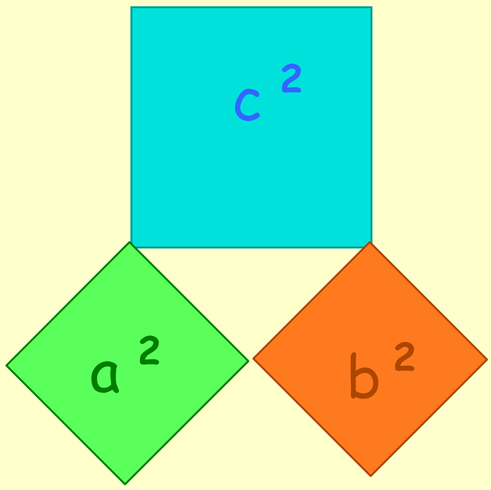
MATEMATYKA

Irena Wosz – Łoba

Unter Mitarbeit von: Annette Fouqué



Teil I

MATHEMATIK

Inhaltsverzeichnis

VORWORT

Der vorliegende erste Teil des Übungshefts ist für die Schüler der bilingualen Klassen gedacht. Außerdem sind die Materialien für alle geeignet, die über die grundlegende Terminologie der Mathematik verfügen und das zweisprachige Abitur ablegen müssen. Das Übungsheft will nicht nur mathematisches Wissen und Können, sondern vor allem auch die Fachbegriffe vermitteln.

Von der Konzeption und Ausführung her lässt sich das Übungsheft sowohl als Selbstlernprogramm als auch als Lernmaterial für den bilingualen Unterricht verwenden. Zur Übung und Vertiefung des Lernstoffes dient eine reichhaltige Sammlung von Aufgaben. Das Übungsheft ist so aufgebaut, dass neue Kapitel vorher behandelten Stoff enthalten können.

Das Heft enthält:

- eine Aufstellung mathematischer Zeichen und Abkürzungen,
- Einführungen in neue (theoretische) Sachgebiete - auf grauem Untergrund,
- Musterlösungen - auf gelbem Untergrund,
- Aufgaben zum Selbstlösen. Für die Lösung der Aufgaben mit dem Symbol braucht der Schüler ein zusätzliches Blatt Papier
- einen Test mit Musterabituraufgaben,
- und natürlich die Lösungen!

Viel Vergnügen bei der Arbeit mit dem Übungsheft wünscht

die Autorin

Wstęp

Pierwsza część zbioru zadań powstała z myślą o uczniach klas dwujęzycznych z językiem niemieckim, Ćwiczenia pozwalają nie tylko na powtórzenie i utrwalenie wiadomości i umiejętności z matematyki, ale przede wszystkim na utrwalenie słownictwa przed maturą dwujęzyczną. Zbiór zadań może być uzupełnieniem do pracy na lekcjach, może służyć jako materiał do samodzielnej pracy ucznia. Zbiór zadań zawiera:

- listę symboli matematycznych,
- teorię umieszczoną na szarym tle,
- przykładowe rozwiązania zadań na żółtym tle,
- zadania do samodzielnego rozwiązania. Do rozwiązania zadań z symbolem potrzebna będzie dodatkowa kartka papieru,
- przykładowe zadania maturalne,
- odpowiedzi do zadań.

Życzę powodzenia!

Autorka

Zeichen und Abkürzungen

Zahlen und Mengen

a^b	Potenz mit der Basis (Grundzahl) a und dem Exponenten (Hochzahl) b		
$\sqrt{x}$	Quadratwurzel aus x (kurz: Wurzel aus x)		
$\sqrt[3]{x}$	Kubikwurzel aus x, dritte Wurzel aus x		
%	Prozent		
$\frac{x}{y}$	Bruch mit dem Zähler x und dem Nenner y		
$\frac{1}{2}$	einhalb	$\frac{1}{3}$	ein Drittel
$\frac{1}{7}$	ein Siebtel	$\frac{3}{4}$	drei Viertel
$\frac{1}{100}$	ein Hundertstel	$1\frac{1}{2}$	eineinhalb, anderthalb
$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$	gleichnamige Brüche	$\frac{1}{2}, \frac{5}{6}$	ungleichnamige Brüche
$\frac{1}{2}, \frac{3}{7}$	echte Brüche	$\frac{15}{4}, \frac{6}{5}$	unechte Brüche
$x = y$	x gleich y	$a \neq b$	a ungleich b
$x > y$	x ist größer als y	$a < b$	a ist kleiner als b
$x \geq y$	x ist größer oder gleich y	$a \leq b$	a ist kleiner oder gleich b
$x \approx y$	x ist ungefähr gleich y	$\lvert x \rvert$	absoluter Betrag von x
( )	runde Klammern	[ ]	eckige Klammern
{ }	geschwungene Klammern		

$$\left.\begin{array}{l}(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a - b)(a + b) = a^2 - b^2\end{array}\right\} \text{binomische Formeln}$$

N	Menge der natürlichen Zahlen	C	Menge der ganzen Zahlen
W	Menge der rationalen Zahlen	NW	Menge der irrationalen Zahlen
R	Menge der reellen Zahlen		
$a \in M$	a ist Element von M	$b \notin M$	b ist nicht Element von M
$A \subset B$	A ist echte Teilmenge von B	$C \not\subset B$	C ist nicht Teilmenge von B
$A \subseteq B$	A ist Teilmenge von B		

$A \cap B$	Schnittmenge A geschnitten mit B	$A \cup B$	Vereinigungsmenge A vereinigt mit B
$A \setminus B$	Differenzmenge, A ohne B	$\emptyset$	leere Menge
(x, y)	offenes Intervall	$\langle x, y \rangle$	abgeschlossenes Intervall
$(x, y\rangle$	linksoffenes Intervall	$\langle x, y)$	rechtsoffenes Intervall

Geometrie

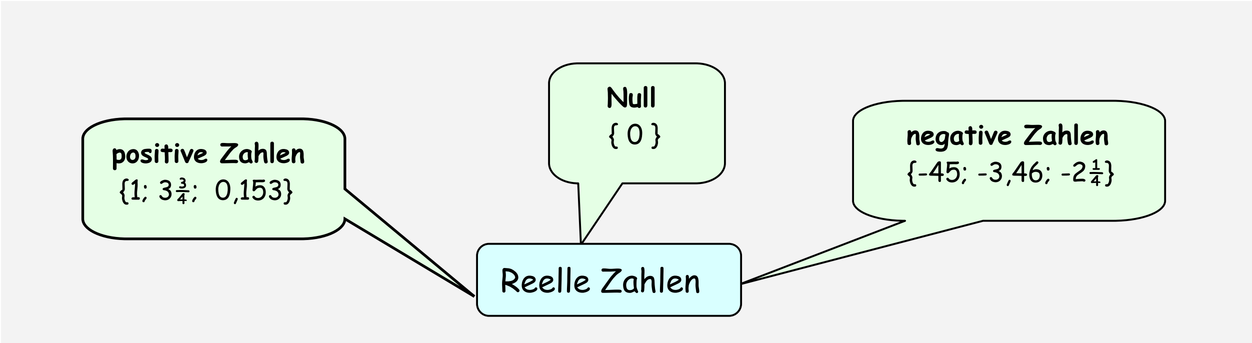
$\overline{AB}$	Strecke mit den Endpunkten A und B	$\lvert\overline{AB}\rvert$	Länge der Strecke zwischen A und B
g, h, k, l	Geraden	$\lvert AB\rvert$	Abstand zwischen den Punkten A, B
$a \perp b$	a senkrecht zu b	$a \parallel b$	a parallel zu b
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$	Winkel	⊾	rechter Winkel
$A = (x, y)$	Punkt A mit den Koordinaten x und y		

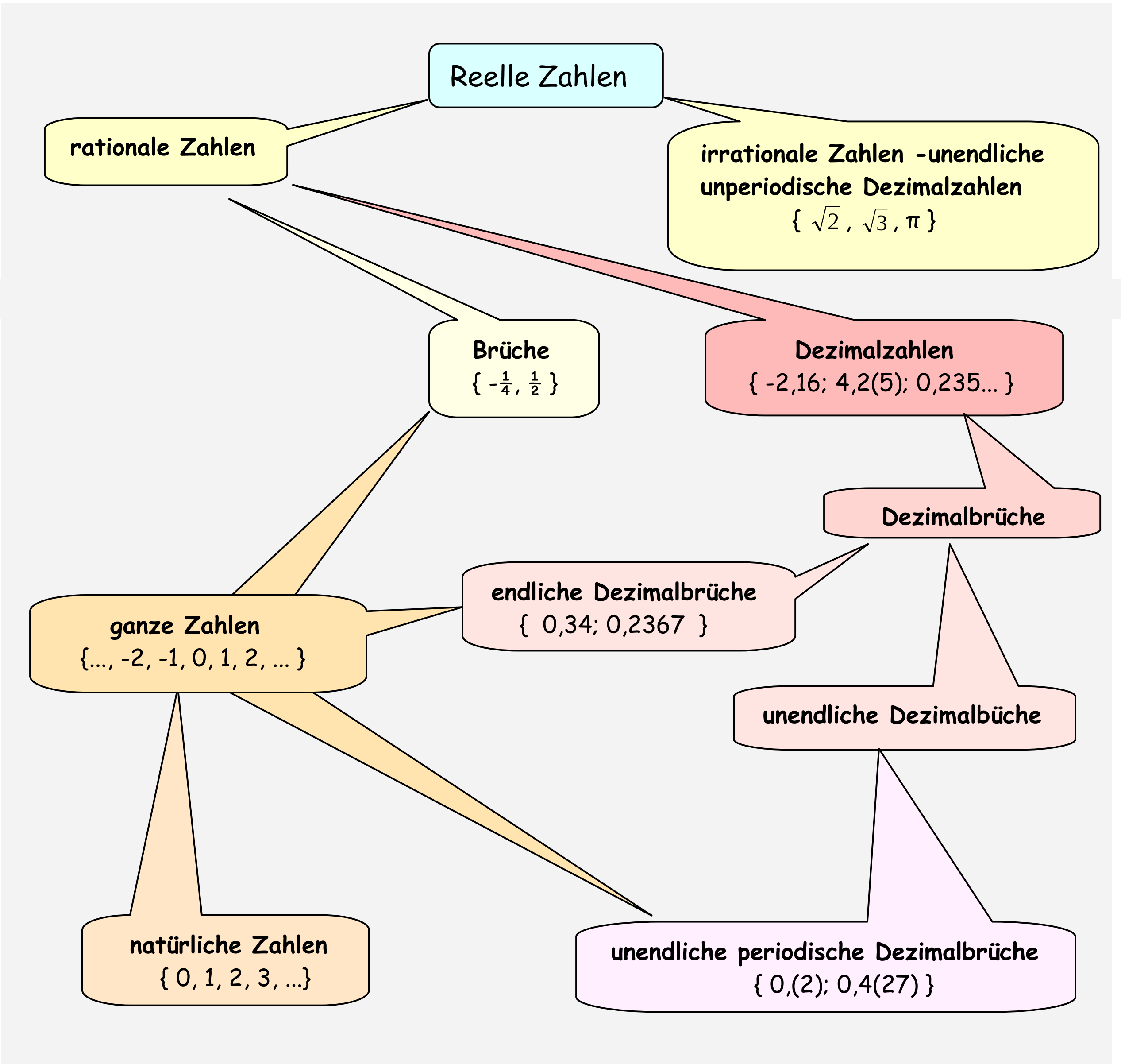
Funktionen

$f\colon x \to f(x)$	Zuordnungsvorschrift, Funktionsvorschrift, x wird *f* von x zugeordnet
$y = f(x)$	Funktionsgleichung, Funktionsterm, y ist *f* von x
D_f	Definitionsmenge, Definitionsbereich der Funktion *f*
$x \in D_f$	x ist Argument der Funktion *f*
Y_f	Wertemenge, Wertebereich der Funktion *f*
$f(x)$	Wert der Funktion für das Argument x
x_0	Nullstelle
y_{max}	der größte Funktionswert
y_{min}	der kleinste Funktionswert
$y = ax + b$	Gleichung einer linearen Funktion
$y = ax^2 + bx + c$	Gleichung einer quadratischen Funktion

1. Zahlen und Mengen

Zahlen





1. Richtig oder falsch?

a) Null ist eine ganze Zahl.

b) $\frac{1}{3}$ kann man als einen unendlichen Dezimalbruch darstellen.

c) 25 ist keine rationale Zahl.

d) 0,(4) ist ein unendlicher Dezimalbruch.

e) $\sqrt{15}$ ist eine reelle Zahl.

f) Negative und positive Zahlen bilden die Menge der reellen Zahlen.

richtig	falsch

2. Ergänze die Sätze:

positive • zweistellige • ganze • drei • Dezimalzahl • negatives • vierstellige

a) *2* ist eine einstellige Zahl. *56* ist eine .... Zahl.
1768 ist eine .... Zahl.

b) *-2; 24; 189* sind .... Zahlen. *8,523* ist eine .... Zahl, weil sie .... Stellen hinter dem Komma hat.
Man liest: „acht Komma fünf zwei drei“.

c) *+ 3* ist eine positive Zahl. Vor der Zahl steht ein Pluszeichen.
Vor der Zahl steht ein positives Vorzeichen.
-5 ist keine .... Zahl. Vor der Zahl steht ein .... Vorzeichen.

3. Verbinde

a) $\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{18}_{3}} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{6}{18} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 3}$

c) $\frac{6}{18} = \frac{12}{36}$

d) $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$

1) Zähler und Nenner in Faktoren zerlegen.

2) Einen Bruch erweitern.

3) Gemischte Zahl in einen unechten Bruch umwandeln.

4) Einen Bruch kürzen.

Summanden

$\underline{a + b} = c$

Summe

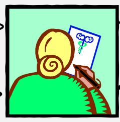
Ich addiere

Minuend Subtrahend

$\underline{a - b} = c$

Differenz

Ich subtrahiere



Ich multipliziere

Faktoren

$\underline{a \cdot b} = c$

Produkt

Ich dividiere

Dividend Divisor

$\underline{a : b} = c$

Quotient

4. Erstelle einen Rechenausdruck:

a) Addiere zur Summe der Zahlen 3 und -7 die Differenz der beiden Zahlen.

....

b) Multipliziere die Summe aus 10 und 5 mit dem Quotienten aus 8 und 11.

....

c) Dividiere die Summe aus 6 und -4 durch die Differenz aus 7 und 3.

....

d) Subtrahiere von der Summe aus 15 und 9 die Differenz aus 9 und 2.

....

5. Über drei Zahlen werden folgende Aussagen gemacht:

(1) Der Quotient aus der ersten und der dritten Zahl ist negativ.

(2) Das Produkt aller drei Zahlen ist positiv.

(3) Der Betrag der ersten Zahl ist gleich ihrer Gegenzahl.

Was lässt sich aufgrund dieser drei Bedingungen über die Vorzeichen der drei Zahlen aussagen?

6. **Welche der folgenden Aussagen sind wahr?**

a) Es gibt keine kleinste reelle Zahl.

b) Es gib keine größte natürliche Zahl.

c) Die Summe zweier irrationaler Zahlen ist stets eine irrationale Zahl.

d) Das Produkt zweier irrationaler Zahlen ist stets eine irrationale Zahl.

e) Die Differenz zweier rationaler Zahlen ist stets kleiner als ihre Summe.

f) Subtrahiert man eine negative Zahl von einer positiven, so ist das Ergebnis positiv.

7. **Gib für folgende Rechenregeln noch ein Beispiel an:**

a) Der Nachfolger des Produktes der beiden um vier größeren Zahlen eines Primzahlzwillings ist durch 36 teilbar.

Beispiel: $5 \cdot 7 + 1 = 36$. 36 ist durch 36 teilbar.

b) Die Summe der beiden um vier größeren Zahlen eines Primzahlzwillings ist durch 12 teilbar.

Beispiel: $17 + 19 = 36$. 36 ist durch 12 teilbar.

c) Außer 5 und 10 ist jedes Vielfache von 5 die Summe von fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen.

Beispiel: $45 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11$.

d) Setzt man vor eine beliebige dreistellige Zahl ihr Doppeltes, so ist die entstehende sechs- oder siebenstellige Zahl durch 23 und 29 teilbar.

Beispiel: Gegeben ist die dreistellige Zahl 274. Ihr Doppeltes ist 548. Die entstehende sechsstellige Zahl ist $548274 = 23 \cdot 29 \cdot 822$.

e) Man bildet das Quadrat einer auf 5 endeten Zahl, indem man die vor der 5 stehende Zahl mit ihrem Nachfolger multipliziert und 25 daranhängt.

Beispiel: Was ist 165^2? $16 \cdot 17 = 272$. $165^2 = 27225$.

8. **Gegeben sind die Zahlen** $\boldsymbol{a = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 11^4}$ **und** $\boldsymbol{b = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11^5}$**.**

der größte gemeinsame Teiler - **ggT**, das kleinste gemeinsame Vielfache - **kgV**

a) Finde den ggT(a, b) und das kgV(a, b),

b) Berechne $\frac{kgV(a,b)}{ggT(a,b)}$,

c) Beweise, dass kgV(a, b) · ggT(a, b) = ab. **10**

9. **Gib die Dezimaldarstellung der folgenden Brüche an:**

a) $\frac{85}{6}$, b) $\frac{32}{11}$, c) $\frac{77}{99}$.

Runde auf drei Dezimalstellen nach dem Komma.

10. **Prüfe, ob das wahre Aussagen sind:**

a) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81} = 0$, b) $3 - \sqrt{3} = \sqrt{12 - 3\sqrt{12}}$.

11. **Berechne:**

a) $((\frac{1}{4})^{-3})^3 : 8^2$, b) $64^{-3} \cdot \frac{32^3}{(\frac{1}{2})^5}$, c) $\frac{9^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[6]{3^5}}$.

12. **Mache die Nenner rational:**

a) $\frac{11+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$, b) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$, c) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-6}$.

13. **Fasse zusammen und berechne den Wert des erhaltenen Terms für x =** $\frac{\sqrt{3}}{2}$**:**

a) $(2\sqrt{3} - x)^2 - 2(2\sqrt{3} - x)(2\sqrt{3} + x) + (2\sqrt{3} + x)^2$,

b) $(x + \sqrt{2})^4 - (x - \sqrt{2})^4$.

14. **Finde alle Paare natürlicher Zahlen, die Lösung folgender Gleichung sind:**

a) $x^2 - y^2 = 25$, b) $4x^2 - y^2 = 63$.

15. **Gegeben sind zwei Zahlen x = 2 -** $\sqrt{5}$ **und y = 2 +** $\sqrt{5}$**.**

a) Gib die Gegenzahl und den Kehrwert der Zahl x an,

b) berechne das Produkt der Zahlen x und y,

c) bestimme die beiden Quotienten der Zahlen x und y,

d) berechne die Summe der zweiten Potenzen von x und y,

e) berechne die Differenz von x und y,

f) finde den Betrag der Summe der Zahlen x und y.

16. **Ein Würfel hat die Kantenlänge *a*. Leite die Formel für die Länge der Raumdiagonalen des Würfels her.**

17. **Die Raumdiagonale eines Würfels hat die Länge 1. Berechne:**

a) die Oberfläche des Würfels, b) das Volumen des Würfels.

18. **In welchem Fall wird die Preissenkung am größten und wann am kleinsten?**

a) ein Preis wird erst um 20% erhöht, dann aber um 20% gesenkt,

b) ein Preis wird erst um 20% gesenkt, dann aber um 20% erhöht,

c) ein Preis wird erst um 10% erhöht, dann aber um 10% gesenkt,

d) ein Preis wird erst um 50% gesenkt, dann aber um 50% erhöht.

19. **16% einer Geldsumme sind 9 €. Wie groß ist die Geldsumme?**

Ergänze:

a) der Grundwert: ...., b) der Prozentwert: ...., c) der Prozentsatz: ....

20. **Die Miete für eine Wohnung wurde von 630 € auf 655,2 € erhöht. Um wieviel Prozent wurde die Miete erhöht?**

Aussagenlogik

Eine **Aussage (p, q, r, s)** ist ein Satz, bei dem es sinnvoll ist zu fragen, ob er wahr oder falsch ist.

Eine wahre Aussage hat den Wahrheitswert 1, eine falsche Aussage hat den Wahrheitswert 0.

Die Verknüpfung von Aussagen mit dem Zeichen:

- **~ p** wird als **Negation** bezeichnet. Man liest „***nicht p***“,
- **p** $\vee$ **q** wird als **Disjunktion** (Adjunktion) bezeichnet. Man liest „***p oder q***“,
- **p** $\wedge$ **q** wird als **Konjunktion** bezeichnet. Man liest „***p und q***“,
- **p** $\Rightarrow$ **q** wird als **Implikation** bezeichnet. Man liest „***wenn p, dann q***“,“***aus p folgt q***“,
- **p** $\Leftrightarrow$ **q** wird als **Äquivalenz** bezeichnet. Man liest „***p genau dann, wenn q***“.

Wahrheitstafeln

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

21. **Verknüpfe die Sätze**

1) Die Disjunktion ist wahr, wenn
2) Die Disjunktion ist falsch, wenn
3) Die Konjunktion ist wahr, wenn
4) Die Konjunktion ist falsch, wenn
5) Die Äquivalenz ist wahr, wenn
6) Die Äquivalenz ist falsch, wenn

a) beide Aussagen falsch sind.
b) beide Aussagen wahr sind.
c) mindestens eine Aussage wahr ist.
d) beide Aussagen den gleichen Wahrheitswert haben.
e) mindestens eine Aussage falsch ist.
f) beide Aussagen verschiedene Wahrheitswerte haben.

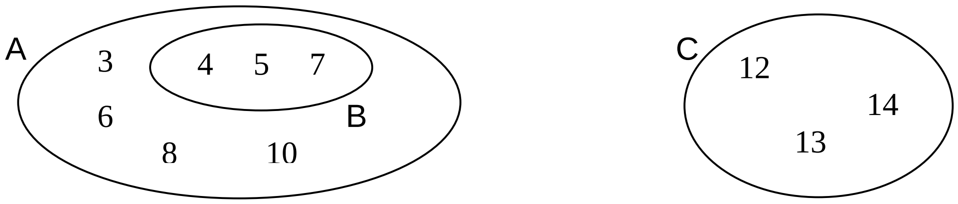
1	2	3	4	5	6

22. **Konrad sagt: „Berta lügt“. Berta sagt: „Ludwig lügt“. Ludwig sagt: „Konrad und Berta lügen“. Wer lügt denn nun?**

Mengen

23. **Ergänze die Sätze:**

leere • Teilmenge • gemeinsamen • A • keine Teilmenge • B • elementfremd



a) B ist .... von A, weil die Elemente von .... auch die Elemente von .... sind.

b) C ist .... von A, weil sie keine .... Elemente haben. Sie sind ....

c) Die Schnittmenge der Mengen A und C ist eine .... Menge.

24. **Gegeben ist die Menge M = {-3; 0,2; 0;** $\sqrt{9}$ **;** $\frac{20}{5}$ **;** $\sqrt[3]{125}$ **; -**$\sqrt{5}$ **; -111**$\frac{1}{3}$**}. Ergänze:**

a) natürliche Zahlen der Menge: ....

b) ganze Zahlen der Menge: ....

c) rationale Zahlen der Menge: ....

d) irrationale Zahlen der Menge: ....

25. **Schreibe die geforderten Mengen in aufzählender Form auf:**

a) A ist die Menge der Teiler der Zahl 12.

A = ...

b) B ist die Menge der Primzahlen, die kleiner als 13 sind.

B = ...

c) C ist die Menge der einstelligen natürlichen Zahlen.

C = ...

d) D ist die Menge der zweistelligen ungeraden Zahlen, die größer als 80 sind.

D = ...

e) E ist die Menge der Vielfachen der Zahl 3, die kleiner als ihr Sechsfaches sind.

E = ...

26. **Gegeben sind A = {3, 6, 9, 12} und B = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}. Stelle die Mengen A und B in beschreibender Form dar.**

A - ....

....

B - ....

....

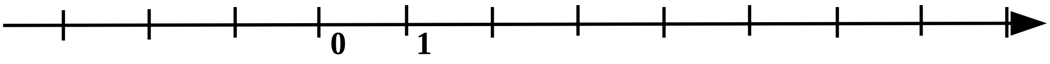
27. **Gegeben sind** $A = \{x: x \in \mathbf{R} \wedge x \leq 4\}$, $B = \{x: x \in \mathbf{R} \wedge \frac{1}{2}x - 1 > -3\}$, $C = \{x: x \in \mathbf{R} \wedge |x| \leq 3\}$.

a) Stelle die Mengen auf einer Zahlengeraden dar,

b) Stelle die Mengen als Intervalle dar.

