**dr hab. Agnieszka Nowak-Łojewska** scenariusz zajęć dydaktycznych *Planowanie pracy nauczyciela na I etapie edukacyjnym – edukacja matematyczna*

**WPROWADZENIE**

Matematyka nie jest ulubioną dziedziną, tak uczniów, jak i nauczycieli wczesnej edukacji. W międzynarodowych badaniach polscy studenci pedagogiki wypadają słabiej niż ich koledzy i koleżanki z innych krajów. Osiągają znacznie niższe wyniki w zakresie wiedzy matematycznej oraz dydaktyki matematyki[[1]](#footnote-1). Z innych badań[[2]](#footnote-2) wynika, że nauczyciele wczesnej edukacji mają problemy z uświadomieniem sobie, czym jest rozumienie pojęć matematycznych. Ich szkolne doświadczenia matematyczne są tak zdeformowane i negatywne, że rzucają cień na charakter wiedzy matematycznej swoich uczniów, a nawet prowadzą do upowszechniania opinii, że opanowanie schematu (określonej strategii liczenia, sposobu rozwiązania zadania, zastosowania wzoru) jest rozumieniem pojęcia. Tym sposobem wierzą, że opanowanie umiejętności rachunkowych zgodnie z podanym wcześniej algorytmem przyczyni się do zbudowania wiedzy matematycznej ich uczniów.

Równie niekorzystnie w badaniach międzynarodowych TIMSS[[3]](#footnote-3) wypadają polscy uczniowie. Wynika z nich, że młodsi uczniowie z Polski, na tle ich zagranicznych rówieśników są najsłabsi w Europie. Zajmują ostatnie miejsce wśród krajów Europy, na 34-tym wśród 50 krajów uczestniczących w badaniu. Najsłabiej polscy uczniowie wypadli w geometrii, niewiele lepiej w arytmetyce. Zadania dotyczyły odczytywania, gromadzenia i analizowania danych (wykresy słupkowe, kołowe), zatem obejmowały tematykę, która niezbyt często jest obecna w klasach I-III, za to jest często obecna w mediach (ale do nich rzadko są odwołania na lekcjach w klasach początkowych). Zdecydowanie lepiej trzecioklasiści wypadli w zadaniach nietypowych, które były realistyczne i odwoływały się do codzienności, niekiedy otwarte, odnoszące się do ich wiedzy pozaszkolnej. Jak pisze M. Dąbrowski możemy zatem przyjąć, że „mamy uczniów o dużym potencjale oraz mało efektywnie działającą szkołę”[[4]](#footnote-4). Spojrzenie takie daje wiele do myślenia i skłania do refleksji nad potrzebą modyfikacji szkolnej edukacji matematycznej dzieci.

Oznacza to, że nauczanie matematyki w wersji transmisyjno-podającej – wyraźnie dominującej w polskiej szkole jest naznaczone problemem dezintegracji wiedzy. W wymiarze poznawczym „dziecko nie uczy się wówczas konstruowania w umyśle systemu znaczeń (tu: matematycznych), szukania czytelnych dla siebie powiązań między pojęciami czy tworzenia warsztatu badawczego, pozwalającego odkrywać relacje między liczbami, jako reguły matematyczne. Budowane znaczenia mają charakter jednostkowych i niepowiązanych ze sobą schematów postępowania (w rodzaju mechanicznie stosowanych trików)[[5]](#footnote-5). W konsekwencji prowadzi to do problemów z matematyką w starszych klasach i do ogólnej niechęci do przedmiotów z tego obszaru.

Wynika z tego, że w edukacji matematycznej dzieci konieczne są zmiany tak w obszarze aktywności uczniów, jak przygotowania nauczycieli do pracy na tym poziomie kształcenia. Wiąże się to ze zmianą w myśleniu o edukacji matematycznej i jej ujmowania w kategoriach procesu, czyli konstruowania matematycznych pojęć wyrastającego z indywidualnego badania problemów. Uczenie się polega wówczas na poszukiwaniu znaczeń i rozpoczyna się od rozwiązywania problemów. Zamiast podawania gotowej wiedzy przez nauczyciela uczeń staje wobec problemu. Poszukuje jego rozwiązania, korzysta przy tym z osobistego doświadczenia, stawia hipotezy i jej weryfikuje, pomnaża swoją wiedzę i zdobywa strategie intelektualne radzenia sobie z problemami. Postępuje za tym uczenie się oparte na rozumieniu pojęć, a precyzja ich stosowania nie jest efektem przyswojenia gotowych definicji, ale wynika z czytelnego dla ucznia kontekstu ich poznawania oraz użyteczności zastosowania. Jest to zgodne z założeniami konstruktywistycznej teorii uczenia się w świetle, której uczeń to aktywna jednostka, której myślenie jest uwarunkowane umiejętnością interpretowania i negocjowania znaczeń, nauczyciel zaś występuje w roli inspiratora aktywności uczniów i osoby aranżującej warunki do uczenia się.

1. **CO TO JEST KONSTRUKTYWIZM?**

Osadzenie edukacji matematycznej w konstruktywizmie prowadzi do zmian wyrażonych w uczeniu się przez rozumienie pojęć, konstruowanie sytuacji problemowych i formułowanie zadań o charakterze otwartym, przez które prowokowana jest aktywność uczniów. Rozwiązania te, wywodzące się między innymi od J. Piageta[[6]](#footnote-6) stoją na stanowisku, że w każdym momencie swojego życia dziecko posiada struktury poznawcze, które wykorzystuje dla interpretowania nowych doświadczeń i ich modyfikowania. W efekcie każde dziecko raczej konstruuje swoją wiedzę, niż ją po prostu zapamiętuje. Najlepszym dla dziecka i jego aktywnego uczestnictwa w procesie zdobywania wiedzy jest więc, aby było twórcze, krytyczne, poszukujące i miało udział w budowaniu swojej matematyki. Sprzyja temu:

