# Egzamin maturalny w 2021 roku

Vademecum nauczyciela

INFORMATYKA

MINISTERSTWO EDUKACJI I NAUKI

ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji

# Egzamin maturalny w 2021 roku

Vademecum nauczyciela

**INFORMATYKA**

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2021

Tekst komentarza
do wymagań egzaminacyjnych
**Joanna Śmigielska, Lech Duraj**

Konsultacja merytoryczna
**Elżbieta Witkowska**

Redakcja i korekta
**Marzena Odzimek-Jarosińska**

Projekt okładki, layout
**Wojciech Romerowicz**

Redakcja techniczna i skład
**Barbara Jechalska**

Elementy graficzne: © Jovan/stock.adobe.com, © Pushkarevskyy/stock.adobe.com, © absent84/stock.adobe.com, © Julien Eichinger/Fotolia.com, © LynxVector/Fotolia.com

© Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2021
Wydanie I

ISBN 978-83-66830-10-3

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl
tel. 22 345 37 00

# Spis treści

Wprowadzenie....4
1. Wymagania egzaminacyjne....5
2. Komentarz do wymagań egzaminacyjnych....13
   2.1. Omówienie wprowadzonych zmian....13
   2.2. Wdrażanie zmian na lekcjach informatyki....25
   2.3. Szybkie potęgowanie – scenariusz lekcji....25

# Wprowadzenie

Wymagania egzaminacyjne oparte są na wymaganiach ogólnych i szczegółowych podstawy programowej kształcenia ogólnego. Określają zakres wiadomości i umiejętności, których opanowanie będzie sprawdzane na podstawie rozwiązanych zadań egzaminacyjnych podczas egzaminu maturalnego w 2021 roku.
Nie zmienia się podstawa programowa, ani sposób i zakres jej realizacji.
Nie zmienia się również forma egzaminu maturalnego, która została szerzej omówiona w podrozdziale niniejszego dokumentu – Wdrażanie zmian na lekcjach informatyki.

Nauczyciel, który realizuje program nauczania musi uwzględnić wymogi podstawy programowej. Powinien jednak zwracać szczególną uwagę na treści kształcenia, które zostały wskazane jako wymagania egzaminacyjne.

# 1. Wymagania egzaminacyjne

Załącznik nr 2 do *Rozporządzenia Ministra Edukacji i Nauki z dnia 16 grudnia 2020 r. zmieniającego rozporządzenie w sprawie szczególnych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19* (Dz.U. z 2020 r., poz. 2314)

## EGZAMIN MATURALNY Z INFORMATYKI

## III etap edukacyjny

### Ogólne wymagania egzaminacyjne

I. Bezpieczne posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, wykorzystanie sieci komputerowej; komunikowanie się za pomocą komputera i technologii informacyjno-komunikacyjnych.
II. Wyszukiwanie, gromadzenie i przetwarzanie informacji z różnych źródeł; opracowywanie za pomocą komputera: rysunków, tekstów, danych liczbowych, motywów, animacji, prezentacji multimedialnych.
III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.
IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.
V. Ocena zagrożeń i ograniczeń, docenianie społecznych aspektów rozwoju i zastosowań informatyki.

### Szczegółowe wymagania egzaminacyjne

1. Bezpieczne posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, korzystanie z sieci komputerowej. Zdający:
   1) opisuje modułową budowę komputera, jego podstawowe elementy i ich funkcje, jak również budowę i działanie urządzeń zewnętrznych;
   2) posługuje się urządzeniami multimedialnymi, na przykład do nagrywania/odtwarzania obrazu i dźwięku;
   3) stosuje podstawowe usługi systemu operacyjnego i programów narzędziowych do zarządzania zasobami (plikami) i instalowania oprogramowania;
   4) wyszukuje i uruchamia programy, porządkuje i archiwizuje dane i programy; stosuje profilaktykę antywirusową;
   5) samodzielnie i bezpiecznie pracuje w sieci lokalnej i globalnej;

   6) korzysta z pomocy komputerowej oraz z dokumentacji urządzeń komputerowych i oprogramowania.
2. Wyszukiwanie i wykorzystywanie (gromadzenie, selekcjonowanie, przetwarzanie) informacji z różnych źródeł; współtworzenie zasobów w sieci. Zdający:
   1) przedstawia typowe sposoby reprezentowania i przetwarzania informacji przez człowieka i komputer;
   2) posługując się odpowiednimi systemami wyszukiwania, znajduje informacje w internetowych zasobach danych, katalogach, bazach danych;
   3) pobiera informacje i dokumenty z różnych źródeł, w tym internetowych, ocenia pod względem treści i formy ich przydatność do wykorzystania w realizowanych zadaniach i projektach;
   4) umieszcza informacje w odpowiednich serwisach internetowych.
3. Komunikowanie się za pomocą komputera i technologii informacyjno--komunikacyjnych. Zdający:
   1) zakłada konto pocztowe w portalu internetowym i konfiguruje je zgodnie ze swoimi potrzebami;
   2) bierze udział w dyskusjach na forum;
   3) komunikuje się za pomocą technologii informacyjno-komunikacyjnych z członkami grupy współpracującej nad projektem;
   4) stosuje zasady n-etykiety w komunikacji w sieci.
4. Opracowywanie za pomocą komputera rysunków, tekstów, danych liczbowych, motywów, animacji, prezentacji multimedialnych. Zdający:
   1) przy użyciu edytora grafiki tworzy kompozycje z figur, fragmentów rysunków i zdjęć, umieszcza napisy na rysunkach, tworzy animacje, przekształca formaty plików graficznych;
   2) przy użyciu edytora tekstu tworzy kilkunastostronicowe publikacje, z nagłówkiem i stopką, przypisami, grafiką, tabelami itp., formatuje tekst w kolumnach, opracowuje dokumenty tekstowe o różnym przeznaczeniu;
   3) wykorzystuje arkusz kalkulacyjny do rozwiązywania zadań rachunkowych z programu nauczania gimnazjum (na przykład z matematyki lub fizyki) i z codziennego życia (na przykład planowanie wydatków), posługuje się przy tym adresami bezwzględnymi, względnymi i mieszanymi;
   4) stosuje arkusz kalkulacyjny do gromadzenia danych i przedstawiania ich w postaci graficznej, z wykorzystaniem odpowiednich typów wykresów;
   5) tworzy prostą bazę danych w postaci jednej tabeli i wykonuje na niej podstawowe operacje bazodanowe;
   6) tworzy dokumenty zawierające różne obiekty (np: tekst, grafikę, tabele, wykresy itp.) pobrane z różnych programów i źródeł;
   7) tworzy i przedstawia prezentację z wykorzystaniem różnych elementów multimedialnych, graficznych, tekstowych, filmowych i dźwiękowych własnych lub pobranych z innych źródeł;