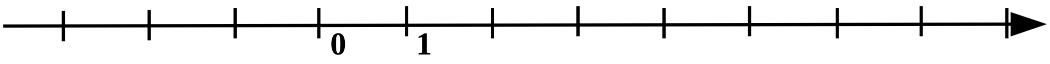
28. **Gegeben sind** $A = \langle 3, 7)$, $B = (-1, 4\rangle$, $C = \langle 0, \infty)$. **Finde:**

a) die Vereinigungsmenge der Mengen A, B, C



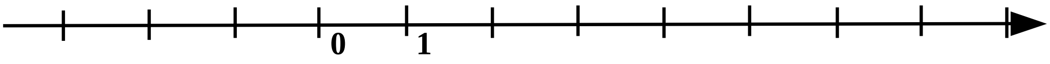
....

b) die Differenzmenge der Mengen A und B



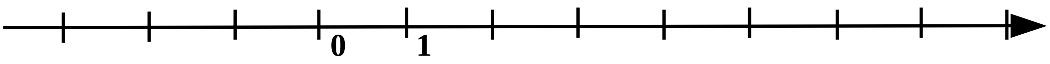
....

c) die Schnittmenge der Mengen C und A



....

d) $(A \cup B) \setminus C$



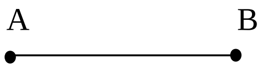
....

Geometrische Begriffe

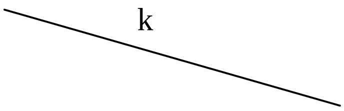
29. **Beschrifte die Bilder mit den Wörtern aus der Tabelle.**

eine Gerade • der Schnittpunkt der zwei Geraden • zwei Parallelen

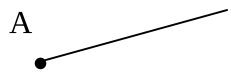
Orthogonalen • eine Halbgerade • eine Strecke

a) 

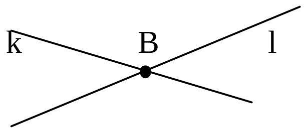
....

b) 

....

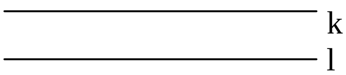
c) 

....

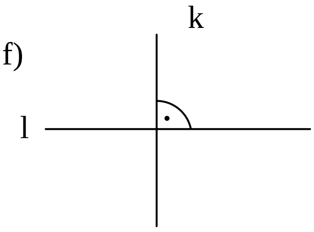
d) 

B - ....

....

e) 

....

f) 

....

30. **Ergänze die Sätze mit den passenden Wörtern.**

a) Eine .... hat zwei Endpunkte.

b) Eine .... und eine .... sind unbegrenzt.

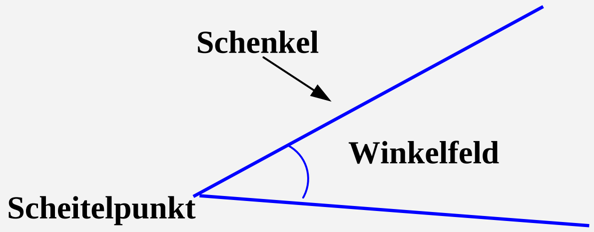
c) Zwei Geraden können sich schneiden. Den gemeinsamen Punkt der Geraden nennt man ....

d) Wenn zwei Geraden einen Rechten Winkel bilden, heißen sie ....

e) Die Geraden, die keinen Schnittpunkt haben, sind ....

31. **Zeichne eine Strecke. Zeichne zwei Kreise um die Endpunkte der Strecke. Der Radius muss größer sein als die halbe Entfernung der zwei Punkte. Die zwei Schnittpunkte der beiden Kreislinien bestimmen eine Gerade. Wie ist die Entfernung der Punkte der Geraden von den Endpunkten der Strecke? Wie heißt die Gerade?**

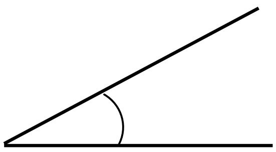
Winkel



32. **Wie heißen die Winkel?**

stumpfer Winkel • gestreckter Winkel • rechter Winkel

spitzer Winkel • überstumpfe Winkel • Vollwinkel

a) 

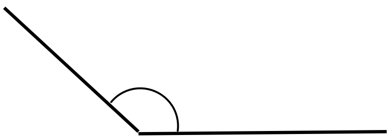
....

....

b) 

....

....

c) 

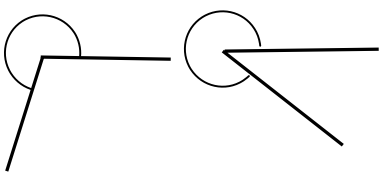
....

....

d) 

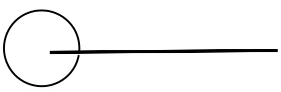
....

....

e) 

....

....

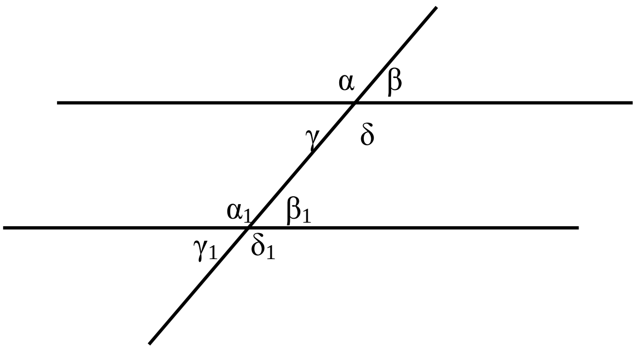
f) 

....

....

33. **Ergänze**

WECHSELWINKELNEBENWINKELSCHEITELWINKEL
STUFENWINKELENTGEGENGESETZTERWINKEL



a) β und β_1 sind ....

b) β und α_1 sind ....

c) α und δ sind ....

d) γ_1 und δ_1 sind ....

e) δ und β_1 sind ....

34. **Antworte auf die Fragen**

a) Welche Winkel ergeben zusammen 180˚?

b) Sind Wechselwinkel gleich groß?

c) Sind Stufenwinkel gleich groß?

35. **Zu welchen vollen Stunden kann man zwischen den beiden Zeigern einer Uhr einen:**

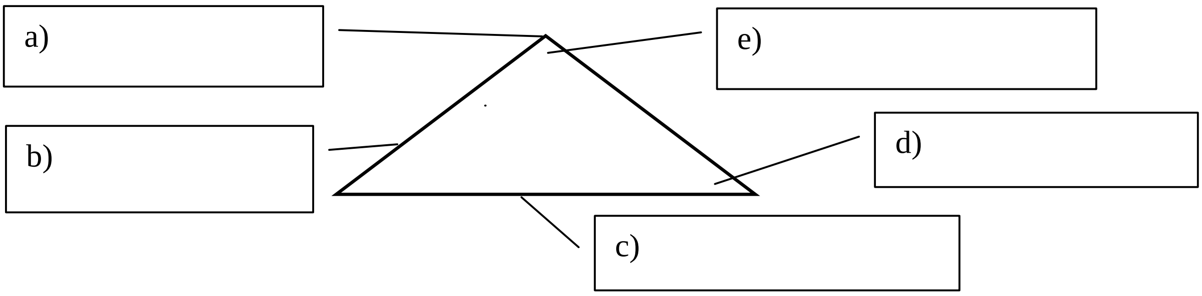
a) spitzen, b) rechten, c) stumpfen

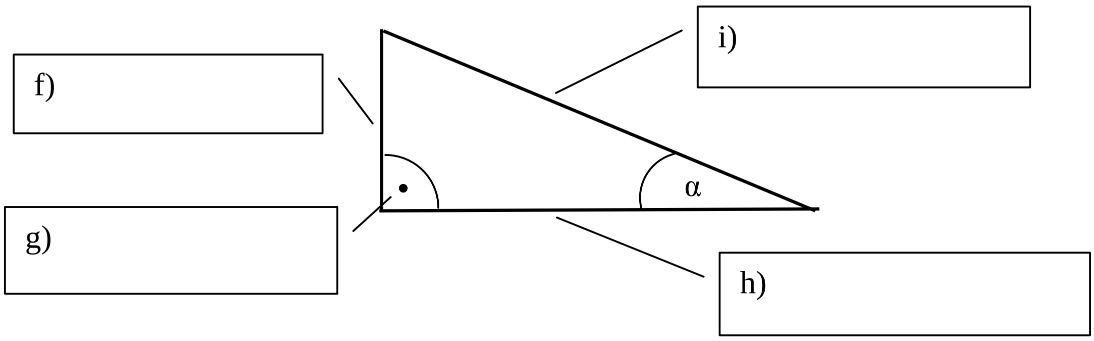
Winkel finden?

36. **Zeichne einen Winkel. Zeichne einen Kreis mit beliebigem Radius um den Scheitelpunkt des Winkels. Setze den Zirkel nacheinander an den Schnittpunkten mit den Schenkeln des Winkels an. Zeichne so zwei Kreise mit gleichem Radius. Die Schnittpunkte dieser zwei Kreise liegen auf einer Halbgeraden. Wie ist die Entfernung der Punkte der Halbgeraden von dem Scheitelpunkt des Winkels? Wie heißt die Halbgerade?**

37. **Welche Wörter findest du in der Wortschlange? Trage die Wörter an der richtigen Stelle ein.**

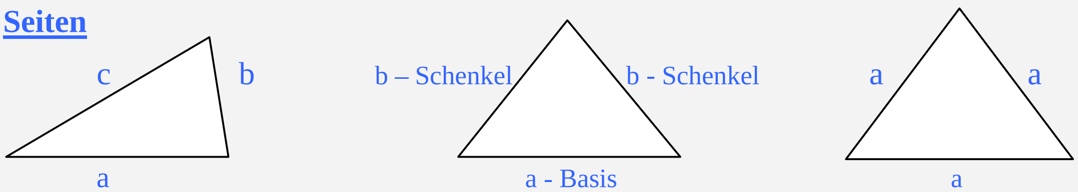
grundseitehypotenuseankatheterechterwinkell
stumpferwinkelschenkelgegenkathete
basiswinkeleckpunkt





Die Einteilung der Dreiecke nach

a) Seiten

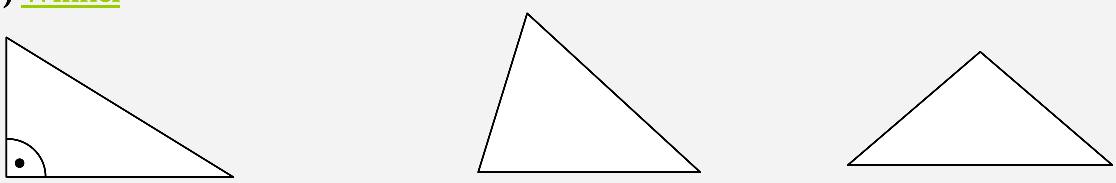


beliebiges Dreieck

gleichschenkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

b) Winkel

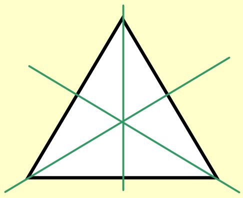


rechtwinkliges Dreieck

spitzwinkliges Dreieck

stumpfwinkliges Dreieck

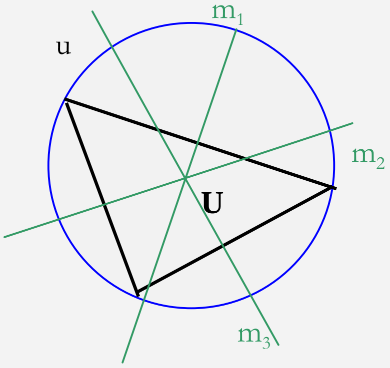
38. **Ergänze die Lücken, zeichne die Dreiecke und ihre Symmetrieachsen wie im Beispiel:**

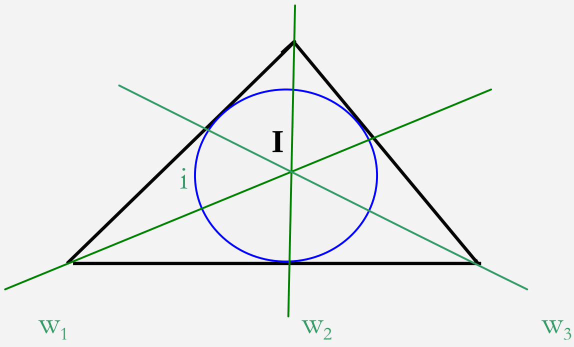
	gleichseitiges Dreieck	gleichschenkliges Dreieck	nicht gleichschenkliges Dreieck
	3 Symmetrieachsen	.... Symmetrieachse	.... Symmetrieachse
spitzwinkliges Dreieck			
rechtwinkliges Dreieck			
stumpfwinkliges Dreieck			

39. **Richtig oder falsch? Kreuze an!**

		r	f
a	Ein gleichseitiges Dreieck hat drei Symmetrieachsen.	X	
b	Ein gleichschenkliges Dreieck hat keine Symmetrieachse.		
c	Ein rechtwinkliges Dreieck kann nicht gleichschenklig sein.		
d	Eine Kathete und die Hypotenuse können gleich lang sein.		
e	Ein stumpfwinkliges Dreieck hat drei Symmetrieachsen.		
f	Bei einem stumpfwinkligen Dreieck ist ein Winkel größer als 90°.		
g	Bei einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich.		
h	Ein Dreieck mit einem stumpfen Winkel kann rechtwinklig sein.		
i	Ein rechtwinkliges Dreieck hat zwei Symmetrieachsen.		

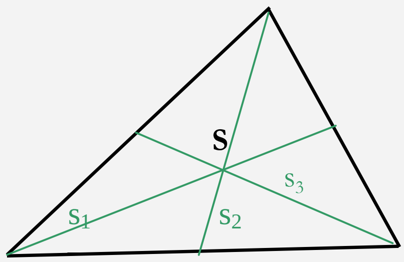
Linien im Dreieck

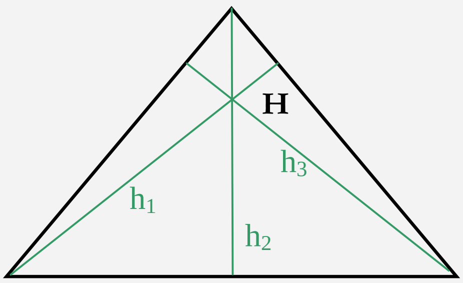




m_1, m_2 , m_3 – Mittelsenkrechten (Mittellote)
U – Umkreismittelpunkt
u – Umkreis

w_1, w_2, w_3– Winkelhalbierenden
I - Inkreismittelpunkt
i - Inkreis





s_1, s_2, s_3 - Seitenhalbierenden (Schwerlinien)
S – Schwerpunkt

h_1, h_2, h_3 - Höhen
H - Höhenschnittpunkt

40. **Verbinde:**

1) Die Mittelsenkrechten sind
2) Der Umkreis ist
3) Winkelhalbierenden sind
4) Der Inkreis ist
5) Höhen sind
6) Der Schwerpunkt ist

a) Halbierungslinien der Innenwinkel.
b) die Lote zu den Dreiecksseiten durch deren Mittelpunkte.
c) Lote zu den drei Seiten des Dreiecks (bzw. zu ihren Verlängerungen) durch die Ecken.
d) der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden.
e) der Kreis um den Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden.
f) der Kreis um den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten durch die Eckpunkte des Dreiecks.

41. Ergänze die Lücken mit den Wörtern aus der Tabelle.

Umkreises • Höhen • rechtwinkligen • Inkreismittelpunkt
gleichseitigen • Höhenschnittpunkt • Inkreises • Umkreismittelpunkt
Winkelhalbierenden • Schwerpunkt• Mittelsenkrechten

a) Die ____________________________ eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt I.
Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist der Mittelpunkt des __________________ .

b) Bei jedem Dreieck schneiden sich die ________________ in einem Punkt H,
dem __________________________ des Dreiecks.

c) Die __________________________ eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt U.
Der Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des ______________________ .

d) In jedem Dreieck gibt es einen Punkt, der von den Seiten den gleichen
Abstand hat. Der Punkt heißt _____________________________ .

e) Der __________________ eines Dreiecks teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2:1.

f) In einem ____________________ Dreieck liegt der __________________________ auf
der Hypotenuse.

g) In einem ____________________ Dreieck decken sich alle Punkte I, H, S und U.

42. Prüfe durch Rechnung, ob ein Dreieck mit den Seiten a =$6\sqrt{3}$, b = $6\sqrt{11}$,

c = $12\sqrt{2}$ rechtwinklig ist.

43. In einem Kreis mit dem Radius 10 cm wird eine 12 cm lange Sehne[1] gezogen.

Welchen Abstand hat die Sehne vom Mittelpunkt des Kreises?

[1] Seite 28

44. **Dominosteine: Ergänze die Tabelle!**

1	Schwerpunkt	Ein gleichseitiges Dreieck
2	Alle Winkel kleiner 90°	Der Mittelpunkt des Innkreises
3	Der Schnittpunkt der Mittelsenk-rechten	Ein rechtwinkliges Dreieck
4	Der Schnittpunkt der Winkelhalbie-renden	180°
5	Zwei Höhen liegen außerhalb des Dreiecks	Ein spitzwinkliges Dreieck
6	Es hat drei Symmetrieachsen	Der Mittelpunkt des Umkreises
7	Die Summe der Innenwinkel	Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden
8	Hypotenuse und Kathete	Ein stumpfwinkliges Dreieck

1	*Schwerpunkt*
7	*Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden*
7	*Die Summe der Innenwinkel*
1	

45. **Finde drei Kongruenzsätze.**

Dreiecke sind kongruent, wenn sie

a) in den drei Seiten übereinstimmen.

b) in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

c) in drei Winkeln übereinstimmen.

d) in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

KONGRUENZSATZ	WSW	SWS	SSS
Welcher Satz passt?			

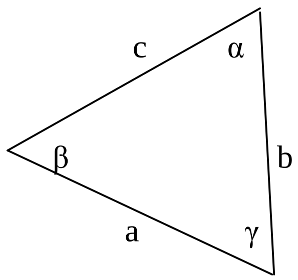
WSW – Winkel Seite Winkel, SWS – Seite Winkel Seite, SSS – Seite Seite Seite

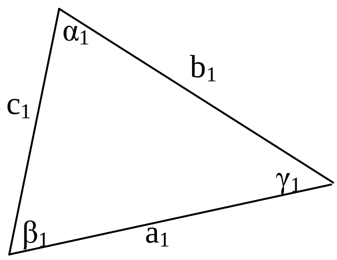
46. **Stelle fest, ob man aus den angegebenen Beziehungen auf die Kongruenz der beiden Dreiecke ΔABC und ΔDEF schließen kann. Begründe deine Antwort.**

a) $\alpha = \beta_1$, $\gamma = \alpha_1$, $a = c_1$

b) $\beta = \gamma_1$, $\gamma = \alpha_1$, $\alpha = \beta_1$

c) $b = a_1$, $c = b_1$, $a = c_1$





47. **In einem rechtwinkligen Dreieck ist einer der spitzen Winkel um 26˚ kleiner als der andere. Welches Maß hat der kleinste Winkel im Dreieck?**

48. **Wähle a, b oder c und ergänze die Lücken.**

1. Im gleichseitigen Dreieck misst jeder Winkel _____ .
   a) 180°
   b) 90°
   c) 60°

2. Jedes gleichschenklige Dreieck besitzt _______________________ .
   a) eine Symmetrieachse
   b) keine Symmetrieachse
   c) drei Symmetrieachsen

3. Bei einem rechtwinkligen Dreieck ist die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite die _________________ .
   a) Basis
   b) Hypotenuse
   c) Kathete

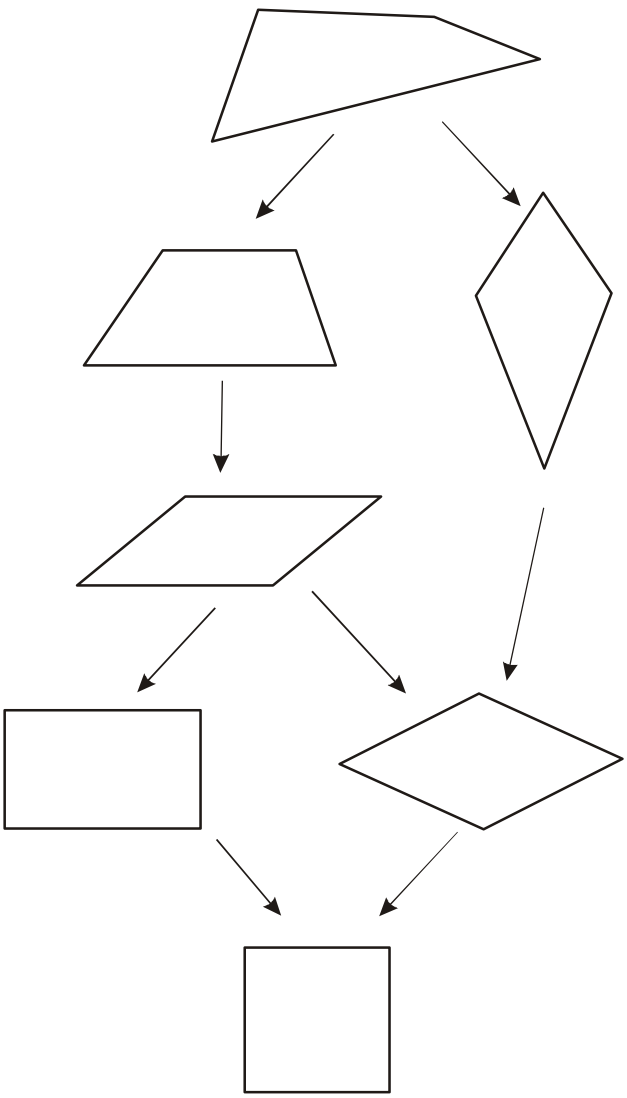
4. Der Mittelpunkt des Inkreises ist der Schnittpunkt der ________________ .
   a) Höhen
   b) Winkelhalbierenden
   c) Mittelsenkrechten

5. Der Schwerpunkt ist der Schnittpunkt der ________________ .
   a) Winkelhalbierenden
   b) Mittelsenkrechten
   c) Seitenhalbierenden

6. Ein stumpfwinkliges Dreieck hat _______________________ .
   a) drei gleichlange Seiten
   b) drei gleichgroße Winkel
   c) einen Winkel größer als 90°.

49. **Beschrifte die Figuren:**

Parallelogramm · Trapez · beliebiges Viereck · Rechteck
Rhombus (Raute) · Drachen · Quadrat



50. **Definiere:**

a) Trapez,

b) Rechteck,

c) Raute (Rhombus).

51. **Ergänze folgende Definitionen:**

a) Ein Quadrat ist ein Rechteck, das

....

....

b) Ein Quadrat ist ein Rhombus, der ....

....

52. **Beantworte folgende Fragen:**

a) Wie heißt ein Parallelogramm, das einen rechten Winkel hat?

b) Wie heißt eine Raute, die einen rechten Winkel hat?

c) In welchem Viereck sind die Diagonalen gleich lang?

d) In welchem Viereck sind die Diagonalen senkrecht zueinander?

e) Welche Vierecke haben Symmetrieachsen? (Was für Geraden sind das? Wie viele gibt es in jedem Fall?)

f) Welche Vierecke sind punktsymmetrisch? (Was für Punkte sind das?)

53. **Ergänze folgende Sätze so, dass eine wahre Aussage entsteht:**

a) Die Menge aller Rechtecke ist eine echte Teilmenge von ....

....

b) Der Durchschnitt der Mengen aller Rechtecke und Rauten ist ....

....

c) Jedes Quadrat ist ein ....

....

d) Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen halbieren, dann ....

....

e) Wenn in einem Viereck die Diagonalen senkrecht zueinander stehen, dann ....

....

54. **Formuliere:**

a) Die Eigenschaften der Diagonalen eines Quadrats,

b) alle Eigenschaften einer Raute,

c) alle Eigenschaften der Winkel in einem Parallelogramm.

55. **Markiere die wahren Aussagen:**

a) Alle Trapeze sind Parallelogramme,

b) Jedes Rechteck ist ein Trapez,

c) Jedes Parallelogramm ist eine Raute,

d) es gibt Rauten, die Quadrate sind.

56. Leite die Formel für die Fälle a), b), c) und d) her:

a) Flächeninhalt eines Quadrats bei gegebener Länge der Diagonalen a,

b) Umfang eines Quadrats bei gegebenem Flächeninhalt P,

c) Flächeninhalt eines Rechtecks bei gegebenen Längen einer Seite a und der Diagonalen d (denke an die Voraussetzung!),

d) Umfang einer Raute bei gegebenen Längen der Diagonalen e und f.