1. **Organizowanie stymulujących warunków do uczenia się**. Nauczyciel koncentruje się wówczas na **stwarzaniu sytuacji edukacyjnych**, które są wyzwaniem dla ucznia. Są one ciekawe i prowokują do myślenia. Najlepiej, jak odwołują się do sytuacji realistycznych i bazują na doświadczeniu i wiedzy dziecka, bo te ułatwiają im rozumienie badanych zjawisk i analizowanych zadań, ułatwiają zrozumienie tego, co robią i w jaki sposób oraz uzasadnianiu, dlaczego tak postępują.
2. **Kierowanie się dziecięcym potencjałem**. Jego odzwierciedleniem jest odwoływanie się przez nauczyciela do dziecięcego instynktu ciekawości[[7]](#footnote-7) i dziecięcego prawa do zainteresowania[[8]](#footnote-8). Ujawniają się one w dziecięcych pytaniach o rzeczy, zjawiska, o procesy zachodzące w świecie przyrody, o przyczyny i skutki tych procesów. Ujawniają się w dziecięcych potrzebach eksplorowania, świeżości wiedzy, badania, odkrywania. Są napędem do działania, zdobywania informacji. Aktywny nauczyciel będzie rozpoznawał te warunki, aby wykorzystywać je do stworzenia dzieciom sytuacji do uczenia się. Nie będzie ich szukał w swoich zasobach, lecz inspiracją dla niego będą dzieci i ich potencjał pytań, poszukiwań, stawianych problemów.
3. Stosowanie przez nauczycieli **różnych metod i form pracy**, niekiedy **gier i zabaw**, **elementów dramy**, aktywizujących form **pracy w grupach**. Ich właściwy przebieg to również **korzystanie z bogatego materiału konkretnego**, różnych pomocy i środków dydaktycznych sprzyjających korzystaniu przez uczniów z różnych reprezentacji wiedzy: enaktywnej, ikonicznej i symbolicznej. Jak zauważa J. Bruner „rozwój polega nie na serii odrębnych etapów, lecz na opanowywaniu owych trzech form reprezentacji wraz z częściowym przekładem każdej z nich na pozostałe”[[9]](#footnote-9). Uczenie się rozumiane jako przechodzenie na wyższy poziom rozwoju wymaga konstruowania reprezentacji.
4. **Chęć zrozumienia punktu widzenia dziecka**, czyli wykorzystywanie epizodów wspólnego zaangażowania[[10]](#footnote-10). Nauczyciel interesuje się wówczas stanowiskiem dziecka wobec zadania, jego spojrzeniem na problem, jego sposobem ujmowania rzeczywistości, jego opinią na dany temat oraz jego ważeniem problemu. Idea nauczyciela, od którego wszystko zależy traci rację bytu, a jeżeli jeszcze się pojawia, to raczej w śladowej postaci na przykład na zakończenie rozważań, ich podsumowanie, nigdy zaś jako zasadniczy motyw lekcji, jej przebiegu i sposobu organizowania. Uzupełniana jest ona natomiast uwzględnianiem kontekstowości biograficznej dziecka[[11]](#footnote-11). Oznacza ona rozpoznawanie i uwzględnianie wiedzy uprzedniej dziecka (tej zdobytej w przeszłości) i akceptowanie jego aktualnych celów, dążeń oraz intuicji. Jest to istotne, gdyż biografia poznawcza każdej jednostki jest odmienna, a warunki je powstawania rzutują na efektywność procesu uczenia się.
5. **Refleksja** zarówno nauczyciela, jak i uczniów, która prowadzi do odpowiedzialnego i zaangażowanego procesu uczenia się. Jest ona rodzajem myślenia, ustawicznym namysłem, rozważaniem czegoś, dociekaniem, rodzajem teoretycznego rozumowania. Pomaga w oglądzie własnej pracy i podejmowaniu inicjatywy.
6. **Preferowanie sytuacji problemowych**, które podnoszą aktywność myślową uczniów i stymulują ich do wypracowywania własnych strategii rozwiązywania zadań oraz w łapaniu tzw. okazji do uczenia się, których bogactwo dostarcza otaczająca rzeczywistość, potrzeby dzieci i oczekiwania społeczne. Okazji do liczenia, czytania i pisania oraz szukania odpowiedzi na intrygujące uczniów pytania jest więc wiele. Refleksyjny nauczyciel będzie potrafił je dostrzegać, słuchając pytań i uczniowskich wątpliwości, które są najlepszą okazją do formułowania zadań problemowych i ich aktywnego rozwiązywania.
7. **JAK UCZYĆ MATEMATYKI W SPOSÓB KONSTRUKTYWISTYCZNY?**

Konstruktywistyczne podejście do rozwijania pojęć matematycznych prowokuje aktywne uczenie się matematyki. Wskazuje na to wiele aspektów, które są jednocześnie **konstytutywnymi cechami** tego podejścia:

- odwoływanie się do sytuacji realistycznych dla dzieci (gra w piłkę, porządkowanie zabawek, rozdawanie cukierków, poruszanie się po schodach, układanie mozaiki) i bazowanie na ich doświadczeniach i osobistej wiedzy, co ułatwi im rozumienie badanych zjawisk i analizowanie zadań, rozumienie tego, co, jak i dlaczego wykonują w określony sposób;

- pozostawienie dziecku swobody w wyborze stosowanej metody postępowania, „atakowanie” pojęć na takim poziomie abstrakcji, jaki jest w danym momencie dostępny dziecku, przy zachowaniu możliwości sięgania po konkret i manipulowania nim; traktowanie wszystkich metod jako równoprawnych, różniących się co najwyżej szybkością otrzymywania wyniku;

- stawianie na większe zaangażowanie dziecka (np. w szukanie metody), jego aktywność własną: działania podejmowanie osobiście, z własnej inicjatywy, samodzielnie i z dużym zrozumieniem, tego, co robią, co powoduje minimalizowanie niepowodzeń szkolnych i lęków przed uczeniem się matematyki;

- zaczynanie od działania dziecka i towarzyszącej temu wymiany uwag i pomysłów, korzystania z języka potocznego, który dopiero później, np. przy okazji rozwiązywania zadań uzupełniany jest językiem symboli; daje to naturalny układ, w którym uczeń najpierw poznaje sens danego symbolu, a dopiero potem odczuwa potrzebę jego wprowadzenia i posługiwania się nim;

- wykorzystywanie znajomości kontekstu zadania, co ułatwia zrozumienie tego, co jest w zadaniu dane, jak i czego dotyczy postawione w nim pytanie. W efekcie przyczynia się to do rozwijania umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych i czytania ze zrozumieniem;

- stosowanie rozmaitych gier i zabaw, które dostarczają uczniom okazji do ćwiczeń utrwalających, jak również motywują uczniów do działania, gdyż ich charakter podnosi atrakcyjność działań o charakterze matematycznym. Dodatkowo towarzyszy im rozwijanie umiejętności komunikowania się i współpracy, przestrzegania reguł i negocjowania, jak również tworzenia nowych problemów i realistycznych zadań tekstowych czy nawet klasycznych słupków ulokowanych w kontekście hipotetycznej rozgrywki[[12]](#footnote-12). Bardzo ciekawym rozwiązaniem w tym zakresie jest pomoc edukacyjna znana pod tytułem „gramy w piktogramy” i projekt piktografia dostępny w wersji on-line[[13]](#footnote-13). Zawiera on interesujące scenariusze zajęć, przykładowe problemowe karty pracy i opisane zasady posługiwania się pomocą dydaktyczną pt. Gramy w piktogramy.

Rezultatem zmiany w podejściu do uczenia się matematyki staje się zupełnie inny typ wiedzy niż ta, którą opisuje się jako wyspecjalizowaną odtwórczo czy wystandaryzowaną. Wiedzę taką można traktować, jako **rodzaj wiedzy osobiście zdobytej**, przeżytej, wywiedzionej z osobistego doświadczenia i działania. Nie jest efektem powielania, tego, co już zostało odkryte i co już wiadomo, ale tego, co wywiedzione z dociekania, ważenia problemu, nieustannego analizowania i modyfikowania dotychczasowych struktur poznawczych, tworzenia nowych wartości poznawczych. Jest krytycznym kwestionowaniem własnej wiedzy, co zapewnia jej świeżość i adekwatność wobec wymagań czasów i oczekiwań społecznych. Dzieje się tak, gdyż pokaźna wiedza nieformalna dziecka, duży bagaż doświadczeń zdobywanych podczas kontaktów z rówieśnikami, jak i z obcowania z dorosłymi, podczas zabawy i codziennych czynności jest naturalnym oparciem dla procesu uczenia się w szkole i stanowi jego punkt wyjścia przy poznawaniu przez dziecko nowego pojęcia i rozwijaniu nowych umiejętności. Wszystkie te naturalne sytuacje, bliskie dziecku (zabawa w sklep, projektowanie toru wyścigowego, konstruowanie budowli z figur geometrycznych budowli) są okazją do dzielenia się pomysłami, do rozmawiania i wspólnego, zaangażowanego uczenia się.

Zorientowana konstruktywistycznie edukacja matematyczna nie straszy, lecz zachęca, nie nudzi, lecz bawi, nie zamyka w schematach, lecz prowokuje do poszukiwania własnych strategii myślenia i działania wywiedzionych ze zrozumienia poznawanego zagadnienia.