   8) tworzy prostą stronę internetową zawierającą: tekst, grafikę, elementy aktywne, linki, korzystając ewentualnie z odpowiedniego edytora stron, wyjaśnia znaczenie podstawowych poleceń języka HTML.
5. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Zdający:
   1) wyjaśnia pojęcie algorytmu, podaje odpowiednie przykłady algorytmów rozwiązywania różnych problemów;
   2) formułuje ścisły opis prostej sytuacji problemowej, analizuje ją i przedstawia rozwiązanie w postaci algorytmicznej;
   3) stosuje arkusz kalkulacyjny do rozwiązywania prostych problemów algorytmicznych;
   4) opisuje sposób znajdowania wybranego elementu w zbiorze nieuporządkowanym i uporządkowanym, opisuje algorytm porządkowania zbioru elementów;
   5) wykonuje wybrane algorytmy za pomocą komputera.
6. Wykorzystywanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Zdający:
   1) wykorzystuje programy komputerowe, w tym edukacyjne, wspomagające i wzbogacające naukę różnych przedmiotów;
   2) wykorzystuje programy komputerowe, np. arkusz kalkulacyjny, do analizy wyników eksperymentów, programy specjalnego przeznaczenia, programy edukacyjne;
   3) posługuje się programami komputerowymi, służącymi do tworzenia modeli zjawisk i ich symulacji, takich jak zjawiska: fizyczne, chemiczne, biologiczne, korzysta z internetowych map;
   4) przygotowuje za pomocą odpowiednich programów zestawienia danych i sprawozdania na lekcje z różnych przedmiotów.
7. Wykorzystywanie komputera i technologii informacyjno-komunikacyjnych do rozwijania zainteresowań; opisywanie innych zastosowań informatyki; ocena zagrożeń i ograniczeń, aspekty społeczne rozwoju i zastosowań informatyki. Zdający:
   1) opisuje wybrane zastosowania technologii informacyjno-komunikacyjnej, z uwzględnieniem swoich zainteresowań, oraz ich wpływ na osobisty rozwój, rynek pracy i rozwój ekonomiczny;
   2) opisuje korzyści i niebezpieczeństwa wynikające z rozwoju informatyki i powszechnego dostępu do informacji, wyjaśnia zagrożenia związane z uzależnieniem się od komputera;
   3) wymienia zagadnienia etyczne i prawne, związane z ochroną własności intelektualnej i ochroną danych oraz przejawy przestępczości komputerowej.

# IV etap edukacyjny (poziom podstawowy i rozszerzony)

# POZIOM PODSTAWOWY

## Ogólne wymagania egzaminacyjne

I. Bezpieczne posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, wykorzystanie sieci komputerowej; komunikowanie się za pomocą komputera i technologii informacyjno-komunikacyjnych.
II. Wyszukiwanie, gromadzenie i przetwarzanie informacji z różnych źródeł; opracowywanie za pomocą komputera: rysunków, tekstów, danych liczbowych, motywów, animacji, prezentacji multimedialnych.
III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.
IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.
V. Ocena zagrożeń i ograniczeń, docenianie społecznych aspektów rozwoju i zastosowań informatyki.

## Szczegółowe wymagania egzaminacyjne

1. Bezpieczne posługiwanie się komputerem, jego oprogramowaniem i korzystanie z sieci komputerowej. Zdający:
   1) opisuje podstawowe elementy komputera, jego urządzenia zewnętrzne i towarzyszące (np. aparat cyfrowy) i ich działanie w zależności od wartości ich podstawowych parametrów, wyjaśnia współdziałanie tych elementów;
   2) projektuje zestaw komputera sieciowego, dobierając parametry jego elementów, odpowiednio do swoich potrzeb;
   3) korzysta z podstawowych usług w sieci komputerowej, lokalnej i rozległej, związanych z dostępem do informacji, wymianą informacji i komunikacją, przestrzega przy tym zasad n-etykiety i norm prawnych, dotyczących bezpiecznego korzystania i ochrony informacji oraz danych w komputerach w sieciach komputerowych.
2. Wyszukiwanie, gromadzenie, selekcjonowanie, przetwarzanie i wykorzystywanie informacji, współtworzenie zasobów w sieci, korzystanie z różnych źródeł i sposobów zdobywania informacji. Zdający:
   1) dobiera odpowiednie formaty plików do rodzaju i przeznaczenia zapisanych w nich informacji.
3. Opracowywanie informacji za pomocą komputera, w tym: rysunków, tekstów, danych liczbowych, animacji, prezentacji multimedialnych i filmów. Zdający:
   1) edytuje obrazy w grafice rastrowej i wektorowej, dostrzega i wykorzystuje różnice między tymi typami obrazów;