57. Beweise:

a) Die vier Winkelhalbierenden eines Parallelogramms begrenzen ein Rechteck.

b) Die vier Winkelhalbierenden eines Rechtecks begrenzen ein Quadrat,

c) Im Trapez ergeben die Winkel am gleichen Schenkel zusammen 180°,

d) Die Mittelparallele eines Trapezes ist gleich der halben Summe der Grundseiten (eine Mittelparallele ist eine Strecke, deren Endpunkte die Mittelpunkte der Schenkel sind).

58. Berechne den Flächeninhalt des Quadrats, dessen Diagonale um 5 LE[1] länger ist als die Seite.

59. Eine Raute ABCD hat die Diagonale AC = 3,6 cm und den Flächeninhalt P = 9 cm^2. Berechne die Länge der Diagonalen BD.

60. In einer Raute ist die eine Diagonale halb so lang wie die andere. Der Umfang der Raute beträgt 2 LE. Berechne den Flächeninhalt der Raute.

61. Ein Rechteck hat den Umfang 27 LE. Die Längen der benachbarten Seiten sind im Verhältnis 4 : 5. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.

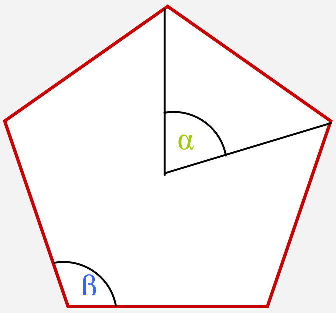
62. Der rechteckige Boden einer Sporthalle ist 25,5 m lang und 11,25 m breit. Man belegt ihn mit quadratischen Platten von 75 cm Seitenlänge. Wie viele Platten sind nötig?

63. In einem Parallelogramm sind die Seiten a = 6,3 cm und b = 4,2 cm lang, die Höhe h_a = 3,6 cm. Wie lang ist die Höhe h_b?

[1] Längeneinheiten

5. *Regelmäßiges Vieleck*

Vielecke mit gleich langen Seiten und gleich großen Innenwinkeln bezeichnet man als **regelmäßige Vielecke**.



In einem regelmäßigen n-Eck beträgt

- der Mittelpunktswinkel $\alpha = \dfrac{360^{\circ}}{n}$
- der Innenwinkel $ß = \dfrac{(n-2)\cdot 180^{\circ}}{n}$
- die Anzahl der Diagonalen $\dfrac{n(n-3)}{2}$ [1]

64. **Wie heißen die Vielecke?**

a) .... b) .... c) .... d) ....

....

65. **Antworte auf die Fragen:**

a) Wie heißt das regelmäßige Vieleck mit drei Innenwinkeln?

b) Welches Viereck gehört zu den regelmäßigen Vielecken?

c) Warum ist ein Rechteck kein regelmäßiges Vieleck?

d) Warum ist eine Raute kein regelmäßiges Vieleck?

66. **Zeichne ein nicht regelmäßiges Sechseck, dessen:**

a) Seiten alle gleich lang sind, b) Winkel alle gleich groß sind.

67. **Wie viele Diagonalen hat ein regelmäßiges Zehneck?**

....

[1] Diese Formel gilt für beliebige Vielecke

68. **Gibt es ein regelmäßiges Vieleck mit dem Mittelpunktswinkel:**

a) 90º, b) 100º, c) 120º?

69. **Wie heißt ein regelmäßiges Vieleck, dessen Innenwinkel 140º beträgt?**

70. **Geben sei ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 4 LE.**

a) Wie groß ist sein Innenwinkel?

b) Wie groß ist sein Mittelpunktswinkel?

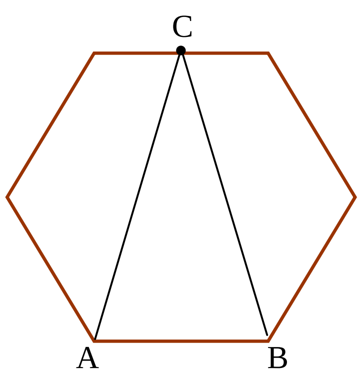
c) Wie viele Diagonalen hat es?

d) Wie lang sind seine Diagonalen?

e) Wie ist die Länge des Inkreisradius?

f) Wie ist die Länge des Umkreisradius?

71. **Auf dem Bild ist C der Mittelpunkt einer Seite des regelmäßigen Sechsecks. Zeige rechnerisch, dass die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ das Sechseck in drei Figuren mit gleichem Flächeninhalt unterteilen.**



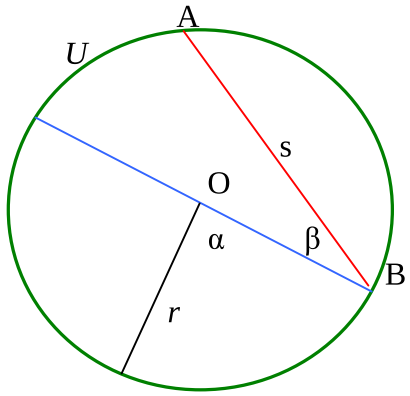
6. Kreis

Grundbegriffe am Kreis

Gegeben ist ein Punkt *O* in einer Ebene und eine Streckenlänge *r*.
Die Menge aller Punkte der Ebene, die von *O* den Abstand *r* haben, heißt **Kreis um *O* mit dem Radius *r*.**

72. **Ergänze die Sätze mit den Wörtern aus der Tabelle. Die Wörter können sich wiederholen.**

Mittelpunkt · Mittelpunktswinkel · Durchmesser · Umfang · Kreis
Halbkreise · Radius/Halbmesser · Kreisbogen · Sehne · Umfangswinkel



Das ist ein ....

O ist sein ....

lle Punkte, die von einem gegebenen Punkt *O* den gleichen Abstand haben, liegen auf dem …………… eines Kreises.

r ist der…......…………. des Kreises.

Er ist die kürzeste Verbindung zwischen dem …………………………… und einem Punkt auf dem ………………..……………… .

s ist eine .... Sie ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem .... Eine ....ist also eine Strecke, deren Endpunkte auf dem Kreisumfang liegen. Die Sehne d geht durch den..................................... des Kreises. Eine Sehne, die durch den Mittelpunkt des Kreises geht, heißt ....

Der .... *r* ist halb so groß wie der ....…............... .

$\overset{\frown}{AB}$ ist ein ....…….

Ein Durchmesser zerlegt den Kreis in zwei ....…......................... .

α ist ein ...., β ist ein ……………………………………… .

Ein Kreissektor (Kreisausschnitt) ist eine Fläche, die von einem ....und zwei Radien begrenzt wird. Kreissegmente (Kreisabschnitte) werden von einem Kreisbogen und einer .... eingeschlossen.

Umfang eines Kreises

Umfang eines Kreises: **$l = \pi d = 2\pi r$**, π – Kreiszahl

73. Wie ändert sich der Umfang eines Kreises, wenn man den Radius verdreifacht?

74. Mit einem Messband wurde der Umfang zylinderförmiger Gegenstände gemessen. Ermittle den Durchmesser! Nimm $\pi = 3,14$ an.

a) $l = 6,28$ cm, b) $l = 15,7$ m, c) $l = 31,4$ m.

75. Denke dir ein Band am Erdäquator fest anliegend um die Erde gelegt. ($r_E = 6370$ km). Passt eine Katze zwischen Erde und Band hindurch, wenn man das Band um 1 m verlängert und überall im gleichen Abstand um die Erde legt?

76. Die Erde bewegt sich während eines Jahres annähernd auf einer Kreisbahn um die Sonne. Die Mittlere Entfernung beträgt $1,5 \cdot 10^8$ km. Berechne die Länge der Umlaufbahn. Nimm $\pi = 3,14$ an.

77. Welchen Weg legen folgende Räder bei 100 Umdrehungen zurück? Nimm $\pi = 3,14$ an.

a) Autorad mit dem Durchmesser d = 58 cm,

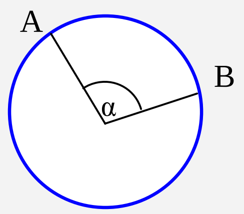
b) Rad eines Leichtkraftrades, d = 46 cm,

c) Rad eines Kinderfahrrades, d = 40 cm.

78. Die Rotorblätter eines Hubschraubers haben einen Durchmesser von 12 m. Wie viele km legt der äußerste Punkt eines Rotorblattes in 30 Minuten zurück, wenn das Blatt in einer Minute 400 Umdrehungen macht? Nimm $\pi = 3,14$ an.

79. Berechne den größtmöglichen Querschnitt eines quadratischen Balkens, den man aus einem kreisförmigen Baumstamm mit dem Durchmesser 50 cm schneiden kann. Nimm $\pi = 3,14$ an.

Bogenlänge



Ist α der Mittelpunktswinkel über dem Bogen $\overset{\frown}{AB}$ mit dem Radius r, so ist die **Länge b des Bogens:**

$$\mathbf{b} = \frac{\alpha}{180^{\circ}} \cdot \pi r$$

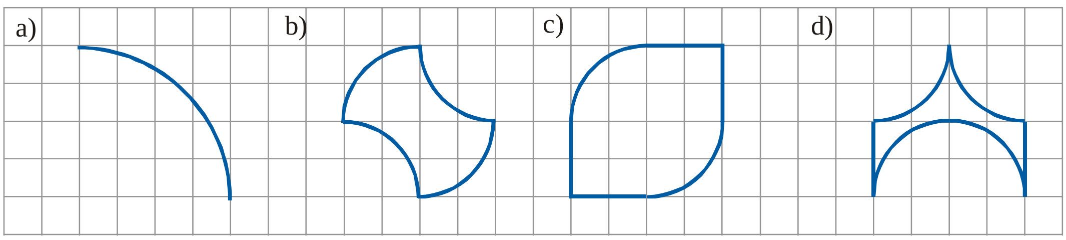
α - Mittelpunktswinkel

80. **α ist der Mittelpunktswinkel über einem Kreisbogen eines Kreises mit dem Radius r. Berechne die Länge des Bogens:**

a) r = 9 cm, α = 30°, b) r = 3 m, α = 100°, c) r = 4 dm, α = 180°.

81. **Wie groß ist der Mittelpunktswinkel eines Kreisausschnitts, dessen Bogen gleich dem Radius ist?**

82. **Berechne die Länge der Linien**



83. **Um welchen Winkel dreht sich der kleine Zeiger einer Uhr in:**

a) 12 h, b) 1 h, c) 3h, d) 1 Tag?

84. **Um welchen Winkel dreht sich der große Zeiger einer Uhr in:**

a) 60 min, b) $\frac{1}{2}$ min, c) 5 min, d) 25 min?

85. **Drücke folgende Bruchteile einer vollen Drehung in Grad aus:**

a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{2}{3}$, c) $\frac{1}{4}$, d) $\frac{1}{12}$.

Kreisfläche

Für den Flächeninhalt P_o eines Kreises gilt: $\mathbf{P_o = \pi r^2}$.

86. **Ermittle den Radius des Kreises, wenn sein Flächeninhalt gegeben ist!**

a) $P_o = 36\pi$, b) $P_o = 1{,}21\pi$, c) $P_o = 314\ cm^2$.

87. **Berechne den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Umfang**

a) $l = 6\pi$, b) $l = 18$ cm, c) $l = \pi$.

88. **Ein Kreis hat den Radius 10 cm. Bestimme den Radius des Kreises mit der doppelten Fläche.**

89. **Um ein rundes Beet von 15 m Durchmesser soll ein 2 m breiter Kreisweg angelegt werden. Wie groß ist die Fläche des Weges? Nimm $\pi = 3{,}14$ an.**

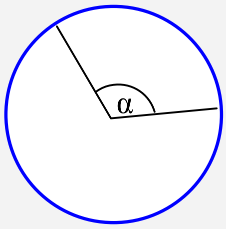
90. **Von einem 2 m breiten und 2 m langen Stoff ist eine Tischdecke für einen runden Tisch zuzuschneiden. Die Tischplatte hat einen Durchmesser von 140 cm, die Tischdecke soll rundrum 10 cm überhängen. Wie groß ist der Abfall in Quadratmetern (Prozent)? Nimm $\pi = 3{,}14$ an.**

91. **Einem Kreis mit Radius r ist ein Quadrat einbeschrieben, dessen vier Ecken auf der Kreislinie liegen. Wieviel Prozent der Kreisfläche werden von dem Quadrat bedeckt? Nimm $\pi = 3{,}14$ an.**

92. **Mit einem dünnen Faden kann man ein 40 cm breites und 60 cm langes Rechteck genau umspannen. Um wieviel % ist die Fläche eines Kreises größer, den man mit dem Faden auch genau umspannen kann? Nimm $\pi = 3{,}14$ an.**

93. **Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten 6 cm und 8 cm. Berechne die Flächeninhalte der Halbkreise über der Hypotenuse und über den Katheten. Was hast du bemerkt?**

Kreisausschnitt



Mittels zweier gerader Schnitte bis zum Kreismittelpunkt können wir einen Teil der Kreisfläche herausschneiden. Solch einen Teil nennt man **Kreisausschnitt** (Kreissektor). Der Flächeninhalt P_w eines Kreisausschnitts ist:

$$P_w = \frac{\alpha}{360^{\circ}} \cdot \pi r^2$$

α - Mittelpunktswinkel

94. **Wie groß ist der Flächeninhalt eines Kreisausschnitts mit dem Radius r = 5 cm, wenn der Mittelpunktswinkel:**

a) 60°, b) 90°, c) 120° **beträgt?**

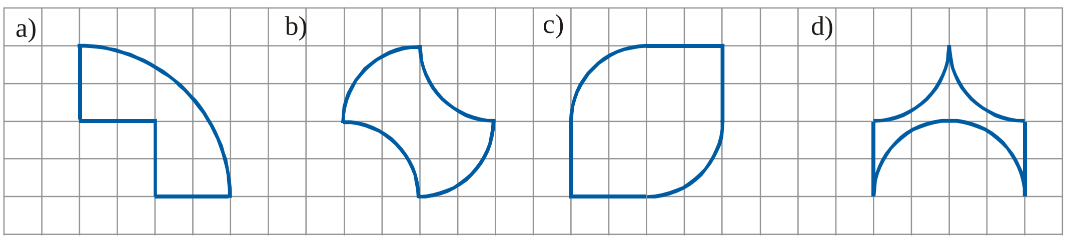
95. **Berechne den Mittelpunktswinkel des Kreisausschnitts mit r = 24 cm und $P_w = 48\pi$ cm².**

96. **Von einem Kreisausschnitt kennt man die Bogenlänge 20 cm und den Flächeninhalt 60 cm². Berechne den Mittelpunktswinkel α und den Radius r des Kreisausschnitts.**

97. **Einem Kreis mit Radius 4 cm ist ein Quadrat einbeschrieben. Welchen Mittelpunkts-winkel muss man für einen Kreisausschnitt mit gleichem Radius wählen, damit er denselben Flächeninhalt hat wie das Quadrat? Nimm π = 3,14 an.**

98. **Ein Kreisausschnitt zum Mittelpunktswinkel 30° hat eine Fläche von 12π m². Welchen Umfang und welchen Flächeninhalt hat der Kreis?**

99. **Berechne den Flächeninhalt der Figuren.**



Term

100. **Ordne jedem Term auf der linken Seite die passende rechte Seite zu:**

$(a - b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(3a + 2b)^2$	$9a^2 - 16b^2$
$(a + b)^2$	$9a^2 - 24ab + 16b^2$
$(3a - 4b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b)$	$9a^2 + 12ab + 4b^2$
$(3a + 4b)(3a - 4b)$	$a^2 - b^2$

Finde die <u>binomischen Formeln</u>

a) Binomische Formel: ....

b) Binomische Formel: ....

c) Binomische Formel: ....

101. **Rechne mit Hilfe der binomischen Formeln nach den Beispielen:**

$38^2 = (30 + 8)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 8 + 8^2 = 900 + 480 + 64 = 1444$

$49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$

$13 \cdot 17 = (15 - 2)(15 + 2) = 15^2 - 2^2 = 225 - 4 = 221$

a) $102^2 =$ ....

b) $98^2 =$ ....

c) $18 \cdot 22 =$ ....

102. **Löse die Klammern auf und fasse zusammen:**

a) $x - (x + 3)^2 =$ ....

b) $(x - 1)^2 - [(2x + 3)^2 + 5] =$ ....

c) $2x - [- 4x - (x + 5)(x - 5)] =$ ....

d) $\sqrt{5}\,(2 - x) - 3(1 - x\sqrt{5}\,) =$ ....

e) $x - \frac{x+1}{2} + 3(x - \frac{1}{2})^2 =$ ....

103. **Klammere den gemeinsamen Faktor aus:**

a) $5x - 15xy^2 =$ ....

b) $-12a^3 - 4a^2 - 2a =$ ....

c) $9prs^2 + prs + 2pr^3s =$ ....

104. **Faktorisiere so weit wie möglich:**

a) $x^2 - x + y - xy =$ ....

b) $10x - 20y + x^2 - 2xy =$ ....

c) $3a^2 - 9a - a + 3 =$ ....

105. **Setze für ♣ eine Zahl oder einen Term ein:**

a) $x^2 - 12x + 36 = (x - ♣)^2$,

b) $4a^2 + 4\sqrt{2}\,ab + 2b^2 = (♣ + \sqrt{2}\,b)^2$,

c) $2\,x^2 + 20x + 50 = 2(x + ♣)^2$,

d) $16a^2 - 24a + ♣ = (4a - ♣)^2$.

106. **Beschreibe mit einem Term:**

a) gerade Zahl: ....,

b) ungerade Zahl: ....,

c) durch 5 teilbare Zahl: ....,

d) der Nachfolger der Zahl n: ....

107. **Beschreibe mit einem Term:**

a) das Dreifache von x vermehrt um das Quadrat von x: ....

b) die Summe aus dem Vierfachen von x und 7: ....

c) die Zahl um p% größer als x: ....

108. **In einer Klasse gibt es x Mädchen. Stelle den Term für die Anzahl aller Schüler der Klasse auf, wenn gilt:**

a) in der Klasse gibt es fünf Jungen mehr als Mädchen: ....

b) es gibt halb so viele Jungen wie Mädchen: ....

c) würden noch drei Mädchen in die Klasse dazu kommen, so wären halb so viele Mädchen wie Jungen in der Klasse: ....

109. **Stelle eine Formel auf:**

a) für den Flächeninhaft eines Rechtecks, wenn die eine Seite doppelt so groß ist wie die benachbarte: ....

b) für den Flächeninhalt eines Trapezes, wenn eine von den zwei parallelen Seiten 9 cm länger ist als die zweite und die Höhe 6 cm beträgt: ....

Gleichungen

Jede Gleichung der Form **ax + b = 0**, $a \neq 0$ nennt man eine **lineare Gleichung**.
Lineare Gleichungen werden (meistens) durch äquivalentes Umformen gelöst.
Die Variable (Unbekannte) ist zwar oft *x*, kann aber auch mit anderen Buchstaben bezeichnet werden.

Beispiel Ausgangsgleichung	8x - [3x + (4 – x)] = 4x + 8
1) Klammern beseitigen. Wenn vor der Klammer ein Minuszeichen steht, verändern sich dabei die Rechenzeichen in der Klammer.	8x – (3x + 4 + x) = 4x + 8 8x – 3x - 4 + x = 4x + 8
2) Gleiche Glieder der Gleichung auf beiden Seiten zusammenfassen.	6x - 4 = 4x + 8
3) Die Variable auf einer Seite isolieren	6x – 4x = 8 + 4 2x = 12
4) x ausrechnen	x = 6

110. **Beschreibe die Schritte zum Lösen der Gleichung:**

- ✓ ordnen und zusammenfassen
- ✓ beide Seiten durch 3 dividieren
- ✓ Klammern auflösen
- ✓ auf beiden Seiten 2x subtrahieren
- ✓ auf beiden Seiten 5 addieren

Ausgangsgleichung:	2(x – 2) + 3x – 1 = 2(x + 1) - 9
1. Schritt:	2x – 4 + 3x – 1 = 2x + 2 - 9
2. Schritt:	5x – 5 = 2x – 7
3. Schritt:	5x = 2x – 2
4. Schritt:	3x = -2
5. Schritt:	$x = -\frac{2}{3}$

Alle auftretenden Gleichungen haben dieselbe Lösung $x = -\frac{2}{3}$ (Lösungsmenge $L = \{-\frac{2}{3}\}$).

111. **Bestimme die Lösung folgender Gleichungen durch äquivalentes Umformen:**

a) $4 - \frac{1-5x}{4} = \frac{4x-2}{3}$,

b) $5 - \frac{3-2a}{3} = \frac{3a-1}{4}$,

c) $(z-4)^2 - 9 = z(z-6) + 3$,

d) $(x-2)^2 + 4 = (x-2)(x-3)$,

e) $\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{2(x-1)}{3} - \frac{3x+1}{2} - 1$,

f) $\frac{3(2c-5)}{4} = \frac{c-3}{2}$.

112. **Bestimme die Lösungsmenge der Gleichungen und mache die Probe:**

a) $2(13x-9) - 2(11x+2) = 2$,

b) $2(4x-7) - (10-2x) = 3x - 3(x-2)$,

c) $\frac{x}{3} + 27 = 35$,

d) $\frac{9x+24}{3} = \frac{9x-8}{2}$,

e) $x(x-4) = (x+3)^2$,

f) $\frac{x(3-x)}{3} - \frac{3-2x^2}{6} = 2x$,

g) $\frac{24}{x} = 4$,

h) $\frac{14}{3-x} = \frac{7}{x}$,

i) $\frac{x}{x-2} = \frac{x-2}{x+1}$,

j) $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{x-1}{\frac{1}{2}x+2}$.

113. **Beschreibe die folgenden Zusammenhänge durch eine Gleichung:**

a) Das Vierfache von x ist 20: ....

b) Die Hälfte von x ist gleich 9: ....

114. **Addiert man zum fünften Teil einer Zahl 8, so erhält man 13. Wie heißt die Zahl?**

115. **Vermindert man den siebten Teil einer Zahl um 5, so erhält man 13. Wie heißt die Zahl?**

116. **Subtrahiert man von drei Viertel einer Zahl zwei Drittel der Zahl, so erhält man 2. Wie heißt die Zahl?**

117. **Vergrößert man die Zehnerziffer einer Zahl um 1, so nimmt ihr Quadrat um 580 zu. Wie heißt die Zahl?**

118. **Subtrahiert man von drei Viertel einer Zahl zwei Drittel dieser Zahl, so erhält man fünf weniger als die Hälfte der Zahl. Wie heißt die Zahl?**

119. **Ein Rechteck hat einen Umfang von 32 cm. Eine Seite ist drei Fünftel mal so lang wie die andere. Berechne den Flächeninhalt.**

120. **Ein Rechteck hat einen Umfang von 56 cm. Eine Seite ist um 4 cm länger als die andere. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.**

121. **In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis um zwei Meter kleiner als ein Schenkel. Der Umfang beträgt 16 m. Berechne die Seitenlängen.**

122. **Ein gleichschenkliges Dreieck hat einen Umfang von 62 cm. Beide Schenkel sind zusammen um 46 cm länger als die Basis. Wie lang ist jede Seite?**

123. **In einem Dreieck ist der Winkel β halb so groß wie der Winkel α und der Winkel γ um 5° größer als der Winkel α. Wie groß ist jeder Winkel des Dreiecks?**

124. **Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 26 cm und die Grundseite (Basis) ist 10 cm lang. Berechne die Höhe und den Flächeninhalt des Dreiecks.**

125. **Aus einem 18 cm langen Drahtstück soll ein Dreieck gebogen werden, bei dem die Seite a drei Viertel mal so lang ist wie die Seite b und Seite c eineinhalb cm länger ist als Seite b.**
Wie lang sind die Seiten des Dreiecks?

126. **Zwei Geschwister sind zusammen 9 Jahre alt. Eines ist um 3 Jahre älter als das andere. Wie alt ist jedes der Geschwister?**

127. **Drei Personen teilen 245 € so, dass die nachfolgende Person immer halb soviel erhält wie die vorhergehende. Wieviel Euro erhält jede Person?**

128. **Eine Konditorin mischt Pralinen der Sorte A zu 22 $^{€}/_{kg}$ mit der Sorte B zu 25 $^{€}/_{kg}$ im Verhältnis 2 : 1. Wieviel kg muss sie von jeder Sorte nehmen, wenn 36 kg Pralinen gemischt werden sollen? Was kostet die Mischung?**

129. **Löse folgende Gleichungen nach der jeweils angegebenen Variablen auf.**

a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ nach h,

b) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ nach r,

c) $k = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ nach m,

d) $a = \sqrt{kl^3}$ nach l.