**Proces naturalnego kształtowania pojęć matematycznych** (od doświadczeń osobistych do zrozumienia) sprzyja zdobywaniu przez uczniów wiedzy proceduralnej, tj. zdobywanej w toku działania, narastającej od środka, ulegającej rozwojowi w toku aktywności jednostki, na bieżąco weryfikowanej i aktualizowanej, odpowiednio do wzrostu doświadczeń w danej dziedzinie. Powszechne przekonanie, że nauczyciel musi ucznia najpierw czegoś nauczyć, coś mu przekazać, żeby ten rozumiał i coś wiedział, traci tu sens. Znaczenia nabiera natomiast moment stwarzania okazji do wykorzystywania nieformalnej wiedzy dzieci i jej wzbogacania o nowe doświadczenia, które zintegrowane z dotychczasową wiedzą staną się podstawą do uczenia się ze zrozumieniem. Oznacza to, że dziecko nauczy się znacznie więcej i chętniej, gdy okazje do uczenia się matematyki będą dla niego interesujące, znajdą odzwierciedlenie w rzeczywistości i sprowokują spontaniczną aktywność i badawczą ciekawość. Jak piszą D. Klus-Stańska i A. Kalinowska „aby wiedza matematyczna ucznia oznaczała matematyczne myślenie i rozumienie, a nie zbiór bezrefleksyjnie kolekcjonowanych ciągów czynności, uczeń musi rozpocząć od twórczych strategii osobistych zanim pozna formalne procedury działań”[[14]](#footnote-14). **Twórczość matematyczna** nie jest zatem dodatkiem, ale warunkiem osiągania odpowiednich efektów. Przykładem tego są zróżnicowane pod względem konstrukcyjnym zadania matematyczne o zróżnicowanej wartości poznawczej. Liczenie słupków matematycznych będzie więc jedynie trenowaniem gotowych przepisów na wykonanie zadania i usilnych prób zapamiętania wyznaczonych czynności (algorytmu rozwiązania), podczas, gdy zajmowanie się poszukiwaniem rozwiązań dla zagadek matematycznych przełoży się na stymulowanie zaawansowanych kompetencji i samodzielność myślową wspartą zrozumieniem.

Doskonałą alternatywą dlatradycyjnych zadań matematycznych są zadania zaproponowane w książce D. Klus-Stańskiej i A. Kalinowskiej, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Żak, Warszawa 2004 (oraz innych autorów: J. Hanisz[[15]](#footnote-15) czy M. Dąbrowskiego[[16]](#footnote-16)). Przykładem może być zadanie ze znakami rzymskimi rozwijające umiejętności matematyczne w obszarze techniki rachunkowej i giętkości myślenia.

**Przełóż jedną zapałkę, tak by równanie było prawdziwe[[17]](#footnote-17):**

1. **IV+I=VII**
2. **V+VII=IX**
3. **I+III+II=IV**
4. **V+III-V=I**
5. **X+II=VII**
6. **V-III=VIII**
7. **V+II=XII**
8. **V+III=III**

Zamiast rozwiązywania infantylnych zadań tekstowych, w których matematyka ubrana jest w kolejne wersje asocjacji (zadania o jabłkach i śliwkach przy temacie Jesienne zbiory, czy o bałwankach przy temacie Zima, czy o wiosennych kwiatkach przy temacie Zwiastuny wiosny) pojawi się rozwiązywanie zadań problemowych o zabawnych fabułach i zróżnicowanej strukturze.

**Przykład**

 **Na trzech drzewach siedziały wróble. Z pierwszego na drugie drzewo przefrunęły 2, a z drugiego na trzecie 1. Teraz na każdym drzewie siedzi po 5 ptaków. Ile ptaków siedziało na początku na każdym drzewie?[[18]](#footnote-18)**

W uczeniu się matematyki ma to wyraz w preferowaniu sytuacji problemowych, które podnoszą aktywność myślową dzieci i stymulują je do wypracowywania własnych strategii rozwiązania zadania, którym towarzyszy kontrola poznawcza i zrozumienie własnych działań. Zdaniem M. Dąbrowskiego każdy **problem w matematyce** to „zadanie, którego metody rozwiązania nie znamy, ale dysponujemy wiedzą wystarczającą do tego, aby metodę tę samodzielnie zbudować. Rozwiązując problem mamy okazję coś odkryć, zauważyć coś dla siebie nowego – wyjść poza dostarczone informacje. W efekcie problem to zadanie na rzeczywiste zastosowanie posiadanej wiedzy i sprawdzenie poziomu jej użyteczności”[[19]](#footnote-19). Najlepszym rozwiązaniem jest więc korzystanie z problemów, bo te rozwijają matematyczną wyobraźnię, uczą niekonwencjonalnych sposobów rozwiązywania zadań, kształcą giętkość i oryginalność myślenia, prowokują samodzielność i poznawczą zaradność.

Dzięki problemowemu podejściu we wczesnym nauczaniu matematyki i z uwzględnieniem wcześniej wymienionych postulatów nauczania konstruktywistycznego możliwe staje się zastąpienie transmisyjnego przekazu wiedzy w postaci wyuczonych na pamięć gotowych wyników (np. tabliczki mnożenia) czy odtwarzanych strategii rozwiązywania zadań krok po kroku według ustalonego algorytmu, podejściem heurystycznym. Zgodnie z tym ostatnim uczniowie samodzielnie budują zróżnicowane strategie obliczeniowe rozwijając umiejętności arytmetyczne i dostrzegając coraz bardziej znaczenie podstawowych działań matematycznych.

1. **CO TRZEBA ZMIENIĆ W MYŚLENIU O AKTYWNOŚCI MATEMATYCZNEJ DZIECI?**

 Tkwienie w mitach (pozornych zmianach) sprawia, że szkoła nie jest przygotowana do wspomagania rozwoju. Dopuszcza natomiast rozwój tylko do pułapu norm systemu, którego jest strażniczką. Niebezpieczeństwo owych mitów prowadzi do kłamstw w obszarze myślenia o możliwościach edukacyjnego oddziaływania szkoły, co powoduje marnowanie możliwości dzieci, które głównie ćwiczone są w rywalizacji i w ukryty sposób naznaczane mianem nieudaczników czy przeciętnych prymusów[[20]](#footnote-20).

W edukacji matematycznej dzieci daje się również dostrzec wiele złudzeń, błędnych sposobów postrzegania aktywności dziecka i jego możliwości, co więcej nie obce jest zjawisko pozorowania uczenia się matematyki. Jest to kwestia bardzo poważnie zaburzająca myślenie o edukacji matematycznej dzieci, co poniżej scharakteryzuję w postaci kilku mitów i możliwości ich zastąpienia rozwiązaniami realnymi i respektującymi potrzeby poznawcze młodszych uczniów.

**Mit 1 – Matematyki zaczynamy się uczyć dopiero w szkole**

Przyjęło się mawiać, że prawdziwa matematyka rozpoczyna się dopiero w szkole, bo wtedy są liczby, działania, obliczenia, wzory, schematy, rysunki, figury geometryczne. To powszechne przekonanie wydaje się być jednak w sprzeczności ze zmatematyzowaną wersją rzeczywistości, w której każdy człowiek żyje od urodzenia. Towarzyszy mu wiele elementów matematyki. Wystarczy przyjrzeć się otaczającej człowieka rzeczywistości, aby dostrzec w niej ogromną liczbę sytuacji, w których sięgamy po naszą wiedzę i umiejętności matematyczne:

- orientacja w przestrzeni, gdy dziecko rozgląda się w pokoju w poszukiwaniu zabawek, gdy szuka kolegów i koleżanek na placu zabaw, gdy konstruuje w piaskownicy tor wyścigów samochodowych,

- orientacja w schemacie ciała, gdy odróżnia prawą część ciała od lewej, gdy tłumaczy komuś drogę do szkoły, gdy projektuje stój dla swojej laki,

- klasyfikowanie, gdy potrafi wyróżniać cechy (kolor, kształt, wielkość, przeznaczenie przedmiotu) do klasyfikowania przedmiotów podczas rzeczywistego porządkowania zabawek czy uzupełniania kolekcji znaczków, limitowanych kart piłkarskich z serii Champion Ligue, układa książki na półce,

- rytm i ornamenty, gdy układa kolorowe mozaiki, czy konstruuje budowle z klocków, badając ich właściwości, dopasowywanie, planuje swój dzień

- figury geometryczne, gdy porusza się w świecie gier komputerowych, rozgrywek planszowych, projektuje przejście dla pieszych i opisuje je znakami drogowymi,

- liczenie i działanie na liczbach, gdy trzeba policzyć pieniądze w skarbonce, zapłacić za ulubione lody, rozdzielić po równo cukierki między swoich kolegów, ustalić kolejność uczestników podczas podwórkowych wyścigów, poruszać się windą itd.