   2) przekształca pliki graficzne, z uwzględnieniem wielkości plików i ewentualnej utraty jakości obrazów;
   3) gromadzi w tabeli arkusza kalkulacyjnego dane pochodzące np. z Internetu, stosuje zaawansowane formatowanie tabeli arkusza, dobiera odpowiednie wykresy do zaprezentowania danych;
   4) tworzy bazę danych, posługuje się formularzami, porządkuje dane, wyszukuje informacje, stosując filtrowanie;
   5) wykonuje podstawowe operacje modyfikowania i wyszukiwania informacji na relacyjnej bazie danych;
   6) projektuje i tworzy stronę internetową, posługując się stylami, szablonami i elementami programowania.
4. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Zdający:
   1) prowadzi dyskusje nad sytuacjami problemowymi;
   2) formułuje specyfikacje dla wybranych sytuacji problemowych;
   3) projektuje rozwiązanie: wybiera metodę rozwiązania, odpowiednio dobiera narzędzia komputerowe, tworzy projekt rozwiązania;
   4) realizuje rozwiązanie na komputerze za pomocą oprogramowania aplikacyjnego lub języka programowania;
   5) testuje otrzymane rozwiązanie, ocenia jego własności, w tym efektywność działania oraz zgodność ze specyfikacją;
   6) przeprowadza prezentację i omawia zastosowania rozwiązania.
5. Wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Zdający:
   1) wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno-komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywaniu zadań i problemów szkolnych.
6. Wykorzystywanie komputera i technologii informacyjno-komunikacyjnych do rozwijania zainteresowań, opisywanie zastosowań informatyki, ocena zagrożeń i ograniczeń, aspekty społeczne rozwoju i zastosowań informatyki. Zdający:
   1) opisuje szanse i zagrożenia dla rozwoju społeczeństwa, wynikające z rozwoju technologii informacyjno-komunikacyjnych;
   2) omawia normy prawne odnoszące się do stosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych, dotyczące m.in. rozpowszechniania programów komputerowych, przestępczości komputerowej, poufności, bezpieczeństwa i ochrony danych oraz informacji w komputerze i w sieciach komputerowych;
   3) zapoznaje się z możliwościami nowych urządzeń i programów związanych z technologiami informacyjno-komunikacyjnymi, zgodnie ze swoimi zainteresowaniami i potrzebami edukacyjnymi.

# POZIOM ROZSZERZONY

## Ogólne wymagania egzaminacyjne

I. Bezpieczne posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, wykorzystanie sieci komputerowej; komunikowanie się za pomocą komputera i technologii informacyjno-komunikacyjnych.
II. Wyszukiwanie, gromadzenie i przetwarzanie informacji z różnych źródeł; opracowywanie za pomocą komputera: rysunków, tekstów, danych liczbowych, motywów, animacji, prezentacji multimedialnych.
III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego.
IV. Wykorzystanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin oraz do rozwijania zainteresowań.
V. Ocena zagrożeń i ograniczeń, docenianie społecznych aspektów rozwoju i zastosowań informatyki.

## Szczegółowe wymagania egzaminacyjne

1. Posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, korzystanie z sieci komputerowej. Zdający:
   1) przedstawia sposoby reprezentowania różnych form informacji w komputerze: liczb, znaków, obrazów;
   2) korzysta z usług w sieci komputerowej, lokalnej i globalnej, związanych z dostępem do informacji, wymianą informacji i komunikacją;
   3) zapoznaje się z możliwościami nowych urządzeń związanych z technologiami informacyjno-komunikacyjnymi, poznaje nowe programy i systemy oprogramowania.
2. Wyszukiwanie, gromadzenie, selekcjonowanie, przetwarzanie i wykorzystywanie informacji, współtworzenie zasobów w sieci, korzystanie z różnych źródeł i sposobów zdobywania informacji. Zdający:
   1) projektuje relacyjną bazę danych z zapewnieniem integralności danych;
   2) stosuje metody wyszukiwania i przetwarzania informacji w relacyjnej bazie danych (język SQL);
   3) tworzy aplikację bazodanową, w tym sieciową, wykorzystującą język zapytań, kwerendy, raporty; zapewnia integralność danych na poziomie pól, tabel, relacji;
   4) znajduje odpowiednie informacje niezbędne do realizacji projektów z różnych dziedzin;
   5) opisuje mechanizmy związane z bezpieczeństwem danych: szyfrowanie, klucz, certyfikat, zapora ogniowa.

3. Opracowywanie informacji za pomocą komputera, w tym: rysunków, tekstów, danych liczbowych, animacji, prezentacji multimedialnych i filmów. Zdający:
   1) wykorzystuje arkusz kalkulacyjny do obrazowania zależności funkcyjnych i do zapisywania algorytmów.
4. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Zdający:
   1) analizuje, modeluje i rozwiązuje sytuacje problemowe z różnych dziedzin;
   2) stosuje podejście algorytmiczne do rozwiązywania problemu;
   3) dobiera efektywny algorytm do rozwiązania sytuacji problemowej i zapisuje go w wybranej notacji;
   4) posługuje się podstawowymi technikami algorytmicznymi;
   5) ocenia własności rozwiązania algorytmicznego (komputerowego), np. zgodność ze specyfikacją, efektywność działania;
   6) opracowuje i przeprowadza wszystkie etapy prowadzące do otrzymania poprawnego rozwiązania problemu: od sformułowania specyfikacji problemu po testowanie rozwiązania;
   7) posługuje się metodą „dziel i zwyciężaj" w rozwiązywaniu problemów;
   8) stosuje rekurencję w prostych sytuacjach problemowych;
   9) stosuje podejście zachłanne w rozwiązywaniu problemów;
   10) opisuje podstawowe algorytmy i stosuje:
      a) algorytmy na liczbach całkowitych, np.:
         – reprezentacja liczb w dowolnym systemie pozycyjnym, w tym w dwójkowym i szesnastkowym,
         – sprawdzanie, czy liczba jest liczbą pierwszą, doskonałą,
         – rozkładanie liczby na czynniki pierwsze,
         – iteracyjna i rekurencyjna realizacja algorytmu Euklidesa,
         – iteracyjne obliczanie wartości liczb Fibonacciego,
         – wydawanie reszty metodą zachłanną,
      b) algorytmy wyszukiwania i porządkowania (sortowania), np.:
         – algorytmy sortowania ciągu liczb: bąbelkowy, przez wybór, przez wstawianie liniowe, przez scalanie, szybki, kubełkowy,
      c) algorytmy numeryczne, np.:
         – szybkie podnoszenie do potęgi,
         – wyznaczanie miejsc zerowych funkcji metodą połowienia,
      d) algorytmy na tekstach, np.:
         – sprawdzanie, czy dany ciąg znaków tworzy palindrom, anagram,
         – porządkowanie alfabetyczne,
         – wyszukiwanie wzorca w tekście,
      e) algorytmy kompresji i szyfrowania, np.:
         – kody znaków o zmiennej długości, np. alfabet Morse'a,
         – szyfr Cezara,
         – szyfr przestawieniowy;