Lineare Ungleichungen

130. Beschreibe die Schritte zum Lösen der Gleichung:

- ✓ ordnen und zusammenfassen
- ✓ Klammern auflösen
- ✓ beide Seiten durch -8 dividieren
- ✓ auf beiden Seiten 28 addieren
- ✓ auf beiden Seiten 4x subtrahieren

Ausgangunsgleichung:	$x - 5(x + 6) + 2 \geq 4x - 4$
1. Schritt:	$x - 5x - 30 + 2 \geq 4x - 4$
2. Schritt:	$-4x - 28 \geq 4x - 4$
3. Schritt:	$-4x \geq 4x + 24$
4. Schritt:	$-8x \geq 24$
5. Schritt:	$x \leq -3$

Die Lösungsmenge ist $L = \{x \mid x \leq -3\}$.

Ergänze den Satz:

Beim Multiplizieren oder Dividieren einer Ungleichung mit einer .... Zahl kehrt sich das Ungleichheitszeichen um.

131. Löse die folgenden Ungleichungen mittels äquivalenter Umformungen:

a) $0{,}2x + 1{,}2 - 2{,}4x < 5 - 0{,}4(x + 3) + 4{,}8$,

b) $-2(x - 1{,}5) + 5x \geq 7(x - 2) - 3x + 5$,

c) $\frac{x-3}{2} - \frac{x+2}{3} < \frac{x+1}{3} - 3$,

d) $5x + 3(x - 2)^2 \leq 3x^2 + 2$,

e) $(x - 4)^2 - 3(1 - x) > (x - 3)(x + 3) + 2$,

f) $5x^2 - 1 - (x + 3)^2 \leq (2x + 5)(2x - 5)$,

g) $(x + 2)(x - 1) < (x - 2)^2$,

h) $x - 1 \geq x(x + 1) - (x - 1)^2$,

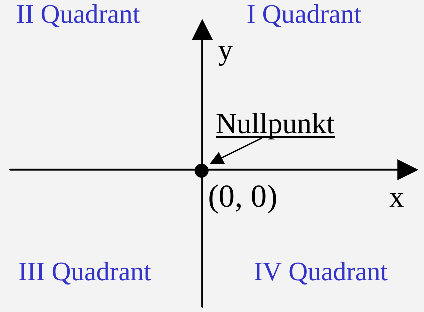
i) $(x + 2{,}5)^2 \geq (x + 2)(x + 3)$.

8. Funktionen

Kartesisches Koordinatensystem

2-dimensionales **Koordinatensystem** (**Achsenkreuz** genannt).
Es hat zwei Achsen:
- die x-Achse (**Abszisse**),
- die y-Achse (**Ordinate**).

Die Achsen treffen sich im **Nullpunkt** (**Ursprung**).
Jeder Punkt im Koordinatensystem hat zwei **Koordinaten**.



132. **Ergänze die Sätze**

a) Der Punkt P = (1, -3) hat zwei . . . .

Der Punkt liegt im . . . . Quadranten.

b) Die senkrechte Achse heißt . . . . , die waagerechte heißt . . . .

Funktion

Eine Zuordnung *f* zwischen einer Menge *X* und einer Menge *Y* heißt **Funktion**, wenn jedem Element von *X* genau ein Element von *Y* zugeordnet wird.

Die **Definitionsmenge** *X* wird auch **Definitionsbereich** genannt. Die Elemente von *X* heißen **Argumente**. Die Menge aller Funktionswerte heißt **Wertebereich (Wertemenge)**.

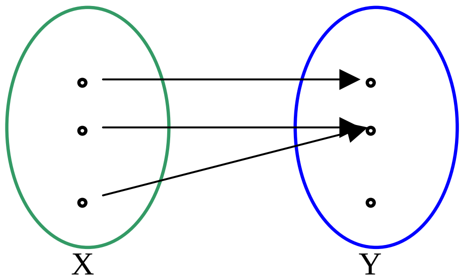
Eine Funktion kann durch **Wortschrift**, **Pfeildiagramm, Funktionsvorschrift, Funktionsgleichung, Wertetabelle** oder **Graph** (**Schaubild**) dargestellt werden.

Schreibweisen und Sprechweisen:

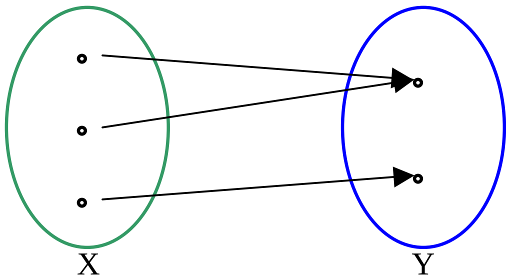
1) f: X $\rightarrow$ Y „*Funktion f von X nach Y*“
2) f: x $\rightarrow$ y „x wird auf y abgebildet“
3) f: x $\rightarrow$ f(x) „*x wird f von x zugeordnet*“ (**Funktionsvorschrift**)
4) y = f(x) „*y ist f von x*“ (**Funktionsgleichung**).

133. **Welche der folgenden Zuordnungen ist eine Funktion? Begründe.**

a)



b)



Ist der Satz richtig oder falsch?

Im Pfeildiagramm einer Funktion geht von jedem Element des Definitionsbereichs genau ein Pfeil aus.

c)

a	b	c	d
1	1	1	2

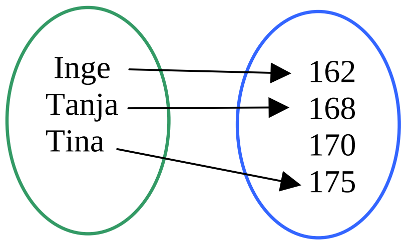
d)

a	a	b	c
1	2	3	4

e) Jeder Mutter wird ihr Kind zugeordnet.

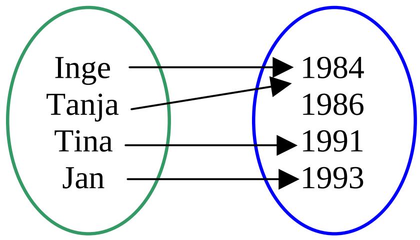
134. **Welche der folgenden Pfeildiagramme stellen Funktionen dar? Gib die Definitionsmenge und den Wertebereich der Funktionen in aufzählender Form an.**

a)



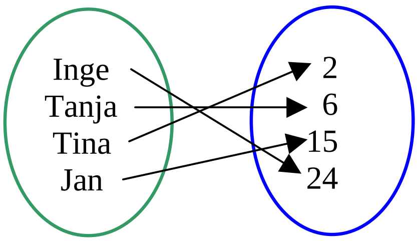
„x ist y cm groß"

b)



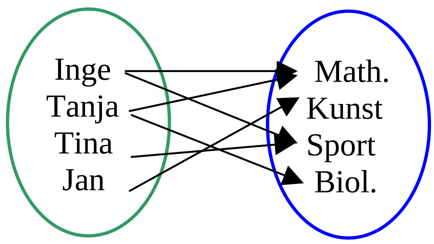
„x ist im Jahre y geboren"

c)



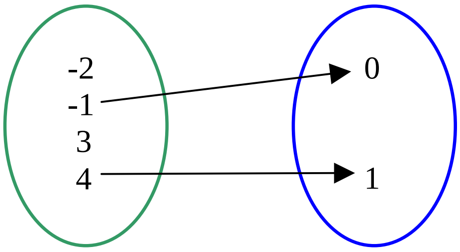
„x hat die Nummer y im Klassenbuch"

d)



„x hat die Note 5 in y"

135. **Ergänze das Diagramm so, dass du eine Funktion erhältst.**



Stelle die Funktion:

a) in einer Tabelle dar,

b) mit Wortschrift dar.

. . . .

. . . .

136. **Zeichne zu folgenden Zuordnungen Pfeildiagramme und prüfe, ob eine Funktion vorliegt.**

a) „x ist Vielfaches von y” mit x∈ {9, 16, 25}, y∈ {3, 4, 5},

b) „x ist Teiler von y” mit x∈ {2, 3, 5}, y∈ {4, 15, 25},

c) „x≥y” mit x∈ {6, 7, 8}, y∈ {4, 9, 12},

d) „x vermehrt um 3 ist y” mit x∈ {10, 11, 12}, y∈ {13, 14, 15},

e) „x vermindert um –2 ist y” mit x∈ {-5, -4, 0}, y∈ {-3, -2, 2}.

137. **Gib eine Funktionsvorschrift der Funktion g an, die der Länge x der Seite eines gleichseitigen Dreiecks**

a) die Länge der Höhe zuordnet: . . . .

b) den Flächeninhalt zuordnet: . . . .

138. **Gib eine Funktionsgleichung der Funktion h an, die der Breite x eines Rechtecks mit dem Umfang 40**

a) die Länge des Rechtecks zuordnet: . . . .

b) den Flächeninhalt des Rechtecks zuordnet: . .. .

c) die Länge der Diagonalen zuordnet: . . . .

Grundbegriffe zur Beschreibung von Eigenschaften einer Funktion:

1. **Definitionsmenge (Definitionsbereich) – D_f**.
2. **Wertemenge (Wertebereich) - Y_f**.
3. **Nullstelle**.
4. Der Schnittpunkt mit der y-Achse.
5. Eine Funktion kann **positive** oder **negative Werte** annehmen.
6. Eine Funktion kann **steigend (wachsend)**, **fallend oder konstant** sein.
7. Eine Funktion kann **streng monoton steigend** oder **streng monoton fallend** sein.
8. Eine Funktion kann einen **kleinsten (y_{min})** oder einen **größten (y_{max}) Wert** haben.

139. **Ergänze die Tabelle**

1. Eine Funktion ist ...
2. Die Nullstelle ist ...
3. Die Funktionswerte sind negativ, wenn...
4. Die Funktionswerte sind positiv, wenn ...
5. Eine Funktion kann man als ...
6. Eine Funktion ist streng monoton fallend, wenn...
7. Eine Funktion ist streng monoton steigend, wenn...

a) die Argumente wachsen und die Werte wachsen.

b) Graph, Pfeildiagramm, Tabelle, Funktionsvorschrift, Wortschrift oder Funktionsgleichung darstellen.

c) $f(x) \geq 0$.

d) die Argumente wachsen und die Werte fallen.

f) die Stelle, wo der Graph der Funktion die x – Achse schneidet.

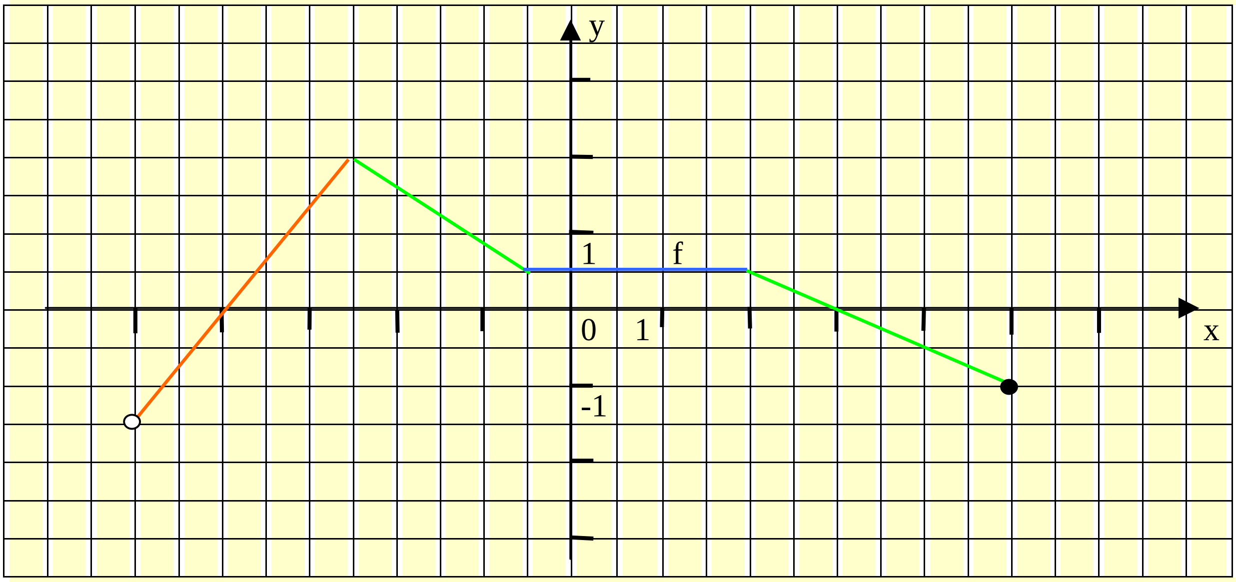
e) $f(x) \leq 0$.

g) eine Zuordnung, bei der jedem Element einer Menge genau ein Wert zugeordnet wird.

1						
g						

Beispiel:

Wie sind die Eigenschaften der Funktion f?

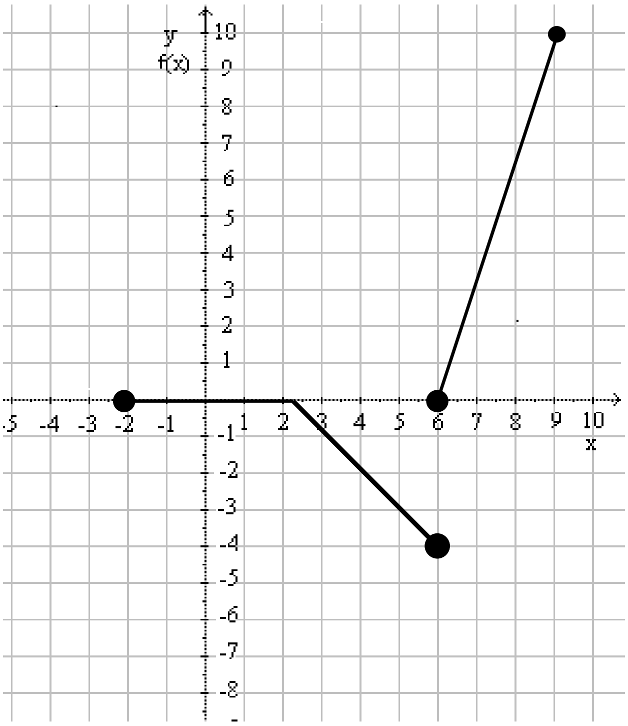


Die Eigenschaften der Funktion *f*:

1. Definitionsmenge /-bereich: $x \in$ (-5; 5>.
2. Wertemenge /-bereich: $y \in$ (-1,5; 2>.
3. Nullstellen: $x_0 \in \{-4; 3\}$.
4. Der Schnittpunkt mit der y-Achse: (0; 0,5).
5. Die Funktion ist streng monoton steigend (wachsend) im Intervall (-5; -2,5).
6. Die Funktion ist streng monoton fallend im Intervall (- 2,5; - 0,5) und (2; 5).
7. Die Funktion ist konstant im Intervall (- 0,5; 2).
8. Die Funktion nimmt positive Werte für $x \in$ <-4; 3) an.
9. Die Funktion nimmt negative Werte für $x \in$ (-5; -4) $\cup$ (3; 5) an.
10. Der größte Wert der Funktion ist $y_{max} = 2$.
11. Die Funktion hat keinen kleinsten Wert.

140. **Wie sind die Eigenschaften der Funktion?**

a)



1. Definitionsmenge: ....
2. Wertemenge /-bereich: ....
3. Nullstellen: ....
4. Die Funktion steigt im Intervall ....
5. Die Funktion fällt im Intervall ....
6. Die Funktion ist konstant im Intervall ......
7. Die Funktion nimmt positive Werte

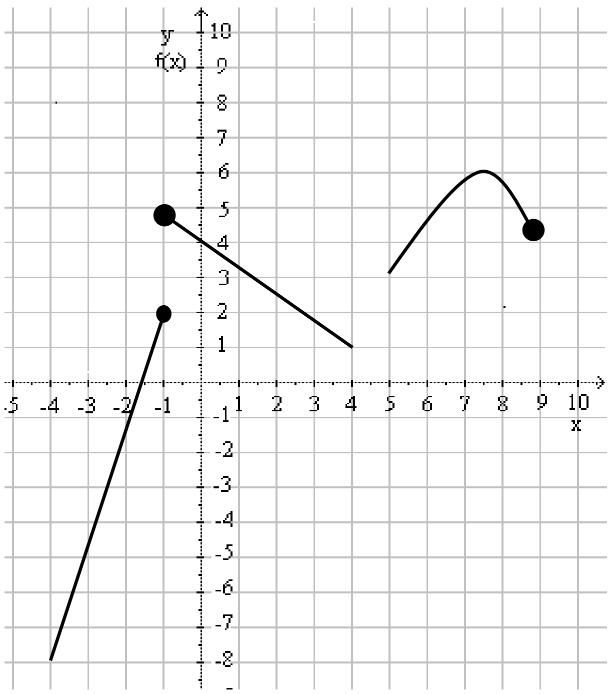
   für x .... an.
8. Die Funktion nimmt negative Werte

   für x .... an.
9. Der größte Wert der Funktion ist

   y_{max} = ...
10. Der kleinste Wert der Funktion ist

    y_{min} = ...

b)



1. Definitionsmenge: ....
2. Wertemenge /-bereich: ....
3. Nullstellen: ....
4. Die Funktion steigt im Intervall ....
5. Die Funktion fällt im Intervall ....
6. Die Funktion ist konstant im Intervall ......
7. Die Funktion nimmt positive Werte

   für x .... an.
8. Die Funktion nimmt negative Werte

   für x .... an.
9. Der größte Wert der Funktion ist

   y_{max} = ...
10. Der kleinste Wert der Funktion ist

    y_{min} = ...

141. **Gegeben ist die Funktion f: x $\to$ - $\sqrt{2}$ x + 2.**

a) Ergänze die Tabelle:

x	$-\sqrt{3}$		0	$\sqrt{2}$	
f(x)		1			6

b) Gib die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen mit den Achsen an

- mit der x-Achse: .... ,
- mit der y-Achse: ....

142. **Die Punkte A, B und C gehören zum Graphen der Funktion f(x) = $\sqrt{x^2-10x+25}$.**

Berechne a, b und c:

a) A = (0, a), b) B = (-5, b), c) C = (5, c).

143. **Bestimme die Definitionsmenge und die Nullstellen der folgenden Funktionen**

a) $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$,

b) $f(x) = \dfrac{3x-1}{x(x+2)}$,

c) $f(x) = \dfrac{3(x+1)}{1-x^2}$,

d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x+5}}{x+7}$,

e) $f(x) = \dfrac{x(x-3)}{\sqrt{x-3}}$,

f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+5}}{x^2+4}$.

144. ***f*** **ist eine Funktion, die jeder natürlichen Zahl n die Anzahl der Primzahlen, die kleiner n sind, zuordnet.**

a) Stelle eine Wertetabelle auf.

b) Zeichne einen Graphen der Funktion *f* für $x \leq 6$.

c) Für welche natürlichen Zahlen n gilt: $f(n) = 5$?

145. ***h*** **ist eine Funktion, die jeder natürlichen Zahl die Anzahl ihrer Teiler zuordnet.**

a) Bestimme $h(3)$, $h(12)$ und $h(36)$.

b) Für welche natürlichen Zahlen n gilt: $h(n) = 1$ beziehungsweise $h(n) = 2$?

c) Gib Beispiele an für natürliche Zahlen n mit: $h(n) = 4$.

146. **Die sogenannte Vorzeichen- oder Signumfunktion ist festgelegt durch**

$$sgn\,(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in \mathbb{R}_+ \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -1 & \text{für } x \in \mathbb{R}_- \end{cases}$$

Zeichne für die Funktion *sgn* einen Graphen.

147. **Berechne für die Funktion f die Werte für die Argumente -1, 0, $\sqrt{2}$, 3, 1 - $\sqrt{5}$.**

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & \text{für } x \in \mathbb{R}_- \\ (x-1)^2 & \text{für } x \in \mathbb{R}_+. \end{cases}$$

148. **Zeichne den Graphen der Funktion f:**

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{für } x \in (-\infty, -2) \\ x^2 & \text{für } x \in \langle -2, 2 \rangle \\ -2x + 8 & \text{für } x \in (2, \infty). \end{cases}$$

Bestimme aufgrund des Graphen:

a) den kleinsten Funktionswert,

b) den größten Funktionswert,

c) die Monotonie.

9. Lineare Funktionen

Lineare Funktion

$\boxed{y = ax + b}$ **lineare Funktion**

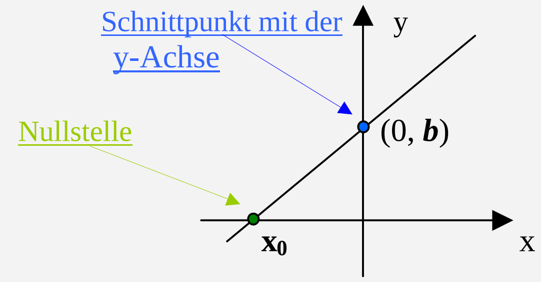
Der Funktionsgraph hat die **Steigung *a***.

Schnittpunkt mit der y-Achse: (0, b)

Die Stelle $x_0 = -{}^{b}/_{a}$ heißt **Nullstelle.**

f*(x)= *ax* + *b **Funktionsgleichung,**

x → *ax* + *b* **Funktionsvorschrift**.



Der Graph einer linearen Funktion

Für *a* > 0 ist der Funktionsgraph **steigend**, für *a* < 0 ist er **fallend** und für *a* = 0 **konstant** (d. h. die Gerade verläuft parallel zur x–Achse).

die Steigung = der Richtungsfaktor, der Steigungsfaktor, *b* – die Verschiebung

149. Zeichne die zugehörigen Geraden in ein Achsenkreuz:

a) $y = 2x - 3$, b) $y = -2x + 2$, c) $x \to 4$.

Prüfe, auf welcher Geraden der Punkt (-1, 4) liegt.

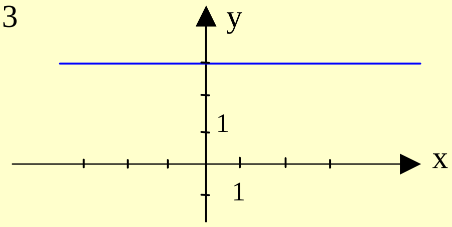
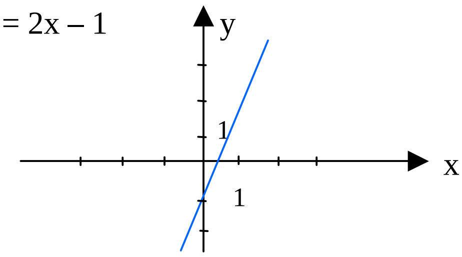
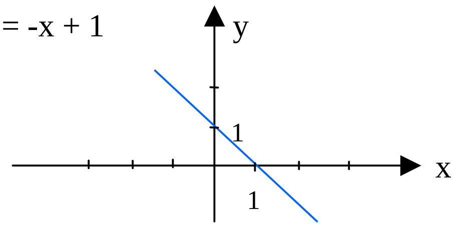
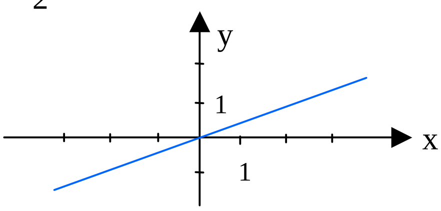
150. Prüfe rechnerisch, welche der Punkte auf der Geraden y = 3x – 2 liegen:

a) (0, -2), b) (3, 6), c) (-1, -4).

151. Bestimme in den folgenden Geradengleichungen die Werte für *a* und *b*:

a) $2x + y - 3 = 0$, b) $\dfrac{y - 4x}{2} = 3$, c) $-3x + 6y = 0$.

152. **Ergänze die Sätze anhand der Schaubilder**.

y = 3 	Die Steigung : $\boldsymbol{a = 0}$. Das ist eine fallende/ steigende/ **<u>konstante</u>** Funktion. Der Schnittpunkt mit der y-Achse: **(0, 3)** . Die Nullstelle: **die Funktion hat keine Nullstelle.**
a) y = 2x – 1 	*Die Steigung : ....* *Das ist eine fallende/ steigende/ konstante Funktion.* *Der Schnittpunkt mit der y-Achse: ....* *Die Nullstelle: ....*
b) y = -x + 1 	*Der Richtungsfaktor : ....* *Das ist eine fallende/ steigende/ konstante Funktion.* *Der Schnittpunkt mit der y-Achse: ....* *Die Nullstelle: ....*
c) y = $\frac{1}{2}$ x (**Ursprungsgerade**) 	*Der Steigungsfaktor : ....* *Das ist eine fallende/ steigende/ konstante Funktion.* *Der Schnittpunkt mit der y-Achse: ....* *Die Nullstelle:..............................*

153. **Wie ist die Gleichung der linearen Funktion, die jeder reellen Zahl**

a) die Zahl 5 zuordnet: *y* = ...

b) die um 4 größere Zahl zuordnet: *y* = ...

c) das Dreifache der Zahl zuordnet: y = ...

d) die Hälfte der Zahl vermehrt um zwei zuordnet: *y* = ...

e) das Doppelte der Zahl vermindert um fünf zuordnet: *y* = ...

f) die Gegenzahl zuordnet: *y* = ...