Wszystkie z tych sytuacji są dostępne dziecku na długo wcześniej niż pójdzie do szkoły. Przy okazji takich konkretnych działań, które prowokują je do myślenia, wartościowania, porównywania, analizowania, klasyfikowania, argumentowania, mówienia, słuchania, badani kontekstów tworzy się ich osobista wiedza matematyczna, wzbogaca zasób doświadczeń, które są niezastąpione w kształtowaniu pojęć matematycznych. Stanowią one budulec dla zorganizowanych struktur poznawczych, pamiętając, że w umyśle zapisują się na trwałe tylko te spośród nauczanych treści, które zostaną zintegrowane z żywymi, naturalnymi strukturami wiedzy. Ich proceduralny charakter sprawia, że wiedza dzieci jest osobiście aktywizowana, ulega rozwojowi od wewnątrz, zachowuje związek z logiką wiedzy publicznej i dzięki temu w dużej mierze zachowuje swoją plastyczność i kreatywność.

Myślenie, iż prawdziwa matematyka zaczyna się w szkole jest więc błędem, który trzeba wyeliminować z nauczycielskiego podejścia do edukacji matematycznej, zastępując je szacunkiem i zaufaniem do wiedzotwórczych kompetencji dzieci i ich wykorzystywania w konstruowaniu pojęć.

**Mit 2 – Uczenie się na konkretach jest zaprzeczeniem prawdziwej matematyki**

Zgodnie z teorią reprezentacji wiedzy J. Brunera wiedza może być ujmowana w sposób enaktywny, ikoniczny i symboliczny. Pierwszy sposób reprezentacji zdarzeń dokonywany jest za pośrednictwem odpowiednich reakcji ruchowych, jak działanie na konkretach, manipulacja określnymi elementami. Reprezentacja ikoniczna ujawnia się za pomocą wykorzystywania przez dziecko syntetycznych obrazów, ilustracji, piktogramów. Ostatnia z wymienionych reprezentacji wiedzy – symboliczna polega na kodowaniu zdarzeń za pomocą słów (języka mówionego i pisanego) oraz innych symboli jak np. cyfry, liczby i znaki matematyczne dodawania, odejmowania, dzielenia, mnożenia, i inne. Jednocześnie bardzo ważne jest umiejętne przechodzenie z jednego poziomu reprezentacji na drugi i integrowanie tych doświadczeń na poziomie symbolicznym.

Niestety nie docenia się faktu, że najkorzystniejsze dla dziecka jest uczenie się doprowadzające do posługiwania się symbolem, a nie od symbolu zaczynające się. A. Kalinowska pisze, że w myśleniu wielu nauczycieli wczesnej edukacji w centrum uczenia się matematyki jest myślenie symboliczne, utożsamiane z właściwym myśleniem[[21]](#footnote-21). Błąd polega na tym, że wielu nauczycieli zapomina, że myślenie symboliczne jest etapem docelowym, a nie punktem wyjścia. Aby było możliwe korzystanie przez dzieci z myślenia symbolicznego, konieczne jest zaakceptowanie faktu, że wyrasta ono z wcześniejszych doświadczeń dziecka – doświadczeń manipulacyjnych, które dzieci zdobywają podczas codziennych zajęć, jak przeliczanie, manipulowanie przedmiotami, klasyfikowanie, zestawianie. Dla dorosłych są one infantylne. Dla dzieci są szansą dla tworzenia się w ich umysłach pojęć matematycznych. Oznacza to, że uczniowi w klasach I-III nie tylko powinni mieć możliwość manipulowania konkretami, ale co ważniejsze uczyć się, że jest to proces niezbędny w rozwijaniu myślenia. Ważną uwagą dla nauczycieli jest więc, aby pamiętali, że działania na konkretach nie powinny być traktowane jako „ostatnia deska ratunku” dla bardzo słabego ucznia, ale jako niezbędna sytuacja dla każdego dziecka.

Niestety wielu nauczycieli nie respektuje tej prawidłowości. Wręcz są oni przekonani, że dzieci w klasie pierwszej powinny odzwyczajać się od liczenia na konkretach, co prowadzi do wielu błędów, a dalej uczniowskich niepowodzeń i niechęci do uczenia się matematyki. M. Dąbrowski do najczęściej popełnianych przez nauczycieli błędów zalicza chętne sięganie po przekaz werbalny z dużą ilością symboliki[[22]](#footnote-22), przyjmując zasadę najpierw definicja, potem sens. Tymczasem z badań psychologów i pedagogów wynika, że korzystniejsze dla dzieci jest podejście drugie: najpierw sens, potem nazwa czy symbol. Dla metodyki matematyki oznacza to takie „organizowanie procesu uczenia się, aby dziecko zaczynało swoje myślenie i działanie, o ile tylko odczuje taką potrzebę, na poziomie enaktywnym oraz ikonicznym po to, aby mogło być aktywne intelektualnie i ze swoich działań mogło wydobywać sens tego, co jest naszym edukacyjnym celem”[[23]](#footnote-23). Właściwa nazwa, pojęcie, symbol powinno więc pojawić się dopiero wówczas, kiedy dziecko wie i rozumie, co one będą oznaczać. Dopiero wówczas jest ono gotowe zrozumieć i zapamiętać poznawane pojęcie czy symbol i jest gotowe do posługiwania się nim. Zdaniem wybitnych matematyków, jak Rene Thom[[24]](#footnote-24) język matematyki (nazwy i symbole) – jest tworzony, aby ułatwić komunikowanie się, a nie je skomplikować. Będzie on dobrze pełnił swoją funkcję, gdy sens pojęć i symboli będzie poprzedzał ich nazwy. Zatem uczenie się na konkretach nie jest zaprzeczeniem uczenia się matematyki, lecz jej niezbywalnym warunkiem. Najpierw sens i zrozumienie, a potem pojęcie!

**Mit 3 – Wyćwiczony sposób postępowania jest niezawodny i umożliwia rozwiązywanie wszystkich zadań danego typu**

W dydaktyce matematyki wymienia się kilka podejść do uczenia się i towarzyszących im rodzajów myślenia. Najczęściej wskazuje się na sposób relacyjny i instrumentalny[[25]](#footnote-25). Pierwszy z nich rozumiany jest jako poznanie rozumowania, które prowadzi do określonego uogólnienia, zasady, twierdzenia czy reguły. Dziecko samo odkrywa regułę, staje się jej współtwórcą, a nie tylko biernym odbiorcą i uczestnikiem treningu zapamiętywania. Podejście instrumentalne jest jego zaprzeczeniem. Zakłada opanowanie przez dziecko reguł, algorytmów i posługiwanie się nimi w określonych sytuacjach.