11) projektuje rozwiązanie problemu (realizację algorytmu) i dobiera odpowiednią strukturę danych;
12) stosuje metodę zstępującą i wstępującą przy rozwiązywaniu problemu;
13) dobiera odpowiednie struktury danych do realizacji algorytmu, w tym struktury dynamiczne;
14) stosuje zasady programowania strukturalnego i modularnego do rozwiązywania problemu;
15) opisuje własności algorytmów na podstawie ich analizy;
16) oblicza liczbę operacji wykonywanych przez algorytm;
17) szacuje wielkość pamięci potrzebnej do komputerowej realizacji algorytmu;
18) bada efektywność komputerowych rozwiązań problemów;
19) przeprowadza komputerową realizację algorytmu i rozwiązania problemu;
20) sprawnie posługuje się zintegrowanym środowiskiem programistycznym przy pisaniu i uruchamianiu programów;
21) stosuje podstawowe konstrukcje programistyczne w wybranym języku programowania, instrukcje iteracyjne i warunkowe, rekurencję, funkcje i procedury, instrukcje wejścia i wyjścia, poprawnie tworzy strukturę programu;
22) dobiera najlepszy algorytm, odpowiednie struktury danych i oprogramowanie do rozwiązania postawionego problemu;
23) dobiera właściwy program użytkowy lub samodzielnie napisany program do rozwiązywanego zadania;
24) ocenia poprawność komputerowego rozwiązania problemu na podstawie jego testowania.

5. Zdający wykorzystuje komputer i technologie informacyjno-komunikacyjne do rozwijania swoich zainteresowań, opisuje zastosowania informatyki, ocenia zagrożenia i ograniczenia, docenia aspekty społeczne rozwoju i zastosowań informatyki:
   1) wyjaśnia szanse i zagrożenia dla rozwoju społecznego i gospodarczego oraz dla obywateli, związane z rozwojem informatyki i technologii informacyjno-komunikacyjnych;
   2) stosuje normy etyczne i prawne związane z rozpowszechnianiem programów komputerowych, bezpieczeństwem i ochroną danych oraz informacji w komputerze i w sieciach komputerowych;
   3) omawia zagadnienia przestępczości komputerowej, w tym piractwo komputerowe, nielegalne transakcje w sieci;
   4) przygotowuje się do świadomego wyboru kierunku i zakresu dalszego kształcenia informatycznego.

# 2. Komentarz do wymagań egzaminacyjnych

W niniejszym rozdziale wszystkie zmienione punkty podstawy programowej zostały opatrzone krótkim komentarzem – zaznaczono również te fragmenty, które zostały usunięte.

Nie wprowadzono żadnych zmian w wymaganiach egzaminacyjnych na maturze dla etapu III – zawarte tam wiadomości dotyczą podstawowej obsługi komputera. Wiele z nich to czynności, które zdający muszą wykonać na egzaminie maturalnym, chociaż nie są punktowane (praca z systemem plików, obsługa środowiska programistycznego i inne). Z podobnych powodów wprowadzono niewiele zmian w wymaganiach egzaminacyjnych dla IV etapu w zakresie podstawowym. Główne zmiany dotyczą IV etapu w zakresie rozszerzonym.

Przy niektórych punktach podstawy programowej podano przykłady takich zadań maturalnych, które w wyniku wprowadzonych zmian zarówno mogą, jak i nie mogą się pojawić na egzaminie w 2021 roku. Wszystkie przykłady pochodzą z egzaminów maturalnych przeprowadzonych w latach 2015 – 2020.

## 2.1. Omówienie wprowadzonych zmian

## IV etap edukacyjny – zakres podstawowy

2. Wyszukiwanie, gromadzenie, selekcjonowanie, przetwarzanie i wykorzystywanie informacji, współtworzenie zasobów w sieci, korzystanie z różnych źródeł i sposobów zdobywania informacji. Uczeń:

**usunięto:**
1) znajduje dokumenty i informacje w udostępnianych w Internecie bazach danych (np. bibliotecznych, statystycznych, w sklepach internetowych), ocenia ich przydatność i wiarygodność i gromadzi je na potrzeby realizowanych projektów z różnych dziedzin;
2) tworzy zasoby sieciowe związane ze swoim kształceniem i zainteresowaniami;
3. Uczeń wykorzystuje technologie komunikacyjno-informacyjne do komunikacji i współpracy z nauczycielami i innymi uczniami, a także z innymi osobami, jak również w swoich działaniach kreatywnych.

**Komentarz:**
W obecnej postaci egzaminu maturalnego nie jest możliwe skorzystanie przez ucznia z internetu – nie może wyszukiwać informacji w internetowych bazach danych,

ani komunikować się z innymi osobami. Ewentualne wiadomości z tej dziedziny mogłyby pojawić się w formie pytania testowego – wskutek wprowadzonych właśnie zmian w wymaganiach egzaminacyjnych, w 2021 roku takich pytań jednak nie będzie.

4. Opracowywanie informacji za pomocą komputera, w tym: rysunków, tekstów, danych liczbowych, animacji, prezentacji multimedialnych i filmów. Uczeń:

**usunięto:**
3) opracowuje obrazy i filmy pochodzące z różnych źródeł, tworzy albumy zdjęć;
4) opracowuje wielostronicowe dokumenty o rozbudowanej strukturze, stosuje style i szablony, tworzy spis treści;
8) tworzy rozbudowaną prezentację multimedialną na podstawie konspektu i przygotowuje ją do pokazu, przenosi prezentację do dokumentu i na stronę internetową, prowadzi wystąpienie wspomagane prezentacją;

**Komentarz:**
Zadania polegające na tworzeniu dokumentów lub prezentacji multimedialnym typowo nie pojawiają się na egzaminie maturalnym, ale fragmenty tej wiedzy mogłyby się pojawić jako pytania testowe – w 2021 roku nie będzie takich zadań.

6. Wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

**usunięto:**
1) wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno-komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywaniu zadań i problemów szkolnych;
2) korzysta, odpowiednio do swoich zainteresowań i potrzeb, z zasobów edukacyjnych udostępnianych na portalach przeznaczonych do kształcenia na odległość.

**Komentarz:**
Na egzaminie maturalnym uczniowie nadal nie będą mogli korzystać z internetu (w szczególności z technologii informacyjno-komunikacyjnych, ani zasobów edukacyjnych z portali internetowych), a dodatkowo wiedza z zaznaczonych powyżej punktów nie pojawi się na egzaminie testowym.