154. **Ordne zu und ergänze die Tabelle.**

Die Funktionsgleichung kann man bestimmen durch:

1) einen Punkt des Graphen und die Steigung *a*

2) einen Punkt des Graphen und den y-Achsenabschnitt *b*

3) zwei Punkte des Graphen

a) indem man die Koordinaten der beiden Punkte in die Formel $y = ax + b$ einsetzt und ein Gleichungssystem löst,

b) indem man die Koordinaten des Punktes und den Wert von *a* in die Funktionsgleichung einsetzt und *b* berechnet,

c) indem man die Koordinaten des Punktes und den Wert von *b* in die Funktionsgleichung einsetzt und *a* berechnet.

1	2	3

155. **Bestimme die Gleichung der linearen Funktion, deren Graph durch den Koordinatenursprung und durch den Punkt A geht:**

a) A = (1, 3), b) A = (- 2, 5), c) A = ($\sqrt{2}$, 4).

156. **Bestimme die Gleichung der linearen Funktion, deren Graph durch den Punkt B geht und die Steigung a hat:**

a) B = (3, 5), a = 2, b) B = (- 5, 1), a = - 6, c) B = (2, 7), a = 0.

157. **Wie groß muss *a* bzw. *b* in** a) $y = ax + 2$, b) $y = 2x + b$ **sein, damit der Graph der Funktion durch den Punkt (3, -1) verläuft?**

158. **Eine Gerade verläuft durch den Punkt A = (-1, 3) und schneidet die y-Achse in (0, 2). Wie lautet die Funktionsvorschrift? Prüfe rechnerisch, ob der Punkt (2, 4) auf der Geraden liegt.**

159. **Eine Gerade verläuft durch den Punkt B = (5, 3) und hat die Steigung 2.**

Wie lautet die Gleichung der Geraden? Prüfe rechnerisch, ob der Punkt (2, -3) auf der Geraden liegt.

160. **Gib die Achsenschnittpunkte der Graphen zu folgenden Funktionen an:**

a) $f(x) = 2x - 5$, b) $f(x) = \frac{4 - x}{2}$

161. **Wie verläuft die Gerade (steigend, fallend oder konstant), die an folgenden Stellen die Koordinatenachsen schneidet:**

a) x = 3, y = -4, b) x = -5, y = 6, c) x = -1, y = - 3.

162. **Lies die Information und zeichne den Graphen der Funktion:**

a) y = 3x – 2, b) y = - 2x + 3, c) y = 4.

Das Schaubild zeichnen:
Um das Schaubild einer linearen Funktion zu zeichnen, markiert man den Punkt (0; **b**). Von ihm geht man eine Einheit nach rechts und **a** nach oben (bzw. bei negativem a nach unten). Dort markiert man einen zweiten Punkt und zeichnet durch die beiden markierten Punkte die Gerade.

163. **Setze die Zeichen < , > oder = nach dem Muster ein.**

Wenn die lineare Funktion duch die folgenden Quadranten verläuft:

a) I, II, dann a = 0, b > 0, b) I, II, III, dann a .... 0, b 0,

c) II, III, IV, dann a ...... 0, b ...... 0, d) II, IV, dann a ...... 0, b 0,

e) I, III, IV, dann a ...... 0, b ...... 0, f) I, II, IV, dann a ...... 0, b ...... 0.

164. **Durch welche Quadranten verläuft das Schaubild der Funktion:**

a) y = 4x – 1, b) $y = \sqrt{2}\,x + 6,(1)$, c) $y = \frac{5 - x}{3}$.

165. **Zeichne den Graphen einer linearen Funktion so, dass folgende Bedingung erfüllt wird:**

a) Der Graph der Funktion verläuft durch den Punkt (2, - 3) und den zweiten Quadranten;

b) für alle Argumente nimmt die Funktion den gleichen Wert an;

c) die Gerade geht durch die Quadranten mit ungeraden Nummern;

d) die Funktion ist konstant und geht durch den Punkt (0, 3);

e) die Funktion ist fallend und *a* ist kleiner als *b*.

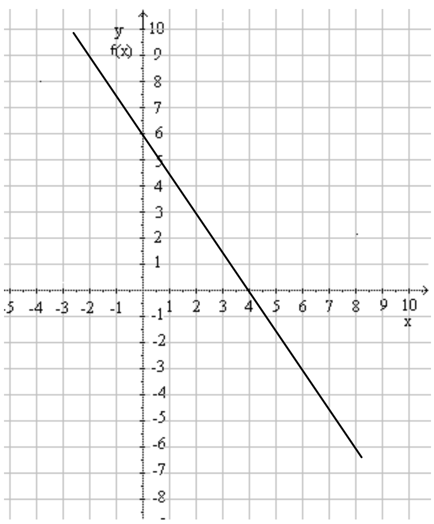
166. **Berechne, für welche *k*-Werte folgende Bedingung erfüllt wird:**

a) Die Funktion $y = -2x + k$ nimmt für das Argument 3 den Wert 4 an;

b) die Funktion $y = kx - 5$ hat die Nullstelle $x_0=1$;

c) die Funktion $y = (k + 3)x - 3$ nimmt für $x > 4$ positive Werte an.

167. **Wähle die richtige Antwort mit Hilfe des Schaubildes aus:**



1. Der Funktionswert für das Argument 2 beträgt
   a) 1, b) - 1, c) 2, d) 3.

2. Die Nullstelle der Funktion liegt bei $x_0=$
   a) –1, b) 6, c) 4, d) 0.

3. Zum Graphen der Funktion gehört der Punkt
   a) (-1, 6), b) (6, -3),
   c) (-3, 6), d) (5, 0).

4. Die Funktion nimmt den Wert -6 für das Argument
   a) 8, b) 0, c) -2, d) 9 an.

5. Der Schnittpunkt mit der y – Achse ist
   a) (6, 0), b) (0, 6), c) (4, 0) , d) (0, 4).

6. Die Funktion nimmt positive Werte für
   a) $x < 0$, b) $x > 4$, c) $x < 4$, d) $x \in$ R an.

7. Die Funktionsgleichung ist
   a) $y = 6x + 4$, b) $y = -2x + 1$, c) $y = x + 1$, d) $y = -\frac{3}{2}x + 6$.

Lagebeziehungen zweier Geraden

Die Geraden mit $y = \boldsymbol{a_1}x + b_1$ und $y = \boldsymbol{a_2}\,x + b_2$ sind genau dann

a) **parallel**, wenn gilt: $a_1 = a_2$, b) **orthogonal**, wenn $a_1 = -1/a_2$ oder $a_1 \cdot a_2 = -1$.

168. **Welche der folgenden Geraden sind parallel (orthogonal)?**

g: $2x - y + 5 = 0$, h: $-4x + 2y - 1 = 0$, k: $x + 2y + 3 = 0$

y = ... *2y* = ... *2 y* = ...

y = ... *y* = ...

Die Parallelen: .... *Die Orthogonalen:* ....

169. **Prüfe rechnerisch die gegenseitige Lage der Geraden g und h mit** g: $4x - 3y + 7 = 0$ und h: $3x + 4y - 5 = 0$.

170. **Bestimme die Gleichung der linearen Funktion, deren Schaubild**

a) parallel, **b) orthogonal**

zur Geraden mit y = 3x – 1 ist und durch den Punkt (2, 4) geht.

171. **Gegeben sind die Geraden g, h und k mit:**

g: $y = 2x + 4$, h: $y = 5x$ und k: $y = 2x - 6$.

Beantworten Sie ohne zu zeichnen:

a) Welche Gerade ist die Ursprungsgerade?

b) Welche Geraden sind parallel?

c) Auf welcher Geraden liegt der Punkt (1, - 4)?

a) Die Ursprungsgerade: .... *b) Die Parallelen:* ....

c) Der Punkt (1, -4) liegt auf der Geraden ....

Wiederholung

172. Begründe oder wiederlege folgende Aussagen über die Gleichung 2x + 5y = 20:

a) Eine Lösung der Gleichung lautet x = 2,5 und y = 3,

b) das Zahlenpaar (2,5; 3) gehört zur Lösungsmenge der Gleichung,

c) für jedes reelle *k* gehört der Punkt mit den Koordinaten (5*k*, 4 – *k*) zur Lösungsmenge der Gleichung,

d) die Lösungsmenge der Gleichung sind Koordinaten der Punkte auf der Geraden mit der Steigung $-\frac{2}{5}$ durch den Punkt (10, 0).

173. Löse das Kreuzworträtsel

1														
				2										
		3												
			4											
			5											
	6													
		7												
	8													
		9												
					10									

Waagerecht:

1. Die Menge aller y heißt ....
2. Wenn a negativ ist, ist die Funktion ....
3. a wird Steigung oder .... genannt.
4. Die Steigung einer linearen Funktion, deren Graph parallel zu der Geraden mit y = 10x – 1 ist, beträgt .... (in Worten).
5. Wenn a > 0 ist, dann ist die Funktion ....
6. x ist ....
7. Der Graph einer linearen Funktion ist eine ....
8. Die Funktion y = 4 ist ....
9. Wenn eine Gerade die y – Achse im Punkt (0; 2) schneidet, dann beträgt *b* .... (in Worten).
10. Drei ist die erste .... des Punktes P = (3; 5).

174. **Gegeben ist die Gleichung der Geraden k:**

$$\frac{2}{3}\mathbf{x} + \frac{1}{6}\mathbf{y} = \mathbf{1}.$$

a) Wie lautet eine zu k äquivalente Gleichung mit ganzen Koeffizienten?

b) Für welche Zahlen a, b ist k äquivalent zu $y = ax + b$?

Sind die Antworten eindeutig?

175. **Ein Fallschirmspringer öffnet seinen Fallschirm und misst mit Hilfe eines Höhenmessers zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem Öffnen des Schirms seine Höhe über dem Erdboden. Die Messung ergab die folgende Tabelle:**

Fallzeit [s]	4	8	12	16
Höhe [m]	234	218	202	186

a) Erstelle ein Koordinatensystem mit skalierten Achsen zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Fallzeit und der Höhe;

b) trage die Wertepaare aus der Tabelle als Punkte in das Koordinatensystem ein und zeichne die Gerade;

c) gib die Gleichung dieser linearen Funktion an.

176. **Wähle jeweils das richtige Ende für den Satz aus**:

1. Durch zwei Punkte
   a) geht genau eine Gerade,
   b) gehen zwei Geraden,
   c) gehen unendlich viele Geraden.

2. Bei der Funktion $y = ax + b$ ist a
   a) der Steigungswinkel,
   b) die Steigung,
   c) der Schnittpunkt mit der x- Achse.

3. Der Graph zu $y = 2x + 5$
   a) steigt,
   b) fällt,
   c) ist konstant.

4. Die y-Achse heißt
   a) Abszisse,
   b) Koordinate,
   c) Ordinate.

5. Ein Koordinatensystem wird auch
   a) Schaubild,
   b) Ebene,
   c) Achsenkreuz genannt.

6. Die Figur, die zwei Endpunkte hat, heißt
   a) Dreieck,
   b) Strecke,
   c) Halbgerade.

10. Lineare Gleichungssysteme

Ein **lineares Gleichungssystem** (LGS) mit zwei Variablen kann man **rechnerisch** und **zeichnerisch** lösen.

Rechnerisch wird ein LGS mit zwei Variablen mit Hilfe des **Einsetzungsverfahrens** oder des **Additionsverfahrens** gelöst.

Beispiel

Ausgangssystem (Annahme: das LGS hat genau eine Lösung)

$$\begin{cases} 15y - 3x = -180 \\ x + 2y = 32 \end{cases}$$

Einsetzungsverfahren

1. Schritt: Eine Gleichung nach einer Variablen auflösen

$$x = 32 - 2y$$

2. Schritt: Den Term für diese Variable in die andere Gleichung einsetzen

$$\begin{cases} x = 32 - 2y \\ 15y - 3\,(32 - 2y) = -180 \end{cases}$$

3. Schritt: die Gleichung mit einer Variablen lösen

$$\begin{cases} x = 32 - 2y \\ 15\,y - 96 + 6y = -180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 32 - 2y \\ 21y = -84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 32 - 2y \\ y = -4 \end{cases}$$

4. Schritt: Berechnen der anderen Variablen:

$$\begin{cases} x = 32 - 2\cdot(-4) \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 40 \\ y = -4. \end{cases}$$

Probe (für beide Verfahren gleich):

$15 \cdot (-4) - 3 \cdot 40 = -60 - 120 = -180$

$-180 = -180$

$40 + 2 \cdot (-4) = 40 - 8 = 32$

$32 = 32$

wahre Aussage

Additionsverfahren

1. **Schritt**: Gleichungen mit geeigneten Zahlen multiplizieren (oder dividieren), so dass nach der Addition der Gleichungen eine Variable wegfällt:

$$\begin{cases} 15y - 3x = -180 \;/\; :3 \\ x + 2y = 32 \;\; \text{(Vertauschungsgesetz benutzen)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y - x = -60 \\ 2y + x = 32 \end{cases}$$

2. **Schritt**: Gleichungen addieren:

$$\begin{cases} 7y = -28 \;/\; :7 \\ 2y + x = 32 \end{cases}$$

3. **Schritt**: Gleichung lösen

$y = -4$

$2y + x = 32$

4. **Schritt**: Berechnen der anderen Variablen

$$\begin{cases} y = -4 \\ 2 \cdot (-4) + x = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -4 \\ x = 40 \end{cases}$$

Beachte: Beim Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen können folgende Fälle vorkommen:

1. Es gibt genau ein Zahlenpaar als Lösung.
2. Das LGS hat keine Lösung.
3. Das LGS hat unendlich viele Lösungen (unendlich viele Zahlenpaare, die Lösung beider Gleichungen sind.

177. **Löse folgende Gleichungssysteme nach dem Verfahren, das am bequemsten erscheint:**

a) $0{,}8x + 1{,}5y = -3$ und $0{,}02y - 0{,}06x = 4{,}2$,

b) $\frac{y}{4} + \frac{2x-14}{8} = \frac{x-1}{2}$ und $5(x-1) - 2(2-y) = x - 11$,

c) $\frac{2x+4}{2} + \frac{y+1}{3} = 4$ und $3(x+2) - 2(y-1) = 2x + 12$,

d) $0{,}2(y + 2x) - 0{,}3(2y - x) = 35$ und $2(x + y) - (y - 2) = 2x + 2$,

e) $-y + x(2x + 1) = 2(x-1)^2 - 3$ und $(y+1)^2 + 2x = y(y+1) + 5$.

178. **Das Doppelte einer Zahl ist um 3 größer als eine zweite Zahl. Das Doppelte der zweiten Zahl ist jedoch um 2 größer als das Dreifache der ersten Zahl. Finde die Zahlen.**

179. **Die Summe zweier Zahlen ist 42. Teilt man die größere Zahl durch 5, die kleinere durch 3, so ist die Differenz der Quotienten gleich 2. Suche die Zahlen.**

180. **Welche Zahl ist um 6 größer als eine zweite Zahl und um 14 größer als der dritte Teil der zweiten? Bestimme die Zahlen.**

181. **Der Vater ist heute 22 Jahre älter als sein Sohn. In 7 Jahren wird er dreimal so alt sein wie der Sohn. Wie alt sind beide heute?**

182. **Ein Rechteck ist 3 cm länger als breit. Vergrößert man beide Seiten um 4 cm, so wächst der Flächeninhalt um 44 cm². Wie lang sind die Rechteckseiten?**

Zeichnerisches Lösen eines linearen Gleichungssystems

In einem linearen Gleichungssystem mit 2 Variablen kann man beide Gleichungen zu Geradengleichungen umformen. Die Lösungsmenge des LGS lässt sich also mit Hilfe von Geraden veranschaulichen.

Beispiel

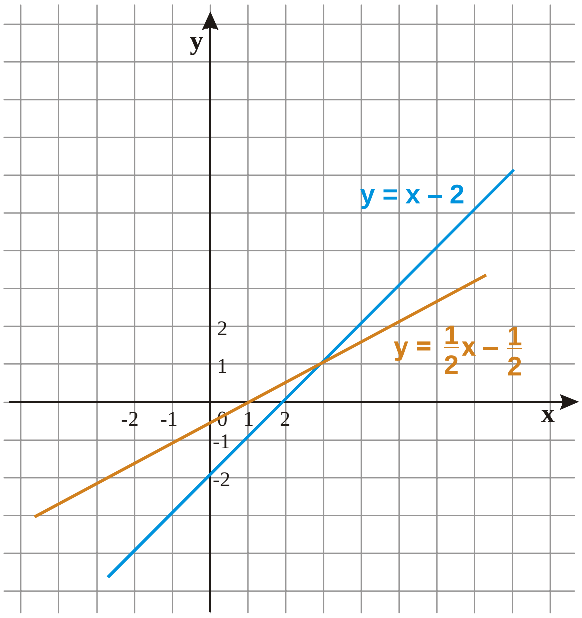
Ausgangssystem:

$$\begin{cases} x - 1 = 2y \\ -y - 2 = -x \end{cases}$$

1. Schritt: beide Gleichungen zu Geradengleichungen umformen;

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = x - 2 \end{cases}$$

2. Schritt: die Geraden in ein Koordinatensystem eintragen;



3. Schritt: die Koordinaten des Schnittpunktes ablesen und die Lösung des linearen Gleichungssystems angeben.

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

183. **Löse die folgenden Gleichungssysteme zeichnerisch:**

a) $\begin{cases} -2x + y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

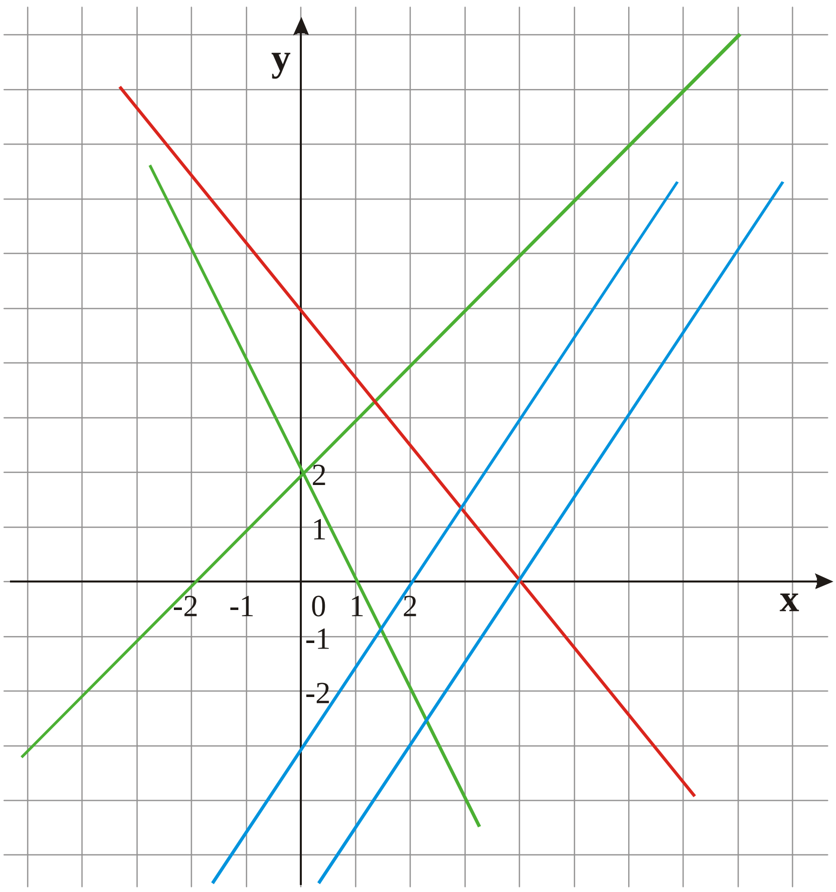
b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2y + 6x = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 0{,}5x = 1 - 2y \\ 4y + x = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = 2{,}3 \\ 5x - y = 4{,}9 \end{cases}$

184. **Finde das lineare Gleichungssystem, dessen graphische Lösung in dem Koordinatensystem dargestellt ist:**

a) die grünen Geraden, b) die blauen Geraden, c) die roten Geraden (sie fallen zusammen).



185. **Löse zeichnerisch: Wie viele Elemente haben folgende Mengen?**

a) $A = \{(x, y): y = x \text{ und } y = -x + 4\}$,

b) $B = \{(x, y): x + y = 7 \text{ und } y = 7 - x\}$,

c) $C = \{(x, y): y = 2x + 1 \text{ und } x - \frac{1}{2}y = -4\}$.

186. **Ein Autofahrer und ein Motorradfahrer wohnen im Ort A und beide fahren zum Ort B. Der Motorradfahrer fährt um 8.00 Uhr mit der mittleren Geschwindigkeit 80 $^{km}/_{h}$ weg, der Autofahrer fährt eineinhalb Stunden später mit der mittleren Geschwindigkeit 120 $^{km}/_{h}$ weg:**

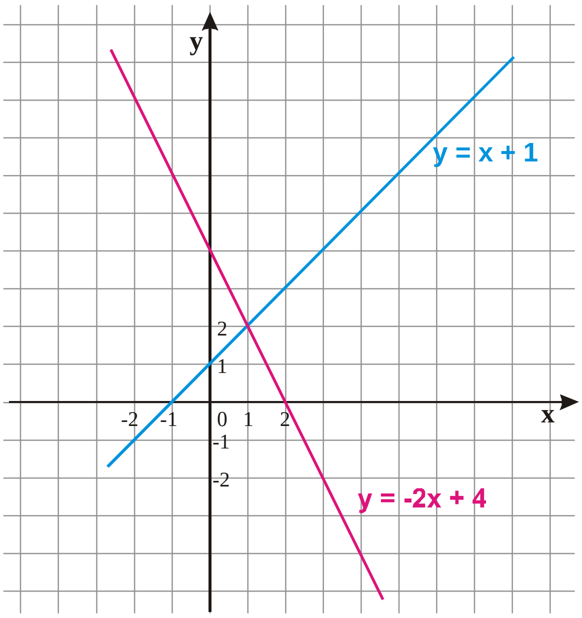
a) Erstelle ein Koordinatensystem mit skalierten Achsen zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Fahrzeit und der Strecke und zeichne die Graphen für den Autofahrer und den Motorradfahrer;

b) lese von der graphischen Darstellung ab, um wieviel Uhr und wie weit von dem Ort A entfernt sie sich treffen.

Zusammenfassung:

1. Fall: Das lineare Gleichungssystem besitzt genau **eine Lösung**

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ 2x + y - 4 = 0 \end{cases}$$



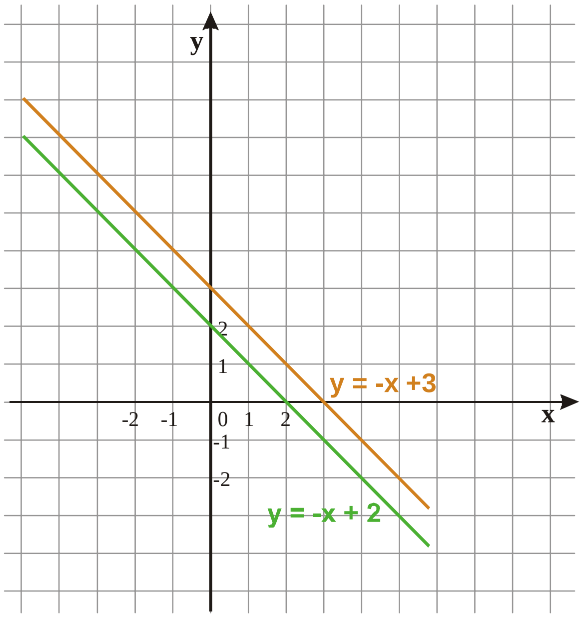
Die Geraden schneiden sich genau in einem Punkt. Die Koordinaten des Schnittpunktes sind die gesuchte Lösung des Gleichungssystems.

Lösung:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2\,. \end{cases}$$

2. Fall: Das lineare Gleichungssystem besitzt **keine Lösung**

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{1}{2}y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

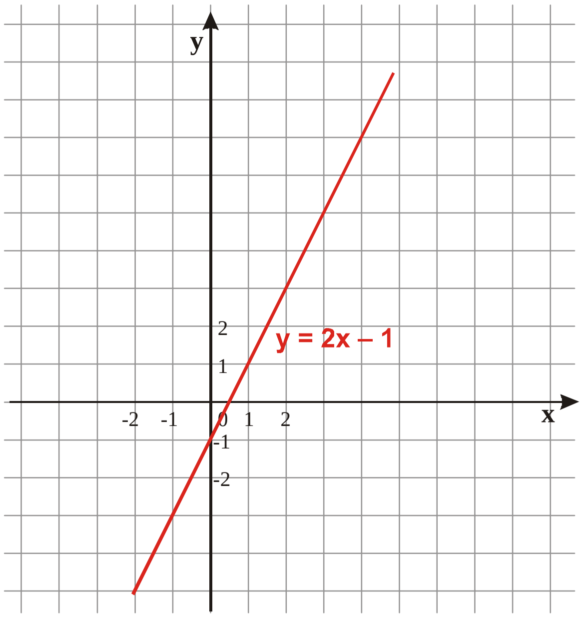


Die Geraden sind parallel (und schneiden sich deshalb nicht).