Polska szkoła uczy matematyki w sposób instrumentalny, kładąc zdecydowanie mniejszy nacisk na jej relacyjne rozumienia lub zupełnie pomijając tę kwestię. W efekcie utrudnia się lub wręcz uniemożliwia transfer wiedzy i umiejętności na sytuacje inne niż te zapamiętane z zajęć szkolnych. Obniża się również użyteczność zdobywanej wiedzy w szkole i sens jej wykorzystywania w sytuacjach pozaszkolnych. Opiera edukację na utartych schematach myślowych i precyzyjnie określonych algorytmach.

Tymczasem z badań psychologów wynika, że mózg dziecka nie znosi schematów. Rozszerzająca się od kilkudziesięciu lat wiedza z tego zakresu pokazuje, że „gdy nauczyciel prowadzi zajęcia według ustalonego schematu, niewielkie są szanse, że dzieci rzeczywiście się czegoś od niego nauczą. Dzieje się tak ponieważ schemat nie może zaskoczyć i prawie nigdy nie jest dla ucznia interesujący (…). Choć da się zmusić dzieci do tego, by siedziały w ławce i „nie przeszkadzały”, to nie da się ich ani prośbą, ani groźbą skłonić, by to, co słyszą uznały za intersujące i ważne. Mózg nie daje się ani przekonać, ani oszukać”[[26]](#footnote-26). Dla metodyki matematyki oznacza to konieczność modyfikowania metod nauczania i stymulowania aktywności uczniów. Uczniów zainteresuje bowiem tylko kreatywny nauczyciel, który unikając schematów i wychodząc poza nie, czyli dając dzieciom to, czego w danym momencie się nie spodziewają sprawi, że dzieci nabiorą przekonania, iż matematyka może być intersująca, a wiedza z niej pochodząca użyteczna i dla nich wartościowa.

Dla uczenia się matematyki istotne znaczenie ma również głębokość przetwarzania – czyli w dużym uproszczeniu to, co uczeń może zrobić z daną informacją. Jeżeli tylko ją przeczyta lub wysłucha, uzupełni brakujące elementy, jak w zadaniach z lukami lub w formie kolorowanek czy wykona według podanego algorytmu działania, to mało prawdopodobne, że taki sposób zapamięta, a jeszcze mnie prawdopodobne, że go zrozumie, a następnie w kolejnych sytuacjach zastosuje.

Dla uczenia się matematyki oznacza to, że mimo istnienia różnych kategorii metod (algorytmicznych i heurystycznych) znacznie wartościowsze dla samodzielności myślenia dzieci jest posługiwanie się heurezą, gdyż ta pobudza kreatywność ucznia i konstruowanie przez niego własnych sposobów myślenia i działania, strategii rozwiązywania zadań. W wyniku jej zastosowania obserwuje się:

- konieczność uruchamiania strategii twórczego myślenia przez uczniów,

- konieczność posiadania zdolności do tworzenia hipotez oraz ich ciągłej weryfikacji,

- poszukiwanie niezawodnego dotąd sposobu działania,

- włączanie mniej racjonalnych czynników umysłowych, przy jednoczesnym poddawaniu ich kontroli,

- radzenie sobie z niezdefiniowaną lub słabo zdefiniowaną sytuacją matematyczną i możliwością ich przenoszenia również na zadania nieproblemowe.

Oznacza to, że posługując się strategiami heurystycznymi i rozwiązując zadania problemowe dziecko nie tylko uczy się rozwiązywania określonej kategorii zadań, lecz zdobywa wiedzę w obszarze metod i radzenia sobie z każdą niezdefiniowaną sytuacją. Z pomocą heurezy (własne poszukiwanie) może skonstruować algorytm. Niestety z pomocą algorytmu nie stworzy heurezy. Zatem odkrywanie algorytmu jest w sensie poznawczym znacznie bardziej wartościowe i całkowicie odmienne niż stosowanie algorytmu wcześniej poznanego.

W efekcie na zajęciach z młodszymi uczniami pojawia się stosunkowo mało zadań problemowych, co odbija się na niedostymulowaniu bardziej złożonych umiejętności matematycznych i nastawieniu na specjalizowanie się w ćwiczeniu algorytmów. Te natomiast są bardzo powszechne z uwagi na nauczycielskie przekonanie, że jeśli uczniowie będą rozwiązywali głównie zadania problemowe, to nie nauczą się szkolnych umiejętności. W ten sposób wiara w doskonalenie warsztatu i technik obliczeniowych przyczynia się do pozorowania aktywności matematycznej i upowszechniania kolejnego mitu, iż tylko algorytm jest niezawodny.

**Mit 4 – Im dziecko szybciej dochodzi do oczekiwanego wyniku, tym edukacja jest efektywniejsza**

We wczesnym nauczaniu matematyki powszechne jest również przekonanie, że powtarzanie wielu ćwiczeń i poznawanych metod z zachowaniem zasady kierowania kolejnymi krokami przez nauczyciela będzie sprzyjało podnoszeniu tempa wykonywania zadań przez dzieci. To natomiast jest postrzegane jest jako jedne z głównych wyznaczników efektywności nauczania.

Niestety w uczeniu się matematyki zasada im szybciej tym lepiej, im więcej, tym lepiej nie sprawdza się, bo ilość odtwórczo wykonywanych zadań nie przekłada się na jakość ich wykonania czy wyższy poziom zrozumienia.

Przywołane stanowisko skorelowane jest z mechaniczo-asocjacyjnym podejściem do nauczania matematyki, którego negatywne aspekty ujawniają się w uruchamianiu u uczniów jedynie aktywności odtwórczo-pamięciowej, wyznaczającej naśladowczy sposób myślenia, a nie różne sposoby rozumowania. Cały wysiłek edukacyjny jest wówczas zorientowany na wynik, a nie proces uczenia się.

W szkole zorientowanej na wynik ustalony tok rozwiązywania zadań jest ćwiczony wielokrotnie, aby utrwalił się na tyle, by uczeń dysponował gotową strategią za każdym razem, gdy zetknie się z analogicznym zagadnieniem. Celem tego typu zabiegów jest zapoznanie ucznia z przebiegiem techniki obliczeniowej i utrwalenie jej w sytuacjach typowych i zręczne kierowanie ku tzw. poprawnym i szybko udzielanym odpowiedziom. Niestety nie ma w nich okazji, aby uczniowi dać czas na myślenie po swojemu. To podejście zorientowane jest natomiast na proces budowania przez ucznia jego wiedzy matematycznej, a nie jedynie jej usprawniania i pamięciowego opanowywania.

Jeżeli nauczyciel chce ustalić, czy jego nauczanie zorientowane jest na wynik, czy na proces dochodzenia do niego przez uczniów, a więc jeśli chce zrozumieć, co naprawdę robi nauczając matematyki, musi, jak proponują D. Klus-Stańska i M. Nowicka, odpowiedzieć sobie na podstawowe pytanie. „Mianowicie, na co poświęca w klasie więcej czasu: na samodzielne, niekierowane próby odkrycia (wymyślenia) przez uczniów własnych metod poradzenia sobie z nieznaną im dotychczas trudnością (uruchamianie procesów), czy na ćwiczenie i na powtarzanie poznanych metod z zachowaniem zasady kierowania kolejnymi krokami przez nauczyciela i natychmiastową korektą błędnych posunięć (utrwalanie wyniku)”[[27]](#footnote-27). Jako ilustrację przytaczam dwa przykłady zadań tekstowych. Pierwsze zorientowane jest na wynik, gdyż jedynie szlifuje ustalony tok rozwiązania zadania i powtarzanie poznanej metody.