## IV etap edukacyjny – zakres rozszerzony

1. Posługiwanie się komputerem i jego oprogramowaniem, korzystanie z sieci komputerowej. Uczeń:

**zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
1) przedstawia sposoby reprezentowania różnych form informacji w komputerze: liczb, znaków, obrazów, [animacji, dźwięków];

**Z zapisu usunięto:**
animacji, dźwięków;

**Usunięto:**
2) wyjaśnia funkcje systemu operacyjnego i korzysta z nich; opisuje różne systemy operacyjne;

**Zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
3) [przedstawia warstwowy model sieci komputerowych, określa ustawienia sieciowe danego komputera i jego lokalizacji w sieci, opisuje zasady administrowania siecią komputerową w architekturze klient-serwer, prawidłowo posługuje się terminologią sieciową], korzysta z usług w sieci komputerowej, lokalnej i globalnej, związanych z dostępem do informacji, wymianą informacji i komunikacją;

**Z zapisu usunięto:**
przedstawia warstwowy model sieci komputerowych, określa ustawienia sieciowe danego komputera i jego lokalizacji w sieci, opisuje zasady administrowania siecią komputerową w architekturze klient-serwer, prawidłowo posługuje się terminologią sieciową.

**Komentarz:**
Na egzaminie maturalnym nie pojawią się (w ramach testu wiedzy) zadania z powyższego materiału (w szczególności pytania dotyczące np. formatu plików dźwiękowych, funkcji różnych systemów operacyjnych). Zdający powinien posiadać podstawową wiedzę o indywidualnym korzystaniu z usług sieciowych (strony WWW, protokół HTTP, etykieta w sieci). Na egzaminie maturalnym nie pojawią się jednak pytania związane z zagadnieniami dotyczącymi wiedzy o sieciach z poziomu rozszerzonego, które zostały wymienione w usuniętym podpunkcie (dotyczące np. topologii sieci, konfiguracji interfejsów itp.).

## Przykłady zadań maturalnych z poprzednich lat, które nie mogłyby się pojawić na egzaminie w 2021 roku

**Zadanie 1.** Dana jest konfiguracja interfejsu sieciowego komputerów *A i B.*
Dla komputera *A:*
Adres IPv4: 192.168.10.65, maska sieci: 255.255.255.0
Dla komputera *B:*
Adres IPv4: 192.168.10.128, maska sieci: 255.255.255.0

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Komputer *A* i komputer *B* są w tej samej sieci. | P | F |
| 2. | Adresem sieci dla komputera *A* jest adres 192.168.10.0. | P | F |
| 3. | Dla maski 255.255.255.0 są dostępne 254 adresy hostów. | P | F |
| 4. | Adres rozgłoszeniowy sieci, do której należy komputer *B*, to 192.168.255.255. | P | F |

**Zadanie 2.** Na pewnym serwerze WWW znajduje się strona napisana w języku PHP, a jej kod zawiera fragmenty w języku JavaScript. Pewien komputer-klient pobrał i wyświetlił tę stronę. Wiadomo, że:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | kod PHP jest wykonywany przez komputer – serwer. | P | F |
| 2. | kod JavaScript jest wykonywany przez komputer – klient. | P | F |
| 3. | podczas wykonywania kodu PHP zawsze pobierane są dane od klienta. | P | F |
| 4. | podczas wykonywania kodu JavaScript mogą być pobierane dodatkowe dane zarówno od klienta, jak i od serwera. | P | F |

**Zadanie 3.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Jednym z zadań systemu operacyjnego jest przydział pamięci działającym programom. | P | F |
| 2. | Na jednym dysku twardym mogą być zainstalowane dwa systemy operacyjne. | P | F |
| 3. | System operacyjny musi być przechowywany w pamięci ROM. | P | F |
| 4. | System operacyjny musi być przechowywany na twardym dysku. | P | F |

**Usunięto:**
Komunikowanie się za pomocą komputera i technologii informacyjno-
-komunikacyjnych. Uczeń:
1) wykorzystuje zasoby i usługi sieci komputerowych w komunikacji z innymi użytkownikami, w tym do przesyłania i udostępniania danych;
2) bierze udział w dyskusjach w sieci (forum internetowe, czat).

**Komentarz:**
Na egzaminie maturalnym uczniowie nadal nie będą mogli korzystać z internetu (w szczególności komunikować się z innymi osobami za pomocą sieci), a dodatkowo wiedza z zaznaczonych powyżej punktów nie pojawi się na egzaminie testowym.

4. Opracowywanie informacji za pomocą komputera, w tym: rysunków, tekstów, danych liczbowych, animacji, prezentacji multimedialnych i filmów. Uczeń:

**usunięto:**
1) opisuje podstawowe modele barw i ich zastosowanie;
2) określa własności grafiki rastrowej i wektorowej oraz charakteryzuje podstawowe formaty plików graficznych, tworzy i edytuje obrazy rastrowe i wektorowe z uwzględnieniem warstw i przekształceń;
3) przetwarza obrazy i filmy, np.: zmienia rozdzielczość, rozmiar, model barw, stosuje filtry;

**Komentarz:**
Wyżej wymienione zagadnienia z poziomu rozszerzonego, z uwagi na konieczność ograniczenia materiału, nie pojawią się na egzaminie maturalnym w 2021 roku, pomimo że pojawiały się w pytaniach testowych na egzaminach w poprzednich latach. Jeśli w zadaniach innego typu (np. w analizie algorytmów) miałyby się pojawić nawiązania do zagadnień z grafiki lub sieci komputerowych, będą one wyjaśnione od podstaw i wcześniejsza ich znajomość nie będzie miała wpływu na rozwiązanie zadania. Podstawowe umiejętności graficzne mogą być potrzebne na maturze np. w celu obróbki pliku z wykresem do zadania z analizy danych.

