



# UMYSŁY DO POTĘGI

 | 

# TOMASZ WÓJTOWICZ

## Program nauczania matematyki dla szkoły podstawowej

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Elżbieta Miterka  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska  
dr Beata Rola

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

## WSTĘP

Jak twierdził Galileusz: „matematyka jest alfabetem, za pomocą którego Bóg opisał wszechświat”, dlatego realizacja programu nauczania matematyki dla klas IV–VIII szkoły podstawowej „Umysły do potęgi” daje gwarancję właściwego funkcjonowania ucznia we współczesnym świecie. Wyposaży ucznia w narzędzia i kompetencje kluczowe przydatne do opisu zjawisk z różnych aspektów życia poprzez łączenie wiedzy matematycznej z innymi dziedzinami nauki. Program opiera się na **idei konstruktywizmu** (wg J. Piageta rozumianej jako aktywność uczącego się ucznia, w wyniku której buduje on swoją rzeczywistość, prowadzi interakcje ze środowiskiem edukacyjnym, samodzielnie odkrywa wiedzę i właściwie wykorzystuje ją w praktyce) oraz odwołuje się do **teorii 5 umysłów** Howarda Gardnera opisanych w książce „Pięć umysłów przyszłości” (Gardner, 2009): dyscyplinarnego, syntetyzującego, kreatywnego, respektującego i etycznego. Każdy z tych pięciu typów jest właściwym sposobem na wykorzystanie wiedzy, postaw i umiejętności nabytych w szkole w sytuacjach z życia codziennego. Według Gardnera „pięć umysłów powinno działać w symbiozie”, dlatego w programie proponuje się opanowanie przez ucznia matematyki z połączeniem kilku dyscyplin, ale takich, które wiążą się z cechami osobowymi danego ucznia i są właściwie dopasowane do jego potrzeb i możliwości. **Umysł dyscyplinarny** obejmuje co najmniej jeden sposób myślenia, wie, jak systematycznie pracować na lekcjach i zajęciach, żeby poszerzać swoją wiedzę i umiejętności. **Umysł syntetyzujący** pobiera informacje z różnych źródeł, poddaje je obiektywnej ocenie i zrozumieniu, a potem zestawia je ze sobą w sposób sensowny nie tylko dla ucznia dokonującego syntezy, ale także dla innych uczniów. Zadaniem **umysłu kreatywnego** będzie podawanie nowych pomysłów, stawianie nietypowych pytań oraz przedstawianie nieszablonowych odpowiedzi. Matematyczny **umysł respektujący** będzie dostrzegał i akceptował różnice dzielące jednostki i grupy ludzi, starał się ich zrozumieć oraz efektywnie z nimi współdziałał. **Umysł etyczny** zwróci uwagę na naturę ludzkiej pracy oraz na potrzeby i pragnienia społeczności, w której człowiek żyje. Każdy z pięciu typów umysłów to sposób wykorzystania rozumowania i postępowania w szkole, a następnie w miejscu pracy. Każdy z nich odwołuje się też do wielorakich inteligencji.

Zastosowanie teorii konstruktywizmu, która pozwala uczniowi rozwijać swoje zainteresowania i zdobywać nową wiedzę w odpowiedniej przestrzeni edukacyjnej w roli badacza, oraz teorii pięciu umysłów pozwoli uczniowi na zbieranie doświadczeń i refleksji podczas zorganizowanych rozmaitych sytuacji dydaktycznych. Nauka poprzez zabawę oraz samodzielne wyciąganie wniosków poprzez popełnianie

błędów będą inspiracją dla uczniów do pobudzenia kreatywnego i twórczego myślenia.

W programie akcentuje się elementy preorientacji zawodowej i edukację włączającą oraz kładzie się nacisk na pracę z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

## CELE OGÓLNE I SZCZEGÓLNE

Celem nauczania matematyki jest opanowanie wiadomości i umiejętności potrzebnych w codziennym życiu oraz rozwijanie myślenia abstrakcyjnego tak, aby intuicje matematyczne dostosować do wieku ucznia. Jak czytamy w podstawie programowej kształcenia ogólnego z matematyki, do dwóch głównych zadań w procesie kształcenia należy zaliczyć:

1. Rozwinięcie umiejętności wnioskowania, zdolności analitycznych, myślenia strategicznego (umiejętności planowania kolejnych kroków postępowania w celu rozwiązania problemu, a także dzielenia procesu rozwiązywania złożonego problemu na etapy) oraz umiejętności krytycznego spojrzenia na rozwiązanie zadania.
2. Rozwinięcie umiejętności rachunkowej na poziomie umożliwiającym rozwiązywanie problemów z zakresu innych przedmiotów w klasach IV–VIII.