**Przykład zadania tradycyjnego**

**Na parkingu stało 15 samochodów. Po pewny czasie 7 odjechało. Ile samochodów pozostało na parkingu?**

**Przykład zadania problemowego**

**Suma oszczędności Hoana i Franka to 10 zł, a różnica to 2 złote. Hoan ma więcej pieniędzy od Franka. O ile złotych ma więcej? Ile złotych mają razem chłopcy? Ile złotych ma Hoan, aile Franek?[[28]](#footnote-28)**

Drugie zadanie prowokuje do myślenia. Nastawione jest na poszukiwanie rozwiązania i odkrywanie własnych strategii liczenia. Wartość tego jednego zadania jest nieporównywalnie większa niż wielokrotne wykonywanie zadań powyższego typu ubranych za każdym razem w inną sytuację życiową. Nie ma bowiem znaczenia czy będzie to zadanie o kupowaniu ciasteczek czy sprzedawaniu kwiatków, jeśli narzucona metoda jego wykonania jest zawsze taka sama.

**Mit 5 – Tylko nieliczni uczniowie są uzdolnieni matematycznie**

 Z badań E. Gruszczyk-Kolczyńskiej[[29]](#footnote-29) wynika, że ponad połowa przedszkolaków wykazuje matematyczne zdolności, a już w klasie pierwszej aż 25% dzieci ma problemy z matematyką. Czy na tej podstawie można przyjąć tezę, że tylko nieliczni uczniowie są uzdolnieni matematycznie? Czy może lepiej zadać sobie pytanie, co sprawia, że liczba uzdolnionych matematycznie dzieci tak drastycznie zmniejsza się w szkole?

 „Większość problemów szkolnych pojawia się tuż po rozpoczęciu nauki”[[30]](#footnote-30) – odpowiada w wywiadzie Edyta Gruszczyk-Kolczyńska. Tak jest również w edukacji matematycznej. Dotyczy to co czwartego dziecka. Oznacza to, że problem nie tkwi w nielicznych dzieciach uzdolnionych matematycznie, lecz w tym, że licznie uzdolnione matematycznie dzieci pozbawiane są tego przez system szkolny. Z odważnych, krytycznych i twórczych przedszkolaków po kilku tygodniach szkolnej edukacji stają się mentalnie usidlone mało kreatywnymi zadaniami, zniechęcone do nauki, nastawione na odtwarzanie schematów myślowych. Towarzyszące im okoliczności edukacyjne bardzo skutecznie przyczyniają się do blokowania wszelkiej aktywności, której można byłoby nadać status poznawczej. Bierność postrzegania faktów, mechaniczne przyswajanie różnych wiadomości, pamięciowe uczenie się wypierają skutecznie naturalny u dzieci pęd do poszukiwań i eksploracji, myślnie projektujące, zdolność do analizy, samodzielnego planowania, itd. W miejsce tego proponuje się dzieciom zunifikowany system nauczania, kiedy nie uwzględniając indywidualnych różnic, wszyscy uczniowie uczą się tego samego, w tym samym tempie i w ten sam sposób. Wystarczy przyjrzeć się kartom pracy z zadaniami matematycznymi, aby zauważyć, jak skraca się w nich proces rozwiązania zadań do uzupełniania luk zamiast samodzielnej pracy i posługiwania się liczmanami.

 Mimo, że z badań psychologów wynika, iż różnice rozwojowe w sferze umysłowej wynoszą u dzieci 4 lata, co oznacza, że dziecko 7-letnie może być na poziomie rozwoju intelektualnego 5- lub 9-latka, szkoła tego nie uwzględnia. Wszyscy uczniowie muszą bezwzględnie podporządkować się gotowej ofercie metodycznej, która niestety nie uwzględnia zadań zróżnicowanych ze względu na stopień trudności i możliwość ich rozwiązania z uwzględnieniem różnych reprezentacji wiedzy: od enektywnej przez ikoniczna do symbolicznej. Dzieci zmuszane są więc do naśladowania innych, bezmyślnego powtarzania za nimi czynności, których sensu matematycznego nie rozumieją. W tzw. nauczaniu zbiorowym ginie indywidualny uczeń. Na lekcji może odpisać od innych, a w domu skorzysta z pomocy rodziców. W ten sposób nauczyciel nie widzi żadnego problemu i nie podejmuje żadnych kroków, aby pomóc uczniowi wyrównać narastające opóźnienia edukacyjne.

 Neutralizowaniu zdolności matematyczny sprzyja również monotonny kanon nauczania. Niejeden przedszkolak, gdy przychodzi do szkoły liczy do 1000, matematyzuje to, co go otacza ciągle coś przeliczając, opisując liczbami, klasyfikując według przyjętych przez siebie kryteriów. Tymczasem będąc już uczniem każe mu się poznawać przez 20 minut liczbę 1, a potem w odstępie około tygodnia liczbę 2 i tak do 10. Warto również przyjrzeć się, kiedy ten moment pojawia się w ministerialnym podręczniku „Nasz elementarz”. Ma to miejsce dopiero około strony 40. Czy to przypadek? Czy też przejaw niedowierzania w kompetencje dzieci i ich aktywność?

 W tle tego typu rozwiązań kryje się nastawienie na realizację programu dla średnich uczniów. Już w klasie pierwszej dzieci wiedzą, że nie trzeba się spieszyć (choć nauczyciel ich pogania), bo wtedy się nudzą. Nie trzeba poszukiwać metod rozwiązania zadania, bo te są zawsze dokładnie rozpisane w każdym oferowanym przez podręcznik i ćwiczenia zadaniu. Nie trzeba nawet czytać niektórych zadań, bo wszystko da się w nich odgadnąć z ilustracji. Nie trzeba myśleć, bo ktoś już za nich pomyślał, co trzeba zrobić. Problem jest więc nie w braku uzdolnionych matematycznie dzieci, lecz w tym jak system szkolny zabija w dzieciach te naturalne dla nich kompetencje do liczenia.

 W książce „Naucz małe dziecko myśleć i uczyć się”[[31]](#footnote-31) możemy przeczytać następujące zdanie: nie ma dzieci matematycznie głupich. Są jedynie dzieci, których talent matematyczny nie został rozwinięty lub którym dobrano źle czas i materiał do nauki. Refleksja jest gorzka, ale bardzo prawdziwa.

1. **JAK KONSTRUOWAĆ SYTUACJE PROBLEMOWE I WSPIERAĆ AKTYWNOŚĆ MATEMATYCZNĄ DZIECI?**

Zgodnie z filozofią konstruktywizmu, uczenie się jest poszukiwaniem znaczeń, dlatego powinno się rozpoczynać od rozwiązywania problemów. To najlepszy sposób, aby spowodować aktywne uczestnictwo dziecka w rozwiązaniu zadania i pomóc mu w świadomym i ze zrozumieniem uczeniu się.

Sytuacja problemowa powinna być sytuacją badawczą, w której nauczyciel zastępuje udzielanie informacji organizowaniem uczniowi własnego odkrywczego działania, stwarza sytuacje sprzyjające myśleniu, łączeniu osobistego doświadczenia z nowymi treściami, daje okazję do rozwiązań praktycznych i do zdobywania kolejnych nowych doświadczeń. Do głównych cech takiej sytuacji należy: nowość zagadnienia, nastawienie na zmianę, czasem dziwność, niezgodność z dotychczasowym doświadczeniem, złożoność, wieloznaczność, niewyraźność, luki w dostępnych informacjach, jednym słowem – konflikt poznawczy.

Organizowanie sytuacji problemowych nie jest jednak sprawą łatwą. Chodzi bowiem o to, aby stworzona sytuacja problemowa wywołała niepokój poznawczy ucznia i umożliwiała mu samodzielne dostrzeżenie, sformułowanie i rozwiązanie postawionego problemu. Pamiętać należy, że **problem** to rodzaj zadania dla dziecka trudnego, nowego do rozwiązania, którego nie wystarcza mu jego dotychczasowa wiedza. Podejście do problemu jest więc subiektywne. To samo zadanie dla jednego ucznia może być problemem z uwagi na brak doświadczeń i wiedzy niezbędnej do jego rozwiązania. W innym przypadku może okazać się zwykłym zadaniem utrwalającym, w który uczeń zastosuje odkrytą już wcześniej strategię jego rozwiązania. Ważną sprawą jest więc rozeznanie pokładów wiedzy osobistej dzieci i tworzenie takich sytuacji, które przebiegałyby w warunkach w pełni zaakceptowanych przez dzieci, prowokujących je do myślenia krytycznego i twórczego, uruchamiania aktywności umysłowej.