**Przykłady zadań maturalnych z poprzednich lat, które nie mogłyby się pojawić na egzaminie w 2021 roku**

**Zadanie 3.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Plakat do druku lepiej przygotować w modelu barw RGB niż CMYK. | P | F |
| 2. | Kolor żółty jest kolorem podstawowym w modelu RGB. | P | F |
| 3. | W wyniku nałożenia się składowych Yellow i Magenta w modelu CMYK otrzymamy kolor czerwony | P | F |
| 4. | W modelu barw CMYK litera C pochodzi od angielskiego słowa contrast. | P | F |

**Zadanie 4.**
Kompresja stratna w grafice

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | ma związek z plikami graficznymi w formacie BMP. | P | F |
| 2. | ma związek z plikami graficznymi w formacie JPG. | P | F |
| 3. | jest metodą zmniejszania rozmiaru pliku graficznego bez utraty szczegółów w obrazie. | P | F |
| 4. | wykorzystuje algorytm szyfrowania RSA. | P | F |

5. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Uczeń:

11) opisuje podstawowe algorytmy i stosuje:

**zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
a) algorytmy na liczbach całkowitych, np.:
(...)
– iteracyjne i [rekurencyjne] obliczanie wartości liczb Fibonacciego.

**Z zapisu usunięto:**
rekurencyjne.

**Komentarz:**
Algorytm rekurencyjny służy w tym wypadku tylko jako ilustracja nieoptymalnego, nieefektywnego podejścia do problemu liczb Fibonacciego. Jeśli na egzaminie maturalnym pojawi się potrzeba obliczenia liczb Fibonacciego, zdający nie musi (a wręcz nie powinien) w tym celu stosować algorytmu rekurencyjnego.

b) algorytmy wyszukiwania i porządkowania (sortowania), np.:

**zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
– algorytmy sortowania ciągu liczb: bąbelkowy, przez wybór, przez wstawianie liniowe [lub binarne], przez scalanie, szybki, kubełkowy.

**Z zapisu usunięto:**
lub binarne.

**Usunięto:**
– jednoczesne znajdowanie największego i najmniejszego elementu w zbiorze: algorytm naiwny i optymalny.

**Komentarz**:
Zarówno algorytm znajdujący jednocześnie największy i najmniejszy element ma wąski zakres stosowalności – występuje w niewielu zadaniach. W 2021 roku takie zadania się nie pojawią. Również w zadaniach z wersją binarną algorytmu sortowania przez wstawianie – nie daje ona wyraźnej poprawy efektywności, w związku z tym jest rzadko stosowana w praktyce. Zdający nie musi jej mieć opanowanej na egzaminie maturalnym.

c) algorytmy numeryczne, np.:

**zostawiono:**
– wyznaczanie miejsc zerowych funkcji metodą połowienia,

**zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
– [zastosowania schematu Hornera: reprezentacja liczb w różnych systemach liczbowych], szybkie podnoszenie do potęgi.

**Z zapisu usunięto:**
zastosowania schematu Hornera: reprezentacja liczb w różnych systemach liczbowych.

**Usunięto:**
– obliczanie wartości pierwiastka kwadratowego,
– obliczanie wartości wielomianu za pomocą schematu Hornera,
– zastosowania schematu Hornera: reprezentacja liczb w różnych systemach liczbowych,
– obliczanie pola obszarów zamkniętych.

**Komentarz:**
Z konieczności zredukowania materiału podjęto decyzję o rezygnacji z algorytmów, których implementacja wymaga poważniejszej wiedzy matematycznej, a także może wymagać radzenia sobie przez ucznia z ryzykiem niedokładności obliczeń (typowym dla liczb rzeczywistych). W wymaganiach maturalnych pozostaje jednak technika wyszukiwania binarnego, która jest niezwykle ważna w całej algorytmice i uniwersalna (w ten sposób wyszukuje się nie tylko miejsca zerowe funkcji, ale też elementy w tablicach, albo całkowite rozwiązania równań).

**Przykładowe zadanie, które mogłoby się pojawić na egzaminie maturalnym w 2021 roku**

**Zadanie 1.**
Rozważamy następujący algorytm:
Dane: *n* – liczba całkowita dodatnia
Wynik: *p* – liczba całkowita dodatnia

*p* ← *1*
*q* ← *n*

**dopóki** *p* < *q* **wykonuj:**
    *s* ← *(p + q) div 2 (*)*

**jeżeli** *s*s*s* < *n* **wykonaj**
    *p* ← *s+1*

w przeciwnym wypadku
    q ← s

Uwaga: zapis *„div"* oznacza dzielenie całkowite.

A. Podaj najmniejszą oraz największą liczbę *n*, dla której wynikiem działania algorytmu będzie *p* = 10.
B. Wybierz i zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych: dla każdej liczby całkowitej *n* > 1 instrukcja oznaczona w algorytmie symbolem (*) wykona się:
   - mniej niż $2 \cdot \log_2 n$ razy.
   - więcej niż *n*/2, ale mniej niż *n* razy.
   - więcej niż *n*+1, ale mniej niż 2*n* razy.
   - więcej niż $n^2$ razy.

W wymaganiach egzaminacyjnych pozostaje algorytm szybkiego potęgowania, pomimo usunięcia schematu Hornera. Jak najbardziej można go wprowadzać

algorytmem przez rozbicie wykładnika na potęgi dwójki (czyli podobnym do schematu Hornera), istnieją jednak inne sposoby, w szczególności bardzo prosta metoda rekurencyjna opisana w podrozdziale – Wdrażanie zmian na lekcjach informatyki. Wystarczy, aby zdający opanował jedną z metod na szybkie potęgowanie.

d) algorytmy na tekstach, np.:

**usunięto:**
– obliczanie wartości wyrażenia podanego w postaci odwrotnej notacji polskiej.

**Komentarz:**
Wprowadzenie i zrozumienie algorytmu obliczania wyrażenia ONP go – wymaga dużego nakładu pracy, dlatego z konieczności ograniczenia materiału, nie będzie wymagany przez ucznia na egzaminie maturalnym w 2021 roku.

e) algorytmy kompresji i szyfrowania, np.:

**zostawiono:**
– szyfr Cezara,
– szyfr przedstawieniowy.

**zostawiono część zapisu** (w nawiasie umieszczono treści usunięte):
– kody znaków o zmiennej długości, np. alfabet Morse'a, [kod Huffmana].

