9 klocków na dwie grupy inaczej niż proponował to nauczyciel. Liczą, ile klocków jest w każdej grupie.

Mogą zapisywać działania.

Rozkładają liczbę 9 (9 klocków) na inne składniki.

**Liczba 9 w aspekcie arytmetycznym**

Uczniowie mają kartoniki z cyframi i znakami działań arytmetycznych.

Układają działania dodawania, których wynikiem jest liczba 9.

Za każdym razem odczytują działanie.

Uczniowie układają działania odejmowania.

Pierwszą liczbą w działaniu ma być liczba 9.

Za każdym razem odczytują działania.

Uczniowie odczytują działania z zadania 7/s.63 w Podręczniku (klasa 1 część 2).

Określają jaka liczba powinna znaleźć się na kartoniku ze znakiem zapytania.

W razie trudności mogą skorzystać z liczmanów.

1. por.: *Matematyka od przedszkola*, M.Skura, M.Lisicki, ORE, Warszawa 2015 (w przygotowaniu) [↑](#footnote-ref-1)
2. O mechanizmie naśladowania piszemy w w *Za progiem. Jak rozwija się dziecko i jaka jest rola nauczyciela w tym rozwoju*, M.Skura, M.Lisicki, ORE, Warszawa 2011, s.51. [↑](#footnote-ref-2)