Lösung: leere Menge.

3. Fall: Das lineare Gleichungssystem besitzt **unendlich viele Lösungen**

$$\begin{cases} y - 2x = -1 \\ 2y = 4x - 2 \end{cases}$$



Die Geraden sind identisch.

Lösung ist die Menge alle Paare:

$\{(x, y): x \in \mathbf{R} \wedge y = 2x - 1\}$.

11. Quadratische Gleichungen

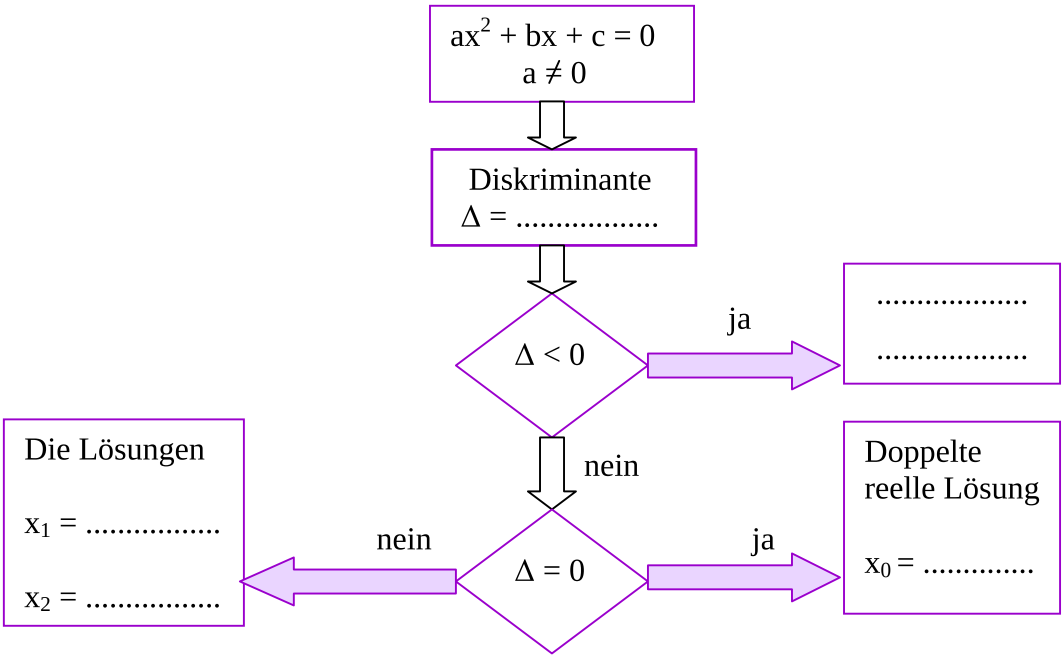
Erscheinungsformen der quadratischen Gleichung

Die <u>allgemeine Form</u>: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, $a \neq 0$,

Die <u>Normalform</u>: $\mathbf{x^2 + dx + e = 0}$,

Die <u>Produktform</u>: $\mathbf{a(x - x_1)(x - x_2) = 0}$, $a \neq 0$.

187. **Vervollständige das Flussdiagramm für das Lösen von quadratischen Gleichungen.**



188. **Wie viele Lösungen hat eine quadratische Gleichung?**

Bei der Lösung quadratischer Gleichungen sind 3 Fälle zu unterscheiden:

a) Die Diskriminante hat einen positiven Wert. Die Gleichung hat ....

b) Die Diskriminante ist gleich Null. Die Gleichung hat ....

c) Die Diskriminante hat einen negativen Wert . Die Lösungsmenge ....

189. **Bestimme die Anzahl der Lösungen. Löse die Gleichung jeweils mit Hilfe der Lösungsformel:**

a) $x^2 - 12x + 32 = 0$, b) $x^2 - 3x = -10$, c) $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

190. **Wandle die Gleichungen in Normalform um:**

a) $2x^2 + 5x - 2 = 0$, b) $-3x^2 - 5x + 1 = 2x + 2$, c) $(x - 4)(x + 5) = 7$.

191. **Löse nach dem Beispiel:**

Schritte	**Beispiel 1**	**a)**	**b)**
Gegeben ist die allgemeine Form der quadratischen Gleichung	$2x^2 + 8x - 154 = 0$	$-2x^2 - 12x + 14 = 0$	$0{,}5x^2 - 0{,}5x - 6 = 0$
Die Normalform wird hergestellt	$x^2 + 4x - 77 = 0$		
Der Koeffizient von x wird halbiert und sein Vorzeichen wird geändert.	$x_1 = -2 -$ $x_2 = -2 +$		
Das Quadrat der eben hingeschriebenen Zahl wird unter das Wurzelzeichen geschrieben.	$x_1 = -2 - \sqrt{4}$ $x_2 = -2 + \sqrt{4}$		
Der konstante Summand aus der Normalform wird vorzeichengeändert unter dem Wurzelzeichen hinzugefügt	$x_1 = -2 - \sqrt{4 + 77}$ $x_2 = -2 + \sqrt{4 + 77}$		
Der Lösungsterm wird ausgewertet	$x_1 = -11$ $x_2 = 7$		

192. **Löse nach dem Beispiel:**

Schritte	**Beispiel 2**	**a)**	**b)**
Gegeben ist die allgemeine Form der quadratischen Gleichung	$2x^2 + 4x - 6 = 0$	$-3x^2 + 15x - 18 = 0$	$0{,}5x^2 - 1{,}5x - 2 = 0$
Die Normalform wird hergestellt	$x^2 + 2x - 3 = 0$		
Die quadratische Ergänzung wird auf beiden Seiten addiert	$x^2 + 2x + 1 - 3 = 1$		
Nach den binomischen Formeln erhalten wir	$(x + 1)^2 = 4$		
Es gibt zwei Zahlen, deren Quadrat die Zahl auf der rechten Seite der Gleichung ergibt	$x + 1 = -2$, $\underline{x = -3}$ oder $x + 1 = 2$, $\underline{x = 1}$		

Beispiel 3

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung $4(x-3)(x+5)=0$.

Lösung

Das Produkt auf der linken Seite der Gleichung ist Null, wenn mindestens ein Faktor gleich Null ist:

$x-3=0$ oder $x+5=0$.

Durch Umstellen der Gleichungen nach x erhalten wir die beiden Lösungen der Gleichung:

$\underline{x=3}$ oder $\underline{x=-5}$.

193. **Bestimme jeweils die Lösung der Gleichung:**

a) $3(x-3)(x+6)=0$, b) $-2(x+3)(x-4)=0$, c) $(x-5)(x+2)=0$.

194. **Gib ein Beispiel für eine quadratische Gleichung an, deren Lösung**

a) $x_1=2$, $x_2=-2$, b) $x_1=3$, $x_2=4$, c) $x_1=1$, $x_2=-5$ **ist!**

195. **Bringe die Gleichung jeweils auf die allgemeine Form. Bestimme a, b, c**:

a) $2(x-3)(x-7)=0$, b) $-4(x-2)(x+5)=x^2-1$, c) $(x-1)(x+1)=2x-3$.

Sonderfälle quadratischer Gleichungen

Typ	Name	Lösungsverfahren
$2x^2 + 5 = 13$	**reinquadratische Gleichung** (das lineare Glied fehlt)	$x^2 = 4$ $\underline{x = -2}$ oder $\underline{x = 2}$
$x^2 - 6x = 0$	**gemischtquadratische Gleichung ohne Konstante c** (das absolute Glied fehlt)	$x(x - 6) = 0$ $\underline{x = 0}$ oder $\underline{x = 6}$
$x^4 + 2x^2 - 3 = 0$	**biquadratische Gleichung**	$x^2 = t,\ t \geq 0$ $t^2 + 2t - 3 = 0$ $\underline{t = 1}$, $t = -3$ $\underline{x = 1}$ oder $\underline{x = -1}$
$\frac{x-15}{x} = \frac{5}{x}$	**Bruchgleichung** Definitionsmenge $D = \Re \setminus \{0\}$	$(x - 15)x = 5x$ $x^2 - 20x = 0$ $\underline{x = 0}$ oder $\underline{x = 20}$
$\sqrt{2x-1} = x$	**Wurzelgleichung** $D = \{x: x \geq 0{,}5\}$	$2x - 1 = x^2$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = 1$

196. **Zu welcher Gleichung aus der Tabelle passt das Lösungsverfahren? Ergänze die Sätze!**

reinquadratische Gleichung, gemischtquadratische Gleichung, biquadratische Gleichung, Bruchgleichung, Wurzelgleichung

a) Man löst die Gleichung nach x^2 auf. Beim anschließenden Ziehen der Wurzel beachtet man: Ist die rechte Seite positiv, so gibt es zwei Lösungen, ist sie Null, so gibt es eine doppelte Lösung, und ist sie negativ, so gibt es keine Lösung.
Es handelt sich um eine ....

b) Man löst diese Gleichung durch Substitution.
Es handelt sich um eine ....

c) Man muss die Wurzel isolieren und die beiden Seiten der Gleichung quadrieren.
Es handelt sich um eine ....

d) Man klammert auf der linken Seite x aus. Das dabei entstehende Produkt ist Null, falls einer der Faktoren Null ist, also falls x = 0 oder der verbleibende Klammerausdruck Null ist.
Es handelt sich um eine ....

e) Man muss bei dieser Gleichung die Terme kreuzweise multiplizieren.
Es handelt sich um eine ....

Textaufgaben mit quadratischen Gleichungen

Beispiel:
Der Wert des Produkts aus Vorgänger und Nachfolger einer natürlichen Zahl ist um 1 kleiner als das 13fache der Zahl. Finde die Zahl.

Lösung

Text	**Mathematische Übersetzung**
die gesuchte Zahl	x
der Vorgänger	$x - 1$
der Nachfolger	$x + 1$
ihr Produkt	$(x - 1)(x + 1)$
das 13fache der Zahl	$13x$
das Produkt ist <u>um 1 kleiner</u>	
als das 13fache der Zahl	$(x - 1)(x + 1) = 13x \underline{- 1}$
die Lösung	$x^2 - 1 = 13x - 1$
	$x^2 - 13x = 0$
	$x = 0$ oder $x = 13$
die gesuchte Zahl heißt	0 oder 13.

197. **Zerlege die Zahl 30 in 2 Summanden, deren Produkt 221 beträgt.**

Text	**Mathematische Übersetzung**
der erste Summand	....
der zweite Summand	....
ihr Produkt	....
ihr Produkt beträgt 221	....
die Lösung	....
	....
	....
	....
die Summanden heißen	....

198. **Das Produkt zweier aufeinanderfolgender ganzer Zahlen ist um 89 größer als ihre Summe. Wie heißen die Zahlen?**

199. **Addiert man zur Quadratzahl einer natürlichen Zahl die Zahl selbst, so erhält man 210. Wie heißt die Zahl?**

200. **Zerlege 124 in zwei ganzzahlige Faktoren, deren Summe 35 beträgt.**

201. **Zerlege 88 in zwei ganzzahlige Faktoren, deren Differenz 18 beträgt.**

202. **Multipliziert man eine ganze Zahl mit ihrem vierten Teil, so erhält man 16. Wie heißt die Zahl?**

203. **Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist 875 m². Seine Länge ist um 10 m größer als seine Breite. Wie lang sind die Seiten?**

204. **Bestimme die Definitionsmenge und löse die Bruchgleichung:**

a) $\frac{7-x}{x} = \frac{6x+40}{x+8}$, b) $\frac{3-4x}{x} = \frac{x}{x-2}$.

205. **In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete um 2 und die zweite Kathete um 1 kürzer als die Hypotenuse. Welche Seitenlängen hat das Dreieck?**

206. **In einem rechtwinkligen Dreieck haben die Seitenlängen die Maßzahlen x, x + 2, x + 4. Welche Seitenlängen hat das Dreieck?**

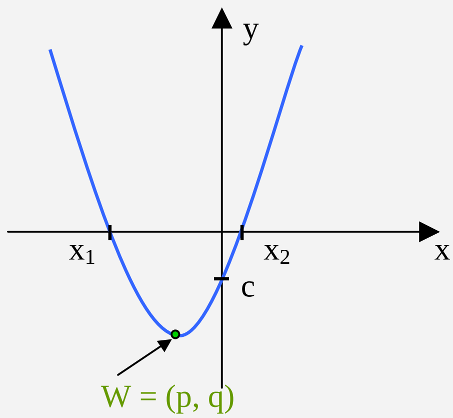
207. **Gibt es ein Vieleck, das 36 Diagonalen hat?**

208. **Stelle die Menge B = $\{x \in R: x^2 + x - 6 = 0\}$ durch Aufzählen ihrer Elemente dar.**

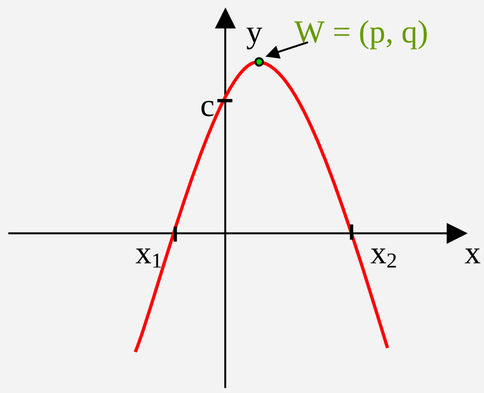
12. Quadratische Funktionen

Graph der Funktion $y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$

$a > 0$



$a < 0$



Die Parabel ist **nach oben geöffnet**.

Der Scheitelpunkt W ist „Tiefpunkt".

q ist **der kleinste Wert**.

Die Parabel ist **nach unten geöffnet**.

Der Scheitelpunkt W ist „Hochpunkt".

q ist der **größte Wert**.

Gemeinsame Eigenschaften

Die Gerade **x = p** ist **Symmetrieachse** der Parabel.

x_1, x_2 sind **Nullstellen. (0, c)** ist der Schnittpunkt mit der y-Achse.

Formen einer quadratischen Funktionsgleichung

$y = ax^2 + bx + c$ allgemeine Form (a $\neq 0$)

Sonderfälle der allgemeinen Form:

1) $a = 1, b = 0$ und $c = 0 \longrightarrow y = x^2 \longrightarrow$ Normalparabel
2) $a = 1, b = 0$ und $c \neq 0 \longrightarrow y = x^2 + c \longrightarrow$ Verschiebung der Normalparabel entlang der y-Achse um c
3) $a > 0, b = 0$ und $c = 0 \longrightarrow y = ax^2 \longrightarrow$ Die um a gestreckte oder gestauchte Normalparabel

$y = a(x - p)^2 + q$ Scheitelpunktform (a $\neq 0$) (die Parabel $y = ax^2$ wird um p Einheiten in Richtung der x- Achse und um q Einheiten in Richtung der y- Achse verschoben)

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$ Produktform (a $\neq 0$)

209. **Wie sind die Eigenschaften der Funktion *f*?**

a) Die Definitionsmenge: ....

b) Der Wertebereich: ....

c) Die Nullstellen: ....

d) Der kleinste Wert ist ....

Die Funktion nimmt den kleinsten Wert

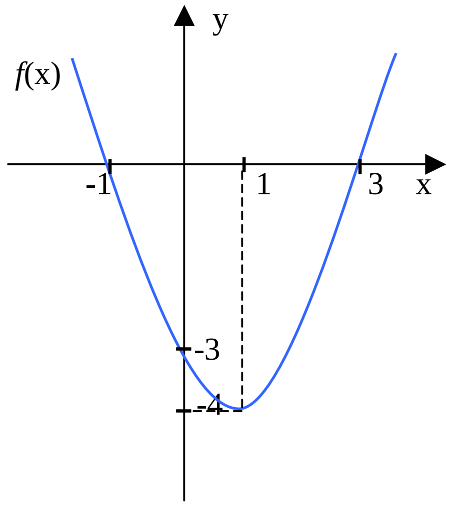
für das Argument .... an.

e) Der Funktionsgraph ist steigend für x∈ ....

f) Der Funktionsgraph ist fallend für x∈ ....

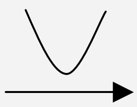
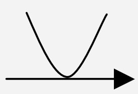
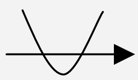
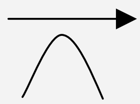
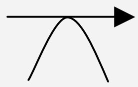
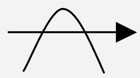
g) Der Schnittpunkt mit der y-Achse:........................ .

h) Die Symmetrieachse: ....



210. **Bestimme die Funktionsgleichung der Funktion *f* mit dem Schnittpunkt $S_y(0, 16)$ und der Nullstelle 4, deren Gaph durch den Punkt (1, 9) geht**:

211. **Setze + (positiv), - (negativ) oder 0 in die Tabelle ein**:

						
a						
Δ						

a) Die quadratische Funktion hat zwei Nullstellen, wenn die Diskriminante Δ .... ist.

b) Die Parabel ist nach oben geöffnet, wenn a .... ist.

c) Der Scheitelpunkt liegt auf der x-Achse, wenn die Diskriminante .... ist.

212. **Ist die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet?**

a) Die Parabel zu $y = \sqrt{2}\,x^2 + 3x - 1$ ist nach .... geöffnet.

b) Die Parabel zu $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4x + 5$ ist nach .... geöffnet.

c) Die Parabel zu $y = (3 - \sqrt{2})x^2 - 10$ ist nach .... geöffnet.

213. **Wie viele Nullstellen hat die Funktion *f*?**

a) $f(x) = 6x^2 - 5x + 3$, b) $f(x) = x^2 + 4x + 4$, c) $f(x) = \frac{1}{8}x^2 + x + 1$.

214. **Beispiel:**

$f(x) = 2x^2 + 12\,x + 8$

$2x^2 + 12\,x + 8 = 2(x^2 + 6x + 4) = 2(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2 + 4) = 2(x + 3)^2 - 10.$

Der Scheitelpunkt: $\underline{W = (-3, -10)}$. Die Scheitelpunktform: $\underline{f(x) = 2(x + 3)^2 - 10}$.

215. **Berechne die Koordinaten des Scheitelpunktes und gib die Scheitelpunktform an:**

a) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$, b) $f(x) = x^2 - 4x - 1$, c) $f(x) = 3x^2 - 6x - 2$.

216. **Wandle die Funktionsgleichung $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ in**

a) eine Scheitelpunktform, **b) eine Produktform um.**

217. **Bestimme den Scheitelpunkt des Funktionsgraphen. Für welches x nimmt die Funktion ihren kleinsten Funktionswert an? Wie groß ist dieser?**

a) $f(x) = 3(x + 4)^2 - 5$ b) $f(x) = x^2 + 9x - 1$, c) $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$.

218. **Das Schaubild von $y = x^2 + bx + c$ hat den Scheitelpunkt W. Bestimme b und c:**

a) $W = (2, 5)$, b) $W = (-1, 3)$, c) $W = (0, -7)$.

219. **Die Funktion $y = x^2 + bx + c$ nimmt für x_1 ihren kleinsten Funktionswert y_{min} an. Berechne den Funktionswert für x_2:**

a) $x_1 = 5$, $y_{min} = 8$, $x_2 = 6$, b) $x_1 = 0$, $y_{min} = -9$, $x_2 = 3$.

220. **Das Schaubild einer Funktion $y = ax^2 + bx + c$**

a) hat den Scheitelpunkt W = (-3, 0) und geht durch A = (0, 1),

b) hat den Scheitelpunkt auf der y-Achse und geht durch A = (2, -3) und B = (-4, 0).

Gib jeweils die Funktionsgleichung an.

221. **Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 5$.**

a) Berechne den kleinsten Wert der Funktion.

b) Bestimme die Wertemenge der Funktion.

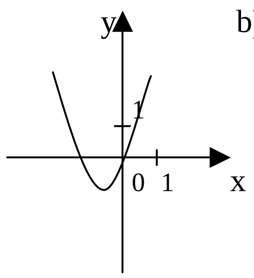
c) Bestimme die Symmetrieachse der zugehörigen Parabel.

222. **Der Graph der Funktion g entstand aus dem Graphen von $f(x) = ax^2$. Wie lautet die Funktionsgleichung von g, wenn die Koordinaten des Scheitelpunktes folgende sind**:

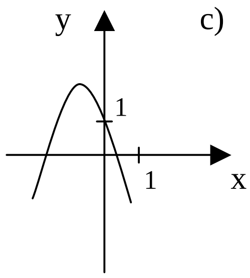
a) (12, -3), b) (-4, 7), c) (-5, 0), d) (0, 6)?

223. **Bestimme die Vorzeichen von a, b, c, Δ, x_1, x_2, p und q anhand der Graphen:**

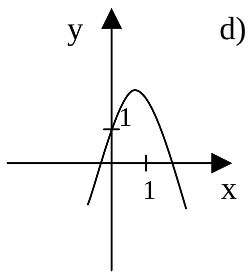
a)



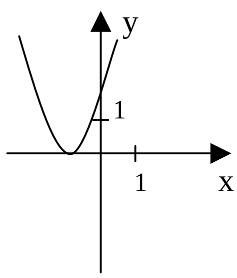
b)



c)



d)



a > 0	a	a...............	a..............
b.............	b..............	b...............	b..............
c.............	c..............	c...............	c..............
Δ.............	Δ..............	Δ...............	Δ..............
x_1............	x_1.............	x_1.............	x_1..............
x_2............	x_2.............	x_2.............	x_2..............
p.............	p..............	p...............	p...............
q.............	q..............	q...............	q...............

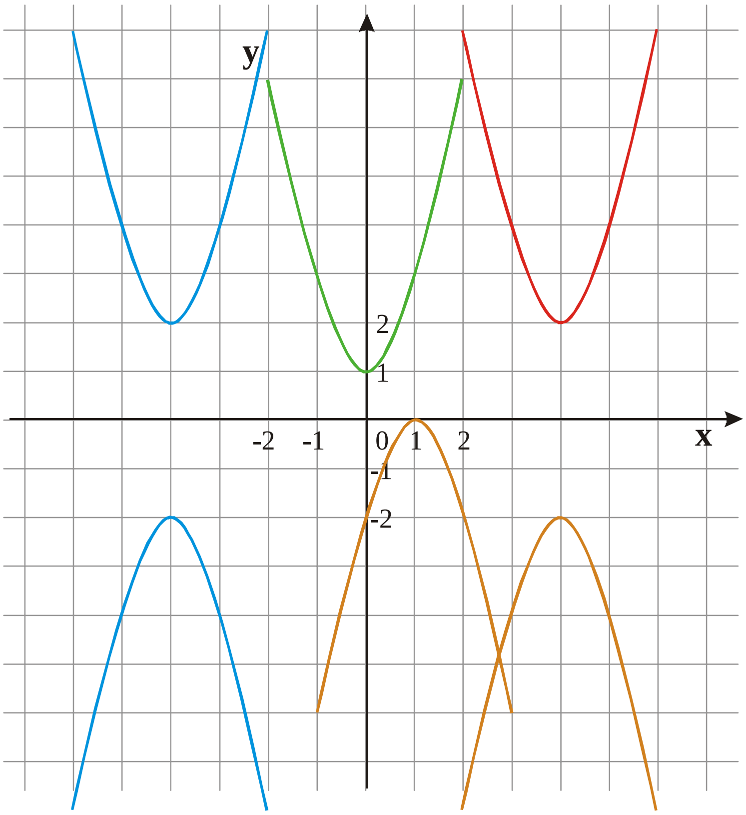
224. **Für welche Argumente nimmt die Funktion:**

a) $y = -\frac{3}{5}x^2$ den Wert $y = -\frac{5}{27}$ an, b) $y = 2x^2 + 2x - 35$ den Wert $y = 5$ an?

225. **Bestimme rechnerisch denjenigen x-Wert, für den die beiden Funktionen den gleichen Funktionswert annehmen:**

a) $f(x) = (x-1)^2$ und $g(x) = (x+4)^2$, b) $f(x) = x^2 + 3x + 3$ und $g(x) = -2x + 3$.