Najlepiej, gdy sytuacje problemowe przyjmują jak najbardziej naturalną postać, tj. tworzone są przez same dzieci, zgodnie z ich zainteresowaniami, potrzebami, stawianymi pytaniami. Sprzyjają temu sytuacje obserwacji, działań praktycznych, gry i zabawy dziecięce oraz wszelkie czynności wzięte z sytuacji życia codziennego. M. Dąbrowski nazywa to „łapaniem matematycznych okazji”[[32]](#footnote-32). Kilka ich przykładów zamieszczam poniżej.

**Przykład 1**

 W trakcie zajęć w klasie I (październik) pojawiła się potrzeba przygotowania kopert. Do wyboru był papier formatu A4 w czterech kolorach, więc i wśród dzieci pojawiły się koperty w czterech kolorach: żółtym, niebieskim, czerwonym, zielonym. Gdy gotowe koperty zebrano w jednym miejscu ktoś zauważył, że chyba najmniej jest żółtych. Uruchomiło to serię pytań i działań z nimi związanych:

* Jak możemy się upewnić, czy żółtych jest rzeczywiście najmniej?
* A ile jest niebieskich czy zielonych? O ile więcej?
* A ile jest razem zielonych i żółtych?

Jedno z końcowych pytań dotyczyło porównania liczby dzieci obecnych na sali z liczbą wszystkich kopert. Jeden z uczniów odpowiedział na nie w następujący sposób: Każdy z nas zrobił jedną kopertę, a więc było tyle samo kopert, co nas, al. E przed chwilą Marysia wyszła, więc teraz jest nas o jedno mniej niż kopert[[33]](#footnote-33).

**Przykład 2**

Z okazji Dnia Dziecka nauczycielka przyniosła do klasy torbę pełną cukierków: owocowych, czekoladowych, karmelków oraz małych wielosmakowych wafelków. Dzieci radośnie zareagowały na niespodziankę. Problem pojawił się podczas częstowania, bo okazało się, że dostają słodycze, które nie koniecznie lubią. Padła propozycja: Posegregujmy słodycze! W trakcie czynność dzieci rozdzielały słodycze w grupach i zadawały pytania:

* Jakie macie cukierki?
* Ile jest cukierków czekoladowych/mlecznych/owocowych?
* Czego jest więcej: wafelków czy cukierków?
* Jak możemy podzielić sprawiedliwie słodycze, aby każdy był zadowolony?
* Co zrobić z pozostałymi cukierkami?
* Ile ich zostało?
* Ile razem było wszystkich słodyczy?
* A może lepiej byłoby je na początku zważyć?
* Jak się je waży? itd.

Od przeliczania i segregowania cukierków, szukania różnych sposobów ich klasyfikowania oraz sprawiedliwego rozdzielenia dzieci przeszły do posługiwania się umiejętnościami praktycznymi w zakresie posługiwania się wagą.

 Projektowanie sytuacji edukacyjnych z wykorzystaniem nauczania problemowego to również konieczność uwzględniania możliwości wyboru. Mogą one dotyczyć: sposobu wykonania zadania, założonych rezultatów, technik działania, czasu trwania, osób, z którymi zamierza się kooperować, doboru przedmiotów i narzędzi, form ekspresji, a więc tego wszystkiego, co ma pobudzić naturalną ciekawość, wzmocnić motywacje i utrzymać aktywność dziecka. To natomiast wzmacnia ilość samodzielnych działań, zaangażowanie dziecka i satysfakcję podczas uczenia się.

1. **JAK KORZYSTAĆ Z PODRĘCZNIKA „NASZA SZKOŁA. MATEMATYKA”?**

Podręcznik Nasza szkoła. Matematyka zawiera treści uporządkowane w kilka działów tematycznych. Są to:

1. Wiadomości i umiejętności praktyczne, ilustrowane tematami:
* Jak odczytujemy plany?
* Jak ustalamy położenie?
* Jak zapisujemy daty?
* Która godzina?
* Jaka jest temperatura?, itp.
1. Działania na liczbach, jak:
* W jakiej kolejności dodajemy?
* Co to jest suma?
* Co to jest różnica?
* Jak odejmujemy?
* Co to jest mnożenie?,
* Liczymy dziesiątkami, czyli jak?
1. Figury geometryczne:
* Jakie figury nie mają boków?
* Gra podwórkowa,
* Powtórki przez pagórki, itp.

Przywołane tematy, a szczególnie ich realizację, można postrzegać, jako organizowanie aktywności uczniów z wykorzystaniem **metody indukcji** i dedukcji. Pierwsza z metod polega na organizowaniu aktywności uczniów od nagromadzenia materiału konkretnego (realnie istniejące przedmioty, liczmany, elementy do manipulowania), przez jego obserwację, analizę do wyprowadzenia wniosków, uogólnień, reguł. Przykładami mogą być tematy:

* Liczby, plany, czas,
* Tyle samo? Więcej? Mniej?
* Jak odczytujemy plany?
* Która godzina?
* Jaka jest temperatura?
* Co to jest mnożenie? Itd.

Konstruowane są one według zasady: „obrazek i nowe wiadomości”. Wykorzystana w nich ilustracja nie ma jednoznacznego zastosowania. Są sytuacje, kiedy obrazek nie zawiera żadnych pytań i może prowokować uczniów i nauczyciela do własnej aktywności. Tak jest w tematach: Liczby, plany, czas; Mnożenie i inne. Wówczas ilustracja ma charakter otwierający myślenie, prowokujące uczniów do zadawania własnych pytań i szukania na nie odpowiedzi, jak np. przy treściach dotyczących planu miasta, s. 4, pytania mogą dotyczyć ilości zebr, ich rozmieszczenia, kierunku poruszania, rozmieszczenia domków, kolejności ich występowania, itd. Prowokować do tego mogą pytania: Co powiecie o zebrach? Co powiecie o domkach? O co możemy zapytać? zamiast prostych pytań: Ile jest zebr? Ile jest domków?

W przygotowanym zestawie są również sytuacje zawierające gotowe pytania do zamieszczonych ilustracji. Jest ich znacznie więcej (tematy: Jak ustalamy położenie?, Jak ustalamy daty? Która godzina? Po południu, czyli o której?, itd. Wówczas należy ocenić wartość pytań i rozstrzygnąć, które z nich dotyczą tylko faktów, a które mają postać problemów. Te ostatnie są szczególnie ważne, bo uruchamiają samodzielne strategie poszukiwania rozwiązań i pomagają w uczeniu się ze zrozumieniem. Dla porównania podaję przykłady:

1. **Przeczytajcie, jakie ulice są zaznaczone na planie.** Jest to polecenie zorientowane na fakty – odszukanie informacji wynikający z planu.
2. **Celina mieszka przy ul. Kolejowej, niedaleko biblioteki. Jakimi ulicami może dojść do szkoły?** Odpowiedź na to pytanie może być przez dziecko dowolnie skonstruowana, poszukując różnych alternatywnych wersji dojścia do tego samego miejsca. Może sprowokować do poszukiwania drogi krótszej i dłuższej, łatwiejszej i trudniejszej.

 Po aktywności związanej z sytuacjami wprowadzającymi, które pozwalają rozeznać się w zasobie doświadczeń dzieci, jak również wzbogacić je o nowe, pojawiają się zadania o różnym stopniu trudności, które utrwalają poznane treści lub wprowadzają nowe z zastosowaniem struktury problemowej.