**Usunięto z zapisu:**
kod Huffmana.

**Usunięto:**
– szyfr z kluczem jawnym (RSA),
– wykorzystanie algorytmów szyfrowania, np. w podpisie elektronicznym.

**Komentarz**:
Kod Huffmana (z drzewem kodów i priorytetami znaków) jest jedną z najtrudniejszych do opanowania przez ucznia części podstawy, zarówno w zrozumieniu, jak i w praktycznej implementacji – z konieczności redukcji materiału – zagadnienie to nie będzie wymagane na maturze w 2021 roku.

Algorytm RSA nie będzie wymagany na maturze, to znaczy, że **zdający nie musi umieć go zaimplementować**. Pojęcia szyfru z kluczem jawnym i podpisu elektronicznego pozostają w podstawie programowej w punkcie 2.5 („Uczeń opisuje

mechanizmy związane z bezpieczeństwem danych..."). Zdający wciąż **powinien znać pojęcia klucza asymetrycznego oraz podpisu elektronicznego**, ale nie będzie musiał ich zaprogramować na egzaminie maturalnym.

**Usunięto:**
f) algorytmy badające własności geometryczne, np.:
– sprawdzanie warunku trójkąta,
– badanie położenia punktów względem prostej,
– badanie przynależności punktu do odcinka,
– przecinanie się odcinków,
– przynależność punktu do obszaru,
– konstrukcje rekurencyjne: drzewo binarne, dywan Sierpińskiego, płatek Kocha;

**Komentarz:**
Zadania z geometrii obliczeniowej mają tendencję do bycia żmudnymi obliczeniowo, a także wymagają głębszej wiedzy matematycznej – z konieczności ograniczenia materiału nie pojawią się zatem na egzaminie maturalnym w 2021 roku.
Nie pojawią się również zadania programistyczne wymagające algorytmów nawiązujących do geometrii (np. zadania, w których dane są w postaci listy współrzędnych punktów, na których trzeba później operować).

Należy pamiętać, że pomimo wykreślenia punktu „konstrukcje rekurencyjne: drzewo binarne, dywan Sierpińskiego (...)", **pojęcie rekursji wciąż jest obecne w wymaganiach maturalnych** w punkcie 5.9.

Algorytmy i konstrukcje rekurencyjne mogą się pojawić na maturze, o ile będą wprowadzone w zadaniu w sposób zrozumiały dla uczniów, którzy się z nimi wcześniej nie zetknęli. Zdający egzamin nie musi jednak wiedzieć, czym jest np. dywan Sierpińskiego.

**Przykłady zadań, które mogą się pojawić na egzaminie maturalnym**

**Zadanie 1.** Przeanalizuj podaną funkcję pisz()
Dane:
*s* – napis
*n* – liczba całkowita dodatnia, nie mniejsza niż długość napisu *s*
*k* – liczba całkowita z zakresu [2..10]

**funkcja** pisz*(s,n,k)*

  **jeżeli** dł*(s)* = *n*
    **wypisz** *s*

w przeciwnym razie
**dla** *i = 0,1 … k – 1* **wykonuj**

pisz(*s* + napis (*i*), *n*, *k*)

**Uwaga:**
dł(*x*) – daje w wyniku długość napisu *x*
*s*1 + *s*2 – daje w wyniku złączenie napisów *s*1 i *s*2
napis(*p*) – daje w wyniku napis będący zapisem dziesiętnym liczby całkowitej *p*

Podaj wzór na łączną liczbę wywołań funkcji pisz w wyniku wywołania pisz(„”, *n*, *k*).

**Zadanie 2.** Dana jest funkcja określona wzorem rekurencyjnym:
$f(1) = 4$
$f(n+1) = 1/(1 - f(n))$ dla $n \geq 1$.

Z poniższych zdań wybierz prawdziwe:
- $f(8) = 1/3$
- $f(9) = 3/4$
- $f(10 = 4$
- $f(100) = -1/3$

5. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Uczeń:

**Usunięto:**
16) ocenia zgodność algorytmu ze specyfikacją problemu;

**Komentarz:**
Punkt 5.16 dubluje się z punktem 5.6 „Zdający (...) ocenia własności rozwiązania algorytmicznego (komputerowego), np. zgodność ze specyfikacją, efektywność działania;”

**Usunięto:**
27) wyjaśnia źródło błędów w obliczeniach komputerowych (błąd względny, błąd bezwzględny);

**Komentarz:**
Kwestie błędów w obliczeniach nie pojawią się ani w aspekcie teoretycznym (nie będzie pytań o wiedzę o błędach względnych i bezwzględnych), ani też nie będzie konieczności radzenia sobie przez ucznia z kwestią błędów obliczeń – poza prostą operacją zaokrąglenia – w zadaniach praktycznych.

**Usunięto:**
28) realizuje indywidualnie lub zespołowo projekt programistyczny z wydzieleniem jego modułów, w ramach pracy zespołowej, dokumentuje pracę zespołu.

**Komentarz:**
Projekty programistyczne z wydzielanymi modułami i dokumentacją jak najbardziej mogą i powinny być realizowane na lekcjach, ale przy zmniejszonym materiale zaznaczamy, że zdający nie muszą się przygotowywać na tworzenie ich na egzaminie maturalnym (taka sytuacja i tak nigdy dotychczas nie wystąpiła).

**Usunięto:**
6. Uczeń wykorzystuje komputer oraz programy i gry edukacyjne do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin:
1) opracowuje indywidualne i zespołowe projekty przedmiotowe i międzyprzedmiotowe z wykorzystaniem metod i narzędzi informatyki;
2) korzysta z zasobów edukacyjnych udostępnianych na portalach przeznaczonych do kształcenia na odległość.

**Komentarz:**
Projekty międzyprzedmiotowe nie pojawią się na egzaminie maturalnym, a ze względu na brak komunikacji z siecią nie jest możliwe korzystanie z zasobów internetowych na egzaminie.

7. Uczeń wykorzystuje komputer i technologie informacyjno-komunikacyjne do rozwijania swoich zainteresowań, opisuje zastosowania informatyki, ocenia zagrożenia i ograniczenia, docenia aspekty społeczne rozwoju i zastosowań informatyki:

**Usunięto:**
1) opisuje najważniejsze elementy procesu rozwoju informatyki i technologii informacyjno-komunikacyjnych;

**Komentarz:**
Na egzaminie maturalnym w 2021 roku nie będzie pytań z zakresu historii informatyki i technologii informacyjno-komunikacyjnych.