226. **Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen zu:**



a) $y = -2(x-1)^2$

b) $y = 2(x+4)^2 + 2$

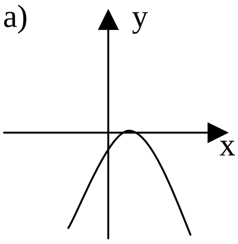
c) $y = -2(x+4)^2 - 2$

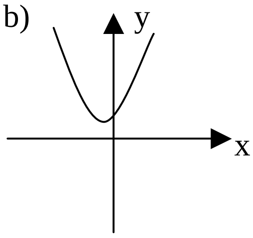
d) $y = 2x^2 + 1$

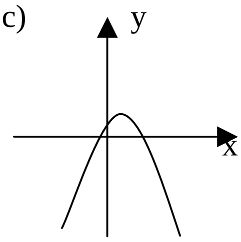
e) $y = -2(x-4)^2 - 2$

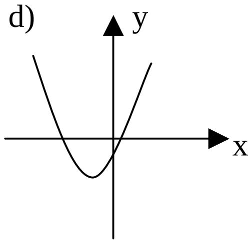
f) $y = 2(x-4)^2 + 2$

227. **Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen zu:**

a)


b)


c)


d)


A: $y = x^2 + 4x - 1$

C: $y = x^2 + x + 1$

B: $y = -x^2 + 2x - 1$

D: $y = -x^2 + 2x + 1$

228. **Bestimme den kleinsten und den größten Wert der Funktion f:**

a) $f(x) = -2x^2 + x - 1$ im Intervall $<0, 2>$,

b) $f(x) = -x^2 - 3x + 10$ im Intervall $<-2, 0>$,

c) $f(x) = 2x^2 - x + 1$ im Intervall $<1, 3>$.

229. **Gegeben ist die Funktion $y = x^2 + c$. Für welchen c - Wert**

a) gehört der Punkt A = (2, 4) zum Graphen der Funktion,

b) hat die Funktion die Nullstellen –1 und 1?

230. **Gegeben ist die Funktion $y = ax^2 + 4$. Für welchen a-Wert**

a) gehört der Punkt B = (-1, 13) zum Graphen der Funktion,

b) ist die Parabel nach oben geöffnet?

231. **Zerlege die Zahl 24 so in zwei Summanden, dass die Summe der Quadrate der Summanden möglichst klein wird.**

232. **Für welche Zahl wird:**

a) das Produkt aus der Zahl und der um 10 größeren Zahl,

b) das Produkt aus dem Dreifachen der Zahl und der um 2 größeren Zahl,

c) das Produkt aus der Zahl und dem um 4 verkleinerten Dreifachen der Zahl,

d) das Produkt aus dem vierten Teil der Zahl und der um zwei kleineren Zahl

am kleinsten? Gib jeweils die gesuchte Zahl an.

233. **Bestimme die Schnittpunkte der Funktionsgraphen zu $f(x) = 3x - 5$ und $g(x) = x^2 + 13x + 19$!**

234. **Für welche x-Werte nehmen die Funktionen $f: x \to 2x^2 + 5x - 1$ und $g: x \to x^2 + 4x + 1$ denselben Funktionswert an (wie groß ist dieser)?**

235. **Die Punkte A, B und C gehören zum Graphen der Funktion $f(x) = x^2 - 10x + 25$.**

Berechne a, b und c:

a) A = (a, 0), b) B = (b, 16), c) C = (c, 9).

236. **Berechne die Nullstellen der Funktionen (sofern vorhanden) und skizziere die Parabeln. Lese von den Graphen ab, für welche Argumente die Funktion positive, nicht negative, negative bzw. nicht positive Werte annimmt.**

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$f(x) > 0$ für $x \in$ ....
$f(x) \geq 0$ für $x \in$ ....
$f(x) < 0$ für $x \in$ ....
$f(x) \leq 0$ für $x \in$ ....

b) $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

$g(x) > 0$ für $x \in$ ....
$g(x) \geq 0$ für $x \in$ ....
$g(x) < 0$ für $x \in$ ....
$g(x) \leq 0$ für $x \in$ ....

c) $h(x) = x^2 - 3x + 4$

$h(x) > 0$ für $x \in$ ....
$h(x) \geq 0$ für $x \in$ ....
$h(x) < 0$ für $x \in$ ....
$h(x) \leq 0$ für $x \in$ ....

d) $i(x) = -2x^2 + 2x - 1$

$i(x) > 0$ für $x \in$ ....
$i(x) \geq 0$ für $x \in$ ....
$i(x) < 0$ für $x \in$ ....
$i(x) \leq 0$ für $x \in$ ....

237. **Für welche Argumente nimmt die Funktion $y = x^2 + 7x + 10$ positive Werte an?**

238. **Für welche Argumente sind die Werte der Funktion $y = -x^2 - x + 4$ kleiner als -2?**

239. **Löse die Ungleichungen:**

a) $x^2 - 3x < -2$,
b) $2x^2 + 3x < 3 - 2x$,
c) $4x + 1 \geq 2x^2 - 5x - 4$,
d) $2x^2 + x \leq x^2 + 6x - 8$,
e) $3x^2 + 4 > x$,
f) $x(x - 5) > -8$,
g) $(x - 3)x < 18$,
h) $3x(x + 5) + 3(3x + 15) \geq 0$.

240. **Löse die untenstehenden Ungleichungen nach dem folgenden Beispiel:**

$(x - 4)(x + 6) > 0$

Das Produkt ist positiv, wenn beide Faktoren

positiv	oder	negativ sind.
$x - 4 > 0$ und $x + 6 > 0$		$x - 4 < 0$ und $x + 6 < 0$
$x > 4$ und $x > -6$		$x < 4$ und $x < -6$
$x \in (4, \infty)$	oder	$x \in (-\infty, -6)$

Lösungsmenge der Ungleichung: $L = \{x: x \in (-\infty, -6) \vee x \in (4, \infty)\}$.

a) $(x - 1)(x + 5) > 0$,
b) $(8 - x)(x + 6) \leq 0$,
c) $(3x + 4)(5 - x) < 0$,
d) $(2x - 8)(4x + 8) \geq 0$.

241. **Bestimme die Definitionsmenge folgender Funktionen:**

a) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$,
b) $y = \sqrt{2 + 11x + 15x^2}$,
c) $y = \dfrac{2}{\sqrt{(x-2)(x+4)}}$,
d) $y = \dfrac{x^3 + 3}{\sqrt{x(x+6) - 7}}$.

242. **Für welche x-Werte sind die Funktionswerte von *f* kleiner als die Funktionswerte von *g*?**

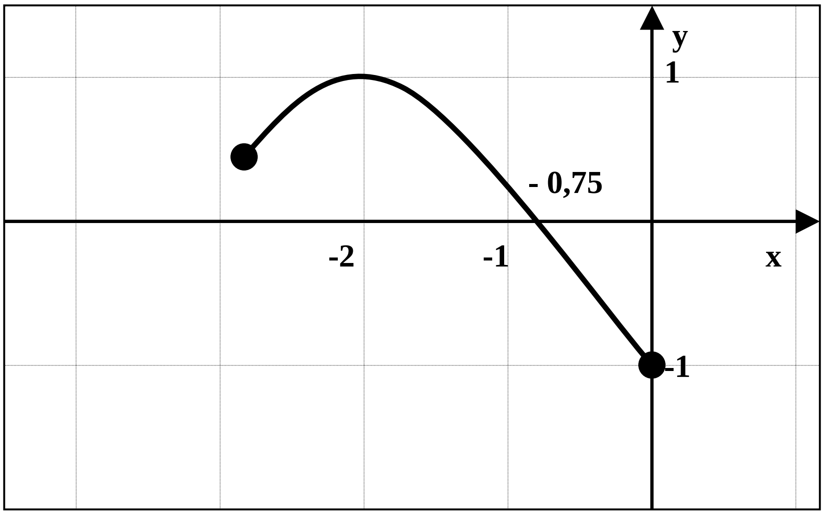
a) $f(x) = 2x^2 + x - 6$, $g(x) = -x^2 + 4x + 12$,
b) $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $g(x) = x^2 + 2x + 13$.

TEST

Aufgabe 1

Gegeben ist ein Teil des Graphen einer quadratischen Funktion *f*.

Die Gerade mit der Gleichung x = -2 ist die Symmetrieachse des Graphen dieser Funktion.



Bestimmen Sie anhand dieses Graphen:

a) die Wertemenge der Funktion *f*,

b) den größten Wert der Funktion *f*,

c) die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel,

d) den Bereich aller Argumente, für die die Funktion *f* positive Werte annimmt,

e) den kleinsten Funktionswert der Funktion *f* im Intervall <-2,5; 0>,

f) den Bereich aller Argumente, für die die Funktion *f* fallend ist.

Aufgabe 2

In einem Koordinatensystem sind die Geraden mit den Gleichungen k: $2x + y - 6 = 0$ und l: $2x - y + 8 = 0$ gegeben.

A ist der Schnittpunkt der Geraden k mit der x-Achse, B ist der Schnittpunkt der Geraden l mit der x-Achse und C ist der Schnittpunkt der Geraden k und l.

a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A, B und C.

b) Zeichnen Sie die Geraden k und l in ein Koordinatensystem.

c) Beweisen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

d) Bestimmen Sie die Gleichung der Mittelsenkrechte der Seite AB.

Aufgabe 3

Gegeben sind zwei Zahlen $a = \dfrac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ und $b = \dfrac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

a) Machen Sie die Nenner der Brüche rational.

b) Welche Zahl ist größer?

c) Bestimmen Sie alle Primzahlen im Intervall (a, b).

d) Berechnen Sie die Gegenzahl zu der Zahl a.

e) Berechnen Sie den Kehrwert der Zahl b.

f) Berechnen Sie die Summe der Quadrate der Zahlen a und b.

g) Geben Sie das Ergebnis der Division von Zahl b durch Zahl a an.

Aufgabe 4

Fügen Sie in ☐ jeweils einen Begriff aus der Wortliste ein, so dass sich eine wahre Aussage ergibt.

Es gibt nur eine richtige Lösung.

A. Rechtecke
B. Quadrate
C. Rauten
D. rechtwinklige Dreiecke
E. kongruent
F. gleich groß

Zwei ☐ sind immer ☐

Lösungen

Zahlen und Mengen

1. **a**. r, **b**. r, **c**. f, **d**. r, **e**. r, **f**. f

2. **a**. zweistellige, vierstellige, **b**. Ganze, Dezimalzahl, drei, **c**. positive, negatives

3. **a**. 4, **b**. 1, **c**. 2, **d**. 3

4. **a**. [3 + (-7)] + [3 – (-7)], **b**. $(10 + 5) \cdot \frac{8}{11}$, **c**. $\frac{6+(-4)}{7-3}$, **d**. (15 + 9) – (9 – 2)

5. die erste und Zahl ist negativ; die zweite Zahl ist negativ; die dritte Zahl ist positiv

6. **a**. richtig, **b**. richtig, **c**. falsch, **d**. falsch, **e**. falsch, **f**. richtig

8. **a**. $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11^4$, **b**. $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11^5$

9. **a**. 14, $1(6) \approx 14{,}167$, **b**. $2{,}(90) \approx 2{,}909$, **c**. $0{,}(7) \approx 0{,}778$

10. **a**. wahre Aussage, **b**. wahre Aussage

11. **a**. 4096, **b**. 4, **c**. $3^{\frac{7}{6}}$

12. **a**. $\frac{27-8\sqrt{5}}{4}$, **b**. $-5 - 2\sqrt{6}$, **c**. $\frac{6\sqrt{2}+6\sqrt{3}+\sqrt{10}+\sqrt{15}}{-31}$

13. **a**. 3, **b**. $11\sqrt{6}$

14. **a**. 5 und 0, 13 und 12, **b**. 6 und 9, 16 und 31

15. **a**. $-2 + \sqrt{5}$, $-2 - \sqrt{5}$, **b**. –1, **c**. $-9 + 4\sqrt{5}$, $-9 - 4\sqrt{5}$, **d**. 18, **e**. $-2\sqrt{5}$, **f**. 4

16. $a\sqrt{3}$

17. **a**. 2, **b**. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. **a**. 0,96x, **b**. 0,96x, **c**. 0,99x, **d**. 0,75x

19. 56,25, **a**. 56,25, **b**. 9, **c**. 16%

20. 4%

21. 1/c, 2/a, 3/b, 4/e, 5/d, 6/f

23. **a**. Teilmenge, B, A, **b**. keine Teilmenge, gemeinsame, elementfremd, **c**. leere

24. **a**. 0, $\sqrt{9}$, $\frac{20}{5}$, $\sqrt[3]{125}$, **b**. –3, 0, $\sqrt{9}$, $\frac{20}{5}$, $\sqrt[3]{125}$, **c**. –3; 0,2; 0; $\sqrt{9}$; $\frac{20}{5}$; $\sqrt[3]{125}$; $-111\frac{1}{3}$, **d**. $-\sqrt{5}$

25. **a**. {1, 2, 3, 4, 6, 12}, **b**. {2, 3, 5, 7, 11}, **c**{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, **d**. {81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99}, **e**. {3, 6, 9, 12, 15}

26. A – die Menge der Vielfachen der Zahl 3, die kleiner als ihr Fünffaches sind,
B – die Menge der ganzen Zahlen, deren Betrag kleiner als 4 ist

27. **b**. (-∞, 4>, (-4, ∞), <-3, 3>

28. **a**. (-1, ∞), **b**. (4, 7), **c**. <3, 7), **d**. (-1, 0)

Geometrische Begriffe

29. **a**. eine Strecke, **b**. eine Gerade, **c**. eine Halbgerade, **d**. der Schnittpunkt der zwei Geraden, **e**. zwei Parallelen, **f**. Orthogonalen

30. **a**. Strecke, **b**. Gerade, Halbgerade, **c**. Schnittpunkt, **d**. Orthogonalen, **e**. Parallelen

31. Mittelsenkrechte

32. **a**. spitzer Winkel, **b**. rechter Winkel, **c**. stumpfer Winkel, **d**. gestreckter Winkel, **e**. überstumpfter Winkel, **f**. Vollwinkel

33. **a**. Stufenwinkel, **b**. Wechselwinkel, **c**. Scheitelwinkel, **d**. Nebenwinkel, **e**. entgegengesetzter Winkel

34. **a**. Nebenwinkel, **b**. nein, **c**. ja

35. **a**. 10 Uhr, 11 Uhr, 13 Uhr, 14 Uhr, **b**. 15 Uhr, 21 Uhr, **c**. 16 Uhr, 17 Uhr, 19 Uhr, 20 Uhr

36. Winkelhalbierende

Dreieck

37. **a**. Eckpunkt, **b**. Schenkel, **c**. Grundseite, **d**. Basiswinkel, **e**. stumpfer Winkel, **f**. Gegenkathete, **g**. rechter Winkel, **h**. Ankathete, **i**. Hypotenuse

39. **b**. f, **c**. f, **d**. f, **e**. f, **f**. r, **g**. r, **h**. f, **i**. f, **j**. f

40. 1/b, 2/f, 3/a, 4/e, 5/c, 6/d

41. **a**. Winkelhalbierenden, Inkreises, **b**. Höhen, Höhenschnittpunkt, **c**. Mittelsenkrechten, **d**. Inkreismittelpunkt, **e**. Schwerpunkt, **f** . rechtwinkligen, Umkreismittelpunkt, **g**. Gleichseitigen

42. Es ist ein rechtwinkliges Dreieck.

43. 8

44. 1, 7, 7, 4, 4, 2, 2, 5, 5, 8, 8, 3, 3, 6, 6, 1

45. wsw/c, sws/b, sss/a

46. **a**. nein, **b**. ja, **c**. ja

47. 32º

48. 1/b, 2/a, 3/b, 4/b, 5/c, 6/c

Viereck

51. **a**. alle Seiten gleich hat, **b**. alle Winkel gleich hat

52. **a**. Rechteck, **b**. Quadrat, **c**. Quadrat, Rechteck, **d**. Quadrat, Raute, **e**. Quadrat (4), Rechteck (2), gleichschenkliges Trapez (1), Drachen (1), Raute (2)

54. **a**. senkrecht zueinander, gleich lang, **b**. alle Seiten sind gleich lang, die Diagonalen sind senkrecht zueinander, Gegenwinkel sind gleich groß, sie hat zwei Symmetrieachsen und ist punktsymmetrisch

55. **a**. falsch, **b**. richtig, **c**. falsch, **d**. richtig

56. **a**. $\frac{a^2}{2}$, **b**. $4\sqrt{P}$, **c**. $a\sqrt{d^2 - a^2}$, **d**. $4\sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$

58. $125 - 50\sqrt{2}$

59. 5 cm

60. 2

61. 6; 7,5

62. 510

63. 5,4

Regelmäßiges Vieleck

64. **a**. Quadrat, **b**. regelmäßiges Fünfeck, **c**. regelmäßiges Sechseck, **d**. regelmäßiges Achteck

65. gleichseitiges Dreieck, **b**. Quadrat, **c**. Die Seiten eines Rechtecks sind nicht gleich, **b**. Die Winkel einer Raute sind nicht gleich groß

67. 35

68. **a**. ja, **b**. nein, **c**. ja

69. regelmäßiges Neuneck

70. **a**. 120º, **b**. 60º, **c**. 9, **d**. 8, $4\sqrt{3}$, **e**. $2\sqrt{3}$, **f**. 4

Kreis

72. Das ist ein **Kreis**. *O* ist sein **Mittelpunkt** . Alle Punkte, die von einem gegebenen Punkt *O* den gleichen Abstand haben, liegen auf dem **Umfang** eines Kreises. *r* ist der **Radius** des Kreises. Er ist die kürzeste Verbindung zwischen dem **Mittelpunkt** und einem Punkt auf dem **Umfang** des Kreises. *s* ist eine line **Sehne** . Sie ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem **Umfang**. Die **Sehne** ist also eine Strecke, deren Endpunkte auf dem Kreisumfang liegen. Die Sehne d geht durch den **Mittelpunkt** des Kreises. Eine Sehne, die durch den Mittelpunkt des Kreises geht, heißt **Durchmesser** . Der **Radius** ist halb so groß, wie der **Durchmesser**. *AB* ist ein **Kreisbogen**. Ein Durchmesser zerlegt den Kreis in zwei **Halbkreis** . α ist ein **Mittelpunktswinkel**. β ist ein **Umkreiswinkel**. Ein Kreissektor (Kreisausschnitt) ist eine Fläche, die von einem **Kreisbogen** und zwei Radien begrenzt wird. Kreissegmente (Kreisabschnitte) werden von einem Kreisbogen und einer **Sehne** eingeschlossen.

73. Der Umfang vergrößert sich dreimal.

74. **a**. 2 cm, **b**. 2,5 m, **c**. 5 m

75. 16 cm

76. $9{,}42 \cdot 10^8$ km

77. a. 182,12 cm, **b**. 144,44 cm, **c**. 125,6 cm

78. 452,16 km

79. 1725 cm^2

80. **a**. $\frac{3\pi}{2}$, **b**. $\frac{5\pi}{3}$, **c**. 4π

81. $\frac{180°}{\pi}$

82. **a**. 2π, **b**. 4π, **c**. 8 + 2π, **d** . 4 + 4π

83. **a**. 360º, **b**. 30º, **c**. 90º, **d**. 720º

84. **a**. 360º, **b**. 3º, **c**. 30º, **d**. 150º

85. **a**. 180º, **b**. 240º, **c**. 90º, **d**. 3º

86. **a**. 6, **b**. 1,1, **c**. $\sqrt{\frac{314}{\pi}}$ cm

87. **a**. 9π, **b**. $\frac{81}{\pi}$ cm^2, **c**. $\frac{\pi}{4}$

88. $10\sqrt{2}$

89. 201 m^2

90. 1,9904 m^2; 49,76%

91. 64%

92. 33%

94. **a**. $\frac{25\pi}{6}$, **b**. $\frac{25\pi}{4}$, **c**. $\frac{25\pi}{3}$

95. 30º

96. r = 6cm, $\alpha = \frac{600°}{\pi}$

97. 229º

98. l = 24π m, P = 144π m^2

99. **a**. 4π - 16, **b**. 8, **c**. π, **d**. 16 - 4 π

Lineare Gleichungen und Ungleichungen

100. $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$; $(3a + 2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(3a – 4b)^2 = 9a^2 – 24ab + 16b^2$; $(a + b)(a – b) = a^2 + b^2$; $(3a + 4b)(3a – 4b) = 9a^2 – 16b^2$; **a**. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, **b**. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,   **c.** $(a + b)(a – b) = a^2 + b^2$

101. **a**. 10404, **b**. 9604, **c**. 396

102. **a**. $–x^2 – 5x – 9$, **b**. $–3x^2 – 14x – 13$, **c**. $x^2 + 6x – 25$, **d**. $2\sqrt{5}\,x – 3 + 2\sqrt{5}$, **e**. $3x^2 - 2\frac{1}{2}\,x + \frac{1}{4}$

103. **a**. $5x(1 – 3y^2)$, **b**. $–2a(6a^2 + 2a + 1)$, **c**. $prs(9s^2 + 1 + 2r^2)$

104. **a**. (x – 1)(x – y), **b**. (x – 2y)(x + 10), **c**. (a – 3)(3a – 1)

105. **a**. 6, **b**. 2a, **c**. 5, **d**. 9; 3

106. **a**. 2n, **b**. 2n – 1, **c**. 5n, **d**. n + 1

107. **a**. $3x + x^2$,   **b**. 4x + 7, **c**. $x + \frac{p}{100}\,x$

108. **a**. 2x + 5, **b**. 1,5x, **c**. 3x + 9

109. **a**. $2x^2$, **b**. 6x + 18

110. **a**. Klammern auflösen, **b**. ordnen und zusammenfassen, **c**. auf beiden Seiten 5 addieren, **d**. auf beiden Seiten 2x subtrahieren, **e**. beide Seiten durch 3 dividieren

111. **a**. 53, **b**. 51, **c**. 2, **d**. -2, **e**. –3, **f**. $\frac{9}{4}$

112. **a**. 6, **b**. 3, **c**. 24, **d**. 8, **e**. –0,9, **f**. $-\frac{1}{2}$, **g**. 6, **h**. 1,   **i**. $\frac{4}{5}$, **j**. 2

113. **a**. 4x = 20, **b**. $\frac{1}{2}\,x$

114. 25

115. 126

116. 24

117. 24

118. 12

119. 60 cm^2

120. 192 cm^2

121. 4, 6, 6

122. 8, 27, 27

123. 35º, 70º, 75º

124. h = $\sqrt{39}$ cm, P = $5\sqrt{39}\,\text{cm}^2$

125. 4,5 cm, 6 cm, 7,5 cm

126. 3, 6

127. 140 €, 70 €, 35 €

128. 24 kg der Sorte A und 12 kg der Sorte B; 23 €

129. **a**. H = $\frac{3V}{\pi r^2}$, **b**. r = $\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$, **c**. m = $\frac{n}{1-kn}$, **d**. l = $\sqrt[3]{\frac{a^2}{k}}$

130. **a**. Klammern auflösen, **b**. ordnen und zusammenfassen, **c**. auf beiden Seiten 28 addieren, **d**. auf beiden Seiten 4x subtrahieren, **e**. beide Seiten durch – 8 dividieren

131. **a**. $(-4\frac{1}{9}, \infty)$, **b**. $(-\infty, 12>$, **c**. $(3, \infty)$, **d**. $<\frac{10}{7}, \infty)$, **e**. $(-\infty, 4)$, **f**. $<2{,}5; \infty)$, **g**. $(-\infty; 1{,}2)$, **h**. $(-\infty, 0)$, **i**. R

Funktionen

132. **a**. Koordinaten, vierten, **b**. Ordinate, Abszisse

133. **a**. Funktion, **b**. Funktion, **c**. **d**. **e**. keine Funktion

134. **a**. Funktion, D_f = {Inge, Tanja, Tina}, Y_f = {162, 168, 175}, **b**. Funktion, D_f = {Inga, Tanja, Tina, Jan}, Y_f = {1984, 1991, 1993}, **c**. Funktion, D_f = {Inga, Tanja, Tina, Jan}, Y_f = {2, 6, 15, 24}, **d**. keine Funktion

136. **a**. Funktion, **b**. Funktion, **c**. Funktion, **d**. Funktion, **e**. Funktion

137. **a**. g: $x \to \frac{x\sqrt{3}}{2}$, **b**. g: $x \to \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

138. **a**. h: $x \to 20 - x$, **b**. h: $x \to 20x - x^2$, **c**. $\sqrt{2x^2 - 40x + 400}$

139. 1/g, 2/f, 3/e, 4/c, 5/b, 6/d, 7/a

141. **a**.

x	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$
y	$\sqrt{6}+2$	1	2	0	6

b. $(\sqrt{2}, 0)$, $(0, 2)$

142. **a**. a = 25, **b**. b = 10, **c**. 0

143. **a**. $D_f = R\backslash\{-3\}$, $x_0 = 0$, **b**. $D_f = R\backslash\{-2, 0\}$, $x_0 = \frac{1}{3}$, **c**. $D_f = R\backslash\{-1, 1\}$, $x_0 = -1$, **d**. $D_f = R\backslash\{-7\}$, $x_0 = -\frac{5}{3}$

e. $D_f = R\backslash\{3\}$, $x_0 \in \{0, 3\}$, **f**. $D_f = R\backslash\{-2, 2\}$, $x_0 = -5$

144. **c**. $n \in \{12, 13\}$

145. **a**. 2, 6, 9 **b**. h(1) = 1, für alle Primzahlen gilt h(n) = 2, **c**. 10

147. $f(-1) = 4$, $0 \notin D_f$, $f(\sqrt{2}) = 2 - 3\sqrt{2}$, $f(3) = -7$, $f(1 - \sqrt{5}) = 5$

148. **a**. es gibt keinen kleinsten Funktionswert, **b**. $y_{max} = 4$, **c**. die Funktion f ist konstant für $x \in (-\infty, 2)$; die Funktion f ist fallend für $x \in (-2, 0)$ und für $x \in (2, \infty)$; die Funktion f ist steigend für $x \in (0, 2)$;

Lineare Funktionen

150. **a**. der Punkt liegt auf der Geraden, **b**. der Punkt liegt nicht auf der Geraden, **c**. der Punkt liegt auf der Geraden

151. **a**. –2, 3, **b**. 4, 6, **c**. $^1/_2$, 0

152. **a**. 2, steigende, -1, $^1/_2$, **b**. –1, fallende, (0, 1), 1, **c**. $^1/_2$, steigende, 0, 0

153. **a**. y=5, **b**. y=x+4, **c**. y=3x, **d**. $y={}^1/_2+2$, **e**. y=2x-5, **f**. y=-x

154. 1/b, 2/c, 3/a

155. **a**. y=3x, **b**. y=-2,5x, **c**. $y=2\sqrt{2}\,x$

156. **a**. y=2x-1, **b**. y=-6x-29, **c**. y=7

157. **a**. –1, **b**. -7

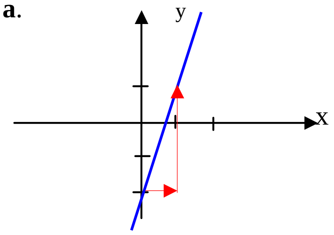
158. $x \to -x+2$, der Punkt (2, 4) liegt nicht auf der Geraden

159. y = 2x-7, der Punkt (2, -3) liegt auf der Geraden

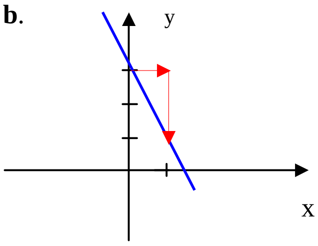
160. a. 2,5; -5, **b**. 4; 2

161. **a**. wachsend, **b**. wachsend, **c**. fallend

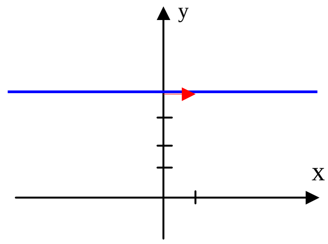
162. **a**.



b.



c.