 Drugą metodą wykorzystaną w podręczniku jest **dedukcja.** Przebiega ona od ogółu do szczegółu, od podania definicji, reguły do poszukiwania jej zastosowania w zróżnicowanych pod względem stopnia trudności sytuacjach. Obejmuje ona wówczas etapy:

1. Zdefiniowanie pojęcia.
2. Zilustrowanie go przykładami.
3. Zastosowanie w sytuacjach typowych.
4. Zastosowanie w sytuacjach nietypowych.

Poszczególnym fazom tej metody przypisane są określone rodzaje zadań. W temacie **Co to jest suma? Co to jest różnica?** na początku uczeń poinformowany jest o tym, co to jest suma, co to jest różnica. Następnie podane są przykłady ilustrujące ten rodzaj działań, po czym pojawia się kilka zadań utrwalających typu: **zapisz działania, w których suma jest równa 15 lub wykonaj podane działania**, po czym pojawiają się dopiero zadania stawiające dzieci w sytuacjach nietypowych, wymagających od nich poszukiwania rozwiązania „na własny sposób”. Na przykład: **Ola i Maja sprawdzają, ile pieniędzy zaoszczędziły. Mówi jedna: W sumie mamy 20 zł. Mówi druga: nasze oszczędności różnią się o złotówkę. Porozmawiajcie o tym, kto ma rację.**

Powyższych zadań przy każdym temacie jest kilka. Dzieci mają więc okazję do uruchamiania różnych strategii myślowych i posługiwania się odmiennymi reprezentacjami wiedzy od enaktywnej, przez ikoniczną do symbolicznej. Każde zadanie ma nieco inną sytuację życiową, co pozwala uchronić dzieci od nudy i monotonii. Pozwala również dostrzegać matematykę w znacznie większej ilości obszarów życia codziennego niż tylko robienie zakupów.

Zgodnie z konstruktywistyczną filozofią edukacji podręcznik nie jest traktowany jako główne i niezastąpione źródło wiedzy, lecz jako jedno z wielu, które ma pomóc dziecku w przeprowadzeniu go od zmysłowego odbioru świata do konstruowania i opisywania go za pomocą symboli. W tym też sensie postrzegam korzystanie z podręcznika Nasza szkoła. Matematyka, gdzie zaproponowane rozwiązania mogą służyć jako pomoc w stymulowaniu aktywności dzieci, nie zaś zestaw zadań do obligatoryjnego zastosowania. Mogą one, a wręcz powinny być modyfikowane w zależności od potrzeb i możliwości dzieci, kierując się zasadą zaufania do ich kompetencji poznawczych i twórczego potencjału tkwiącego w każdym dziecku.

1. M. Czajkowska, Umiejętności matematyczne przyszłych polskich nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w świetle wyników badania TEDS, „Problemy Wczesnej Edukacji” 2012, nr 1 (16), s. 67. [↑](#footnote-ref-1)
2. M. Dąbrowski, E. Wiatrak, Nauczyciele nauczania początkowego w świetle ankiet, [w:] Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008, red. M. Dąbrowski, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2009, s. 159 i następne. [↑](#footnote-ref-2)
3. M. Dąbrowski, O matematycznych wynikach polskich trzecioklasistów w badaniach TIMSS, „Problemy Wczesnej Edukacji” 2013, nr 4(23). [↑](#footnote-ref-3)
4. Ibidem, s. 36. [↑](#footnote-ref-4)
5. A. Kalinowska, Poznawczy i kulturowy wymiar dezintegracji wczesnoszkolnych pojęć matematycznych, [w:] (Anty)edukacja wczesnoszkolna, red. D. Klus-Stańska, Oficyna Wydawnicza „Impuls”, Kraków 2014, s. 374. [↑](#footnote-ref-5)
6. C. Kamii, Young children reinvent arithmetic, 2nd ed., Teacher College Press, New York 2000. [↑](#footnote-ref-6)
7. J. Bruner, Proces kształcenia, PWN, Warszawa 1965. [↑](#footnote-ref-7)
8. J. Piaget, Science of education and the psychology of the child, Viking Press, New York 1970, s. 151. [↑](#footnote-ref-8)
9. J. Bruner, Poza dostarczone informacje, PWN, Warszawa 1978, s. 532. [↑](#footnote-ref-9)
10. H.R. Schaffer, Epizody wspólnego zaangażowania jako kontekst rozwoju poznawczego, [w:] Dziecko w świecie ludzi i przedmiotów, red. A. Brzezińska, G. Lutomski, Poznań 1994. [↑](#footnote-ref-10)
11. D. Klus-Stańska, Wiedza i sposoby jej nabywania, [w:] Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania, red. D. Klus-Stańska, M. Szczepska-Pustkowska, Wydawnictwo Akademicki i Profesjonalne, Warszawa 2009, s. 480. [↑](#footnote-ref-11)
12. M. Dąbrowski, O rozwijaniu umiejętności matematycznych w nauczaniu zintegrowanym, [w:] Kształcenie zintegrowane. Problemy teorii i praktyki, red. M. Żytko, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2002, s. 57. [↑](#footnote-ref-12)
13. Projekt piktografia; <http://projekt-pktografia.pl/> z dnia 10.05.2015. [↑](#footnote-ref-13)
14. D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2004, s. 29. [↑](#footnote-ref-14)
15. J. Hanisz, Zadania na szóstkę, WSiP, Warszawa 1997. [↑](#footnote-ref-15)
16. M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2008. [↑](#footnote-ref-16)
17. Zadanie zaczerpnięte z książki D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego…, op. cit. [↑](#footnote-ref-17)
18. D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 2004, s. 120. [↑](#footnote-ref-18)
19. M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2008, s. 133. [↑](#footnote-ref-19)
20. Z. Kwieciński, Socjopatologia edukacji, Mazurska Wszechnica Nauczycielska w Olecku, Olecko 1995, s. 75. [↑](#footnote-ref-20)
21. A. Kalinowska, Pozwólmy dzieciom działać. Mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2010. [↑](#footnote-ref-21)
22. M. Dąbrowski, Pozwólmy dzieciom myśleć…, op. cit., s. 11. [↑](#footnote-ref-22)
23. Ibidem, s. 11. [↑](#footnote-ref-23)
24. R. Thom, Matematyka „nowoczesna” – pomyłka pedagogiczna i filozoficzna?, „Wiadomości Matematyczne”, XVIII, 1974. [↑](#footnote-ref-24)
25. M. Żytko, Program edukacyjny „Gramy w piktogramy” – pomysł na wspieranie edukacji matematycznej dzieci i jego wykorzystanie w praktyce szkolnej, „Problemy Wczesnej Edukacji” (materiały w druku). [↑](#footnote-ref-25)
26. N. Minge, K. Minge, Wolność od schematów, „Psychologia w Szkole” 2015, nr 1(47), s. 6. [↑](#footnote-ref-26)
27. D. Klus-Stańska, M. Nowicka, Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, WSiP 2005, s. 111. [↑](#footnote-ref-27)
28. Nasza szkoła. Matematyka, Warszawa 2014, s. 23. [↑](#footnote-ref-28)
29. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Szkoła, rzeź talentów, „Dziennik Gazeta Prawna”, 10-12 maja 2013 r. [↑](#footnote-ref-29)
30. Ibidem. [↑](#footnote-ref-30)
31. Naucz małe dziecko myśleć i uczyć się, Wydawnictwo Ravi, Łódź 2004. [↑](#footnote-ref-31)
32. M. Dąbrowski, O rozwijaniu umiejętności matematycznych…, op. cit., s. 59. [↑](#footnote-ref-32)
33. Ibidem, s. 59. [↑](#footnote-ref-33)