## 2.2. Wdrażanie zmian na lekcjach informatyki

Głównym celem zmian wprowadzonych w wymaganiach egzaminacyjnych jest ograniczenie ilości materiału, który zdający musi przygotować do egzaminu maturalnego z informatyki. Należy zauważyć, że w nowych wymaganiach maturalnych nie ma niektórych algorytmów (np. algorytmów geometrycznych, schematu Hornera), pozostały jednak techniki algorytmiczne (np. rekursja, technika zachłanna). Zdający nadal powinien umieć zarówno przeanalizować, jak i zaprojektować nowy, prosty algorytm, korzystający z takich technik.

Ograniczony został również zakres specjalistycznej wiedzy z takich dziedzin jak grafika komputerowa oraz sieci komputerowe – wystarczy, aby zdający posiadał w tych kwestiach podstawową wiedzę.

Należy pamiętać, że nie zmienia się forma egzaminu maturalnego w 2021 roku. Podobnie jak w ubiegłych latach, **egzamin będzie składał się z dwóch części**:

- A1 (teoretycznej): zadania na projektowanie i analizę algorytmów, test wiedzy ogólnej,
- A2 (praktycznej): zadanie programistyczne („algorytmy w praktyce"), zadanie na analizę i przetwarzanie danych, zadanie bazodanowe.

**W czasie egzaminu zdający nie ma dostępu do zasobów internetowych**.

W kwestiach merytorycznych **nastąpiła jedna zmiana**: algorytm szybkiego potęgowania był w poprzedniej wersji wymagań powiązany ze schematem Hornera. W obecnej wersji dopuszczone są różne sposoby wprowadzenia tego algorytmu, w tym oczywiście dotychczasowy. Inny przykładowy sposób, oparty na rekurencji, przedstawiono poniżej jako scenariusz lekcji.

## 2.3. Szybkie potęgowanie – scenariusz lekcji

1. (Opcjonalnie) Przypominamy pojęcie potęgowania, zapisujemy iteracyjną procedurę *potęga (a,k)*, zwracającą $a^k$.
2. Zapisujemy rekurencyjną wersję procedury *potęga (a,k)*.
   **funkcja** potęga *(a, k)*
   **jeżeli** *k = 0*
   **zwróć wynik** *1*
   *w* = potęga *(a, k–1)*
   zwróć wynik *a*w*
3. Dla przykładowych danych (a = 2 i k = 20) rysujemy schemat kolejnych wywołań i powrotów, jakie zostaną wykonane w programie, np. w takiej postaci:
   $2^{20} \rightarrow 2^{19} \rightarrow 2^{18} \rightarrow \ldots \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$.
   $2^0 = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow \ldots \rightarrow 2^{20} = 1\,048\,576$

4. Ten program działa dlatego, że łatwo jest obliczyć $2^{20}$, mając $2^{19}$ i ogólnie $2^k$, mając $2^{k-1}$. Zauważmy jednak, że można obliczyć $2^{20}$, mając $2^{10}$, podnosząc tę ostatnią liczbę do kwadratu – i analogicznie, jeśli k jest liczbą parzystą, obliczyć $2^k$ mając $2^{k/2}$:
   **jeśli** *k* jest parzyste:
   *w* = potęga *(a, k/2)*
   **zwróć wynik** *w*w*

   Co jednak zrobić, jeśli k jest nieparzyste? Wtedy postępujemy jak poprzednio:
   **jeśli** *k* jest nieparzyste:
   *w* = potęga *(a, k-1)*
   **zwróć wynik** *a*w*

5. Pełny kod funkcji:
   **funkcja** potęga *(a, k)*
   **jeżeli** *k = 0*
   **zwróć wynik** *1*

   **jeśli** *k* jest parzyste:
   *w* = potęga *(a, k/2)*
   **zwróć wynik** *w*w*

   **jeśli** *k* jest nieparzyste:
   *w* = potęga *(a, k-1)*
   **zwróć wynik** *a*w*

   Zapisujemy na tablicy nową wersję algorytmu i analizujemy łańcuch wywołań (i powrotów) rekurencyjnych na tym samym przykładzie:
   $2^{20} \rightarrow 2^{10} \rightarrow 2^5 \rightarrow 2^4 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$.

6. Złożoność procedury – ile nastąpi wywołań rekurencyjnych? Wywołania „parzyste" dwukrotnie zmniejszają *k*. Gdyby więc były tylko takie wywołania, byłoby ich nie więcej niż *log(k)*. Są jednak jeszcze wywołania nieparzyste – dlaczego nie ma ich zbyt wiele?
7. Zauważamy, że nigdy nie będzie dwóch wywołań „nieparzystych" z rzędu. A więc nie może ich być więcej niż parzystych. Skoro parzystych jest *log(k)*, to w sumie będzie nie więcej niż *2 log(k)*.

   **Komentarz:**
   To dobry przykład ilustrujący użycie notacji *O*(), jeśli chcemy ją wprowadzać – zapis *O(log k)* będzie w tym wypadku oznaczał „co najmniej *log(k)*, ale co najwyżej *2 log(k)*".

8. Zadanie do samodzielnego zaprogramowania przez uczniów:
   Mając dane liczby całkowite *a, k i p*, należy obliczyć resztę z dzielenia $a^k$ przez *p*.
   - **Uwaga**: Nie można najpierw obliczyć $a^k$, a potem podzielić z resztą przez *p* –liczba $a^k$ na ogół wychodzi, że jest za duża, aby zmieściła się w typie całkowitym (*w C++*), i za duża, aby się dało na niej szybko prowadzić obliczenia (w Pythonie/Javie).
   - Trzeba wprowadzić podstawy arytmetyki modularnej. Zalecamy najpierw tłumaczenie na wersji iteracyjnej, potem na rekurencyjnej – w obu ostatecznie jest tak samo: po każdym mnożeniu wyciągamy resztę modulo *p*.
   - Typowe pytanie uczniów piszących w *C++*: czemu nie można użyć funkcji *pow()*: bo wynik jest dużą liczbą rzeczywistą, w dodatku zapisaną niedokładnie (można zilustrować przykładem). W Pythonie również problematyczne jest *a**k* – ta liczba ma wiele cyfr i operacje na niej będą zbyt wolne.