163. **b**. a>0, b>0, **c**. a<0, b<0, **d**. a<0, b=0, **e**. a>0, b<0, **f**. a<0, b>0

164. I, III, IV, b. I, II, III, c. I, II, IV

166. **a**. k=10, **b**. k=5, **c**. k=-2,25

167. 1/d, 2/c, 3/b, 4/a, 5/b, 6/c, 7/d

168. die Parallelen: g und h; die Orthogonalen: g und k, h und k

169. die Geraden sind orthogonal

170. **a**. y=3x-2, **b**. $y=-{}^1/_3x+4{}^2/_3$

171. **a**. h, **b**. g und k, **c**.m

172. **a**. falsch, **b**. richtig, **c**. richtig, **d**. richtig

173. 1/Wertemenge, 2/fallend, 3/ Anstieg, 4/zehn, 5/steigend, 6/Argument, 7/Gerade, 8/konstant, 9/zwei, 10/Koordinate

176. 1/a, 2/b, 3/a, 4/c, 5/c, 6/b

Lineare Gleichungssysteme

177. **a**. x = -60, y = 20, **b**. x = -2, y = 3, **c**. x = 2, y = -1, **d**. x= 50, y = 0, **e**. $x = {}^2/_7$, $y = 3{}^3/_7$

178. x = 8, y = 13

179. x = 30, y = 12

180. x = 18, y = 12

181. x = 4, y = 26

182. x = 2, y = 5

183. **a**. x = -2, y = -2, **b**. x = 0, y = 0, **c**. unendlich viele Lösungen, **d**. x = 1, y = 0,1

184. **a**. y = x + 2 und y = -2x + 2, **b**. 3x - 2y = 3 und 3x – 2y = 5, **c**. 3x + 2y = 6 und 3x + 2y = 6

185. **a**. A hat ein Element (2, 2), **b**. B hat unendlich viele Elemente (x, 7 – x), **c**. C hat keine Elemente

186. Sie treffen sich um 12. 30 Uhr 360 km vom Ort A entfernt.

Quadratische Gleichungen

188. **a**. zwei Lösungen, **b.** doppelte (eine) Lösung; **c.** ist leer,

189. **a**. zwei Lösungen, **b**. eine Lösung, **c**. keine Lösung

190. **a**. $x^2 + 2{,}5x - 1 = 0$, **b**. $x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{1}{3} = 0$, **c**. $x^2 + x - 27 = 0$

191. **a**. – 7, 1, **b**. – 3, 4,

192. **a**. 2, 3, **b**. – 1, 4

193. **a**. – 6, 3, **b**. – 3, 4, **c.** – 2, 5

194. **a**. $(x - 2)(x + 2) = 0$, **b**. $(x - 3)(x - 4) = 0$, **c**. $(x - 1)(x + 5) = 0$,

195. **a**. $2x^2 - 20x + 41 = 0$, **b.** $-5x^2 - 12x - 41 = 0$, **c**. $x^2 - 2x + 2 = 0$

196. **a**. reinquadratische Gleichung, **b**. biquadratische Gleichung, **c**. Wurzelgleichung, **d**. gemischt-quadratische Gleichung, **e**. Bruchgleichung

197. 13, 17

198. – 8, - 9 oder 10, 11

199. 14

200. 4, 31

201. – 4 und - 22 oder 22 und 4

202. 8 oder – 8

203. 25, 35

204. **a**. $x \in R \setminus \{0, -8\}$, **b**. $x \in R \setminus \{0, 2\}$

205. 3, 4, 5

206. 6, 8, 10

207. Neuneck

208. {-3, 2}

Quadratische Funktionen

209. **a**. R, **b**. $<-4, \infty)$, **c**. {-1, 3}, **d**. –4, **e**. $(1, \infty)$, **f**. $(-\infty, 1)$, **g**. –3, **h**. x = 1

210. $y = x^2 - 8x + 16$

211.

a	+	+	+	-	-	-
Δ	-	0	+	-	0	+

a. positiv, **b**. positiv, **c**. gleich Null

212. **a**. oben, **b**. unten, **c**. oben

213. **a**. keine, **b**. eine, **c**. zwei

214. **a**. ($\frac{1}{2}$, 1), $f(x) = 2(x - \frac{1}{2})^2 + 1$, **b**. (2, -5), $f(x) = (x – 2)^2 – 5$, **c**. (1, -5), $f(x) = 3(x – 1)^2 – 5$

216. **a**. $y = 3(x + \frac{1}{3})^2 – 5\frac{1}{3}$, **b**. $y = 3(x + \frac{5}{3})(x + 1)$

217. **a**. (-4, -5), $y_{min} =$ -5 für x = -4, **b**. (-4,5; -21,25), $y_{min} =$ -21,25 für x = -4,5, **c**. (-0,5; 0,5), $y_{min} =$ 0,5 für x = -0,5

218. **a**. b = -4, c = 9, **b**. b = 2, c = 4, **c**. b = 0, c = -7

219. **a**. 9, **b**. 0

220. **a**. a = $\frac{1}{9}$, b = $\frac{2}{3}$, c = 1, **b**. a = $\frac{1}{4}$, b = 0, c = -4

221. **a**.-4, **b**. <-4, ∞), **c**. x = 3

222. **a**. $g(x) = a(x – 12)^2 – 3$, **b**. $g(x) = a(x + 4)^2 + 7$, **c**. $g(x) = a(x – 5)^2$, **d**. $g(x) = ax^2 + 6$

223. **a**. a>0, b>0, c=0, Δ>0, $x_1 > 0$, $x_2 = 0$, p<0, q<0, **b**. a<0, b<0, c>0, Δ>0, $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, p<0, q>0,

c. a<0, b>0, c>0, Δ>0, $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, p>0, q>0, **c**. a>0, b>0, c>0, Δ=0, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, p<0, q=0

224. **a**. $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, **b**. –5, 4

225. **a**. –1,5, **b**. –5, 0

226. **a**. E, **b**. A, **c**. D, **d**. B, **e**. F, **f**. C

227. **a**. B, **b**. C, **c**. D, **d**. A

228. **a**. $y_{min} = -7$, $y_{max} = -\frac{7}{8}$, **b**. $y_{min} = 10$, $y_{max} = 12\frac{1}{4}$, **c**. $y_{min} = 2$, $y_{max} = 16$

229. **a**. c = 0, **b**. c = -1

230. **a**. a = 9, **b**. a > 0

231. 12, 12

232. **a**. – 25 für x =-5 **b**. –3 für x = -1 **c**. $-\frac{4}{3}$ für x = $\frac{4}{3}$, **d**. -1 für x = 1

233. (-6, -23), (-4, -17)

234. für x = -2, y = -3 und für x = 1, y = 6

235. **a**. 5, **b**. 1,9, **c**. 2,8

Quadratische Ungleichungen

236. **a**. (-∞,-3) ∪ (1, ∞), (-∞,-3> ∪ <1, ∞), (-3, 1), <-3, 1>, **b**. (-1, 3), <-1, 3>, (-∞,-1) ∪ (3, ∞), (-∞,-1> ∪ <3, ∞),

c. R, R, 0, 0, **d**. 0, 0, R,R

237. (-∞,-5) ∪ (-2, ∞)

238. (-∞,-3) ∪ (2, ∞)

239. **a**. (1, 2), **b**. (-3, $\frac{1}{2}$), **c**. (-∞,$-\frac{1}{2}$> ∪ <5, ∞), **d**. (2, 3), **e**. R, **f**. keine Lösung, **g**. (-3, 6), **h**. (-∞,-5) ∪ (-3, ∞)

241. **a**. (-∞,-1> ∪ <5, ∞), **b**. (-∞,$-\frac{2}{5}$> ∪ <$-\frac{1}{3}$, ∞), **c**. (-∞,-4> ∪ <2, ∞), **d**. (-∞, -7) ∪ (1, ∞),

242. **a**. (-2, 3), **b**. $x > -\frac{4}{3}$

Test

1. <-1, 1>, **b**. 1, **c**. (-2, 1), **d**. <-2,75; -0,75), **e**. –1, **f**. (-2, 0)

2. **a**. A = (3, 0), B = (-4, 0), C = ($-\frac{1}{2}$, 7), **d**. x = $-\frac{1}{2}$

3. $a = 2\sqrt{3} - 1$, $b = 2\sqrt{2} + 1$, **b**. *b*, **c**. 3, **d**. $-2\sqrt{3} + 1$, **e**. $\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$, **f**. $22 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$, **g**. $\frac{1+4\sqrt{6}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{11}$

4. Quadrate, kongruent

Sachwortverzeichnis

absoluter **Betrag** *m (-es; -Beträge)* - wartość bezwzględna
Abszisse *f* (-*; -en*) - odcięta
Achse *f* (-; -en) - oś
Achsenkreuz *n* (-*es; -e*) - układ współrzędnych
addieren - dodawać
Additionsverfahren *n* (-s; -) - metoda dodawania równań stronami
Ankathete *f, (-; -n)* - przyprostokątna w trójkącie prostokątnym przy kącie
Argument *n (-es; -e)* - argument
Aussage *f (-; -n)* - zdanie
-, falsche - fałszywe
-, wahre - prawdziwe
Aussagenlogik *f (-; nur Sg.)* - logika matematyczna
äquivalent - równoważny
ausklammern - wyłączyć przed nawias

Basis *f (-; Basen)* - podstawa
Basiswinkel *m (-s; -)* - kąt przy podstawie
binomische **Formeln** *Pl* - wzory skróconego mnożenia
Bogen *m (-s; -/Bögen)* - łuk
Bruch *m (-(e)s; Brüche)* - ułamek
-, echter - właściwy
-, unechter - niewłaściwy
Brüche *Pl* - ułamki
-,gleichnamige - o wspólnym mianowniku
-, ungleichnamige - o różnym mianowniku
Bruchgleichung *f (-; -en)* - równanie wymierne

Definitionsbereich *m (-(e)s; -e)* - dziedzina
Definitionsmenge *f (-; -n)* - dziedzina
Diagonale *f (-; -n)* - *przekątna*
Diagramm *n (-s; -e)* - diagram, wykres
Differenz *f (-; -en)* - różnica
Differenzmenge *f (-; -n)* - różnica zbiorów
Disjunktion *f (-; -en)*
Diskriminante *f (-; -n)* - wyróżnik trójmianu kwadratowego
Dividend *m (-en; -en)* - dzielna
dividieren - dzielić
Divisor *m (-s; -en)* - dzielnik
Dezimalbruch m *(-(e)s; Dezimalbrüche)* - ułamki dziesiętne
-, endlicher - skończony
-, periodischer - okresowy
-, unendlicher - nieskończony
-, unperiodischer - nieokresowy
Dezimaldarstellung *f (-; -en)* - postać dziesiętna
Drachen *m (-s; -)* - deltoid
Dreieck *n (-s; -e)* - trójkąt
-, beliebiges - dowolny
-, gleichschenkliges - równoramienny
-, gleichseitiges - równoboczny
-, rechtwinkliges - prostokątny
-, spitzwinkliges - ostrokątny
-, stumpfwinkliges - rozwartokątny
Durchmesser *m (-s; -)* - średnica

Ebene *f (-; -n)* - płaszczyzna
Eckpunkt *m (-(e)s; -e)* - punkt

Einsetzungsverfahren *n (-s; -)* - metoda podstawiania
Element *n (-(e)s; -e)* - element
elementfremd - nie mający elementów wspólnych, rozłączny
Endpunkt *m (-(e)s; -e)* - koniec, np. odcinka
Exponent *m (-en; -en)* - wykładnik potęgi

Faktor *m (-s; -en)* - czynnik
faktorisieren - rozkładać na czynniki
Form *f (-; -en)* - postać
-, allgemeine - ogólna
-, faktorisierte - iloczynowa
Funktion *f (-; -en)* - funkcja
-, fallende - malejąca
-, konstante - stała
-, lineare - liniowa
-, quadratische - kwadratowa
-, steigende - rosnąca
-, streng monoton fallende - ściśle malejąca
-, streng monoton steigende - ściśle rosnąca
-, wachsende - rosnąca
Funktionsgleichung *f (-; -en)* - wzór funkcji
Funktionsgraph *m (-en; -en)* - wykrs *funkcji*
Funktionswert *m (-(e)s; -e)* - wartość funkcji

Gegenkathete *f (-; -n)* - przyprostokątna w trójkącie prostokątnym naprzeciw kąt
Gegenzahl *f (-; -en)* - liczba przeciwna
Gerade *f (-; -n)* - prosta
Geradengleichung *f (-; -en)* - równanie prostej
Gleichung *f (-; -en)* - równanie
-, lineare – stopnia pierwszego
-, quadratische - kwadratowe
Gleichungssystem *n (-s; -e)* - układ równań
-, lineares - liniowych
Grad *m (-(e)s; Grade/Grad)* - stopień
größter gemeinsamer **Teiler** *m (-s; -)* - największy wspólny dzielnik
Grundlinie *f (-; -n)* - podstawa, np. trójkąta
Grundseite *f (-; -n)* - podstawa, np. trójkąta
Grundzahl *f (-; -en)* podstawa potęgi

Halbgerade *f (-; -n)* - półprosta
Halbkreis *m (-es; -e)* - półokrąg
Halbmesser *m (-s; -)* - promień okręgu, koła
Hochzahl *f (-; -en)* - wykładnik potęgi
Höhe *f (-; -n)* - wysokość figury
Höhenschnittpunkt *m (-(e)s; -e)* - punkt przecięcia wysokości w trójkącie
Hypotenuse *f (-; -n)* - przeciwprostokątna w trójkącie prostokątnym

Implikation *f (-; -en)* - implikacja
Inkreis *m (-es; -e)* - okrąg wpisany
Inkreismittelpunkt *m (-(e)s; -e)* - środek okręgu wpisanego
Inkreisradius *m (-; -radien)* - promień okręgu wpisanego

Innenwinkel *m (-s; -)* - kąt wewnętrzny
Intervall *n (-s; -e)* - przedział
-, abgeschlossenes - domknięty
-, linksoffenes - lewostronnie otwarty

Kathete *f (-; -n)* - przyprostokątna w trójkącie prostokątnym
Kehrwert *m (-(e)s; -e)* - odwrotność liczby
Klammer *f (-; -n)* - nawias
-, eckige - kwadratowy
-, runde - okrągły
kleinstes gemeinsames **Vielfaches** *n (-n; -n)* - najmniejsza wspólna wielokrotność
Koeffizient *m (-en; -en)* - współczynnik
kongruent - przystający
Kongruenzsatz *m (-es; -sätze)* - cecha przystawania
Konjunktion *f (-; -en)* - koniunkcja
Koordinate *f (-; -n)* - współrzędna
Koordinatensystem *n (-s; -e)* - układ współrzędnych
Koordinatenursprung *m (-s; -ursprünge)* - początek układu współrzędnych
Kreis *m (-es; -e)* - koło, okrąg
Kreisabschnitt *m (-s; -e)* - odcinek koła
Kreisausschnitt *m* - wycinek koła
Kreisbogen *m (-s; -bögen)* - łuk
Kreissegment *n (-s; -e)* - odcinek koła
Kreissektor *m (-s; -en)* - wycinek koła
Kreiszahl *f* - liczba π
Kubikwurzel *f (-; -n)* - pierwiastek stopnia trzeciego

Lot *n (-(e)s; -e)* - prostopadła

Menge *f (-; -n)* - zbiór
-, leere - pusty
Mittellot *n (-(e)s; -e)* - symetralna odcinka
Mittelparallele *f (-; -n)* - linia środkowa
Mittelpunkt *m (-(e)s; -e)* - środek (okręgu, koła)
Mittelpunktswinkel *m (-s; -)* - kąt środkowy
Mittelsenkrechte *f (-n; -n)* - symetralna odcinka
multiplizieren - mnożyć

Nachfolger *m (-s; -)* - następnik
Nebenwinkel *m (-s; -)* - kąty przyległe
Negation *f (-; -en)* - negacja, zaprzeczenie
Nenner *m (-s; -)* - mianownik ułamka
Normalparabel *f (-; -n)* - parabola o wierzchołku w punkcie (0, 0)
Nullpunkt *m* - początek układu współrzędnych4
Nullstelle *f (-; -n)* - miejsce zerowe

Ordinate *f (-; -n)* - rzędna
orthogonal - prostopadły

Parabel *f (-; -n)* - parabola
parallel - równoległy
Parallele *f (-; -n)* - równoległa
Parallelogramm *n (-s; -e)* - równoległobok
Pfeildiagramm *n (-s; -e)* - diagram, jedna z metod przedstawiania funkcji
Pluszeichen *n* - znak plus

Potenz *f (-; -en)* - potęga
Primzahl *f (-; -en)* - liczba pierwsza
Primzahlzwilling *m (-s; -e)* - sąsiednia liczba pierwsza
Produkt *n (-(e); -e)* - iloczyn
Produktform *f (-; -en)* - postać iloczynowa
Prozent *n (-(e)s; -)* - procent
Punkt *m (-(e)s; -e)* - punkt
punktsymmetrisch - środkowosymetryczny

Quadrat *n (-(e)s; -e)* - kwadrat
Quadrant *m (-en; -en)* - ćwiartka układu współrzędnych
Quadratwurzel *f (-; -n)* - pierwiastek stopnia drugiego
Quadratzahl *f (-; -en)* - liczba kwadratowa
Quotient *m (-en; -en)* - iloraz

Radius *m (-; Radien)* - promień
Raute *f (-; -n)* - romb
Rechteck *n (-s; -e)* - prostokąt
Richtungsfaktor *(-s; -en)* – współczynnik kierunkowy
Rhombus *m (-; Rhomben)* - romb
runden - zaokrąglić

Schaubild *n ((-(e)s; -er)* wykres funkcji
Scheitelpunkt *m (-(e)s; -e)* - wierzchołek paraboli, wierzchołek kąta
Scheitelpunktform *f (-; -en)* - postać kanoniczna
Scheitelwinkel *Pl* - kąty wierzchołkowe
Schenkel *m (-s; -)* - ramię
Schnittmenge *f (-; -n)* - część wspólna zbiorów
Schnittpunkt *m (-(e)s; -e)* - punkt przecięcia
Schwerlinie *f (-; -n)* - środkowa w trójkącie
Stufenwinkel *Pl* - kąty odpowiadające
Schwerpunkt *m (-(e)s; -e)* - środek ciężkości
Sechseck *n (-s; -e)* - sześciokąt
-, regelmäßiges - foremny
Sehne *f (-; -n)* - cięciwa
Seite *f (-; -n)* - bok
Seitenhalbierende *f (-n; -n)* - środkowa w trójkącie
senkrecht - prostopadły
Steigung *f (-; -en)* - współczynnik kierunkowy
Strecke *f (-; -n)* - odcinek
Stufenwinkel *Pl* - kąty odpowiadające
Subtrahend *m (-en; -en)* - odjemnik
subtrahieren - odejmować
Summand *m* - składnik sumy
Summe *f (-; -n)* - suma
Symmetrieachse *f (-; -n)* - oś symetrii

teilbar - podzielny
Teiler *m (-s; -)* - dzielnik
Teilmenge *f (-; -n)* - podzbiór
Term *m (-s; -e)* - wyrażenie
-, algebraischer - algebraiczne
Trapez *n (-es; -e)* - trapez
Umfang *m (-s;Umfänge)* - obwód

Umkreis *m, nur Sg* - okrąg opisany na figurze
Umkreismittelpunkt *m (-(e)s; -e)* - środek okręgu opisanego na figurze
Umkreisradius *m (-; -radien)* - promień okręgu opisanego na figurze
unbegrenzt - nieograniczony

ungefähr (gleich) - około
Ungleichung *f (-; -en)* - nierówność
-, quadratische - kwadratowa
Ursprung *m* - początek układu współrzędnych
Ursprungsgerade *f (-; -n)* - wykres proporcjonalności prostej

Variable *f (-n; -n)* - zmienna
Vereinigungsmenge *f (-; n)* - suma zbiorów
vermehrt um - powiększony o
vermindert um - pomniejszony o
Vieleck *n (-s; -e)* - wielokąt
-, regelmäßiges - foremny
Viereck *n (-s; -e)* - czworokąt
Vollwinkel *m (-s; -)* - kąt pełny
Vorgänger *m (-s; -)* - poprzednik

waagerecht - poziomo
Wechselwinkel *Pl* - kąty naprzemianległe
Wert m *(-(e)s; -e)* - wartość
-, größter - największa
-, kleinster - najmniejsza
-, negativer - ujemna
-, positiver - dodatnia
Wertebereich *m (-(e)s; -e)* - zbiór wartości
Wertemenge *f (-; -n)* - zbiór wartości
Wertetabelle *f (-; -n)* - tabela wartości funkcji
Winkel *m (-s; -)* - kąt
-, gestreckter - półpełny
-, rechter - prosty
-, spitzer - ostry
-, stumpfer - rozwarty
-, überstumpfer - wklęsły
Winkelhalbierende *f (-; -n)* - dwusieczna kąta
Wurzel *f (-; -n)* - pierwiastek
Wurzelzeichen *n* - symbol pierwiastka

x-Achse *f* - oś x

y-Achse *f* - oś y

Zahl *f (-; -en)* - liczba
-, einstellige - jednocyfrowa
-, ganze - całkowita
-, gemischte - mieszana
-, gerade - parzysta
-, irrationale - niewymierna
-, natürliche - naturalna
-, negative - ujemna
-, positive - dodatnia
-, rationale - wymierna

-, reelle - rzeczywista
Zahlenstrahl *m (-s)* - oś liczbowa
Zähler *m (-s; -)* - licznik ułamka
Zehneck *n (-s; -e)* - dziesięciokąt
-, regelmäßiges - foremny
Zuordnung *f (-; -en)* - przyporządkowanie