**CELE KSZTAŁCENIA – WYMAGANIA OGÓLNE** (pod każdym podano środki lub przykładowe sposoby realizacji):

### I. Sprawność rachunkowa

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

Do obliczeń uczeń może używać następujących pomocy: geoplan, klocki do ćwiczeń w logicznym myśleniu (np. komplet Dienes'a i M. Horoza), tabele układu dziesiętkowego, grafy i drzewka, patyczki, kartoniki z cyframi i znakami działań, monety, waga, naczynia, kalendarz, gry planszowe, liczmany.

### II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. Uczeń wykorzystuje narzędzia TOC w edukacji matematycznej: Chmurę, Gałąź, Drzewo Ambitnego Celu. Podejmuje samodzielnie decyzje i przewiduje ich konsekwencje.

### III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Uczeń stosuje różne strategie do rozwiązywania zadań, m.in.: metodę rozpoznawania, metodę eliminacji i preferencji, strategię prób i poprawek oraz alternatywną metodę rozwiązywania zadań wg J. Mason, L. Burton i K. Stacey, składającą się z trzech etapów: rozpoznanie, atak, przegląd.

#### **IV. Rozumowanie i argumentacja**

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Do rozwiązywania niestandardowych problemów matematycznych uczeń używa ćwiczeń interaktywnych, kart pracy przygotowanych przez nauczyciela w chmurze oraz zestawów z łamigłówkami logicznymi (służącymi do manipulowania obiektami). Uczeń za pomocą doświadczeń poszukujących (Semenowicz, 1980) wyzwala zainteresowania, zdobywa wiedzę i umiejętności oraz kształtuje nawyki samokontroli i samooceny podczas realizacji projektów edukacyjnych.

## CELE SZCZEGÓŁOWE

Uczeń po zakończeniu realizacji programu „Umysł do potęgi” powinien wykształcić u siebie potrzebne elementy (powiązane z cechami osobowymi danego człowieka) każdego z pięciu umysłów przyszłości, jednak muszą być one dopasowane do jego potrzeb i możliwości. Według H. Gardnera człowiek powinien dobrze radzić sobie z wiedzą i umiejętnościami, łączyć wiedzę w użyteczny sposób, tworzyć i weryfikować hipotezy, efektywnie wykorzystywać różnorodność oraz działać ze zrozumieniem wzajemnych relacji. Dlatego proponuje się następujący podział szczegółowych celów kształcenia i wychowania.

### **Uczeń: (sylwetka absolwenta szkoły)**

#### **UMYSŁ DYSCYPLINARNY**

- przyswaja różne sposoby myślenia związane z dyscyplinami nauki,
- kształtuje umiejętność systematycznego doskonalenia się,
- wykracza w swojej pracy poza formalną edukację,
- analizuje wiedzę matematyczną z różnych punktów widzenia,
- poznaje, dobiera i stosuje algorytmy,
- wykonuje nieskomplikowane obliczenia,
- rozwiązuje zadania na podstawie informacji z tabeli, diagramu, wykresu,
- rozpoznaje swoje zainteresowania i kompetencje (w ramach preorientacji zawodowej),
- wierzy w osiągnięcie sukcesu na miarę swoich możliwości (w ramach edukacji włączającej).

#### **UMYSŁ SYNTETYZUJĄCY**

- układa plan rozwiązania zadania składającego się z kilku kroków,
- umiejętnie korzysta z różnych źródeł informacji,
- selekcjonuje, przetwarza oraz wykorzystuje zdobyte informacje,
- stosuje wzory lub podany przepis postępowania,
- stosuje działania pamięciowe i pisemne w sytuacjach praktycznych,
- dokonuje świadomych wyborów,
- wzbogaca swój zasób wiedzy i umiejętności,
- stosuje definicje i twierdzenia w sytuacjach typowych,
- jest odbiorcą działań służących indywidualizacji procesu nauczania (w ramach edukacji włączającej).



### **UMYSŁ KREATYWNY (TWÓRCZY)**

- wykracza poza aktualny zasób wiedzy,
- stosuje nieszablonowe myślenie,
- proponuje nowatorskie rozwiązania,
- układa pytania lub zadania tekstowe do podanych informacji,
- ocenia wynik w kontekście założeń,
- stosuje umiejętności w problemowych sytuacjach praktycznych,
- podaje przykłady problemów matematycznych w kontekście założonych warunków,
- poszukuje nowych wyzwań i problemów,
- przeprowadza dowód prostego twierdzenia,
- podaje kontrprzykłady do podanej tezy,
- stosuje różne strategie rozwiązywania zadań,
- umiejętnie korzysta z różnych źródeł informacji,
- wykorzystuje najnowsze technologie sprzyjające rozwojowi (w ramach edukacji włączającej),
- doświadcza świata rzeczywistego w otoczeniu innych (w ramach edukacji włączającej).

### **UMYSŁ RESPEKTUJĄCY**

- kształtuje umysł poprzez własne doświadczenia,
- przedstawia przebieg swojego rozumowania,
- rozwiązuje zadania więcej niż jednym sposobem,
- akceptuje alternatywne rozwiązania i pomysły,
- stawia pytania prowadzące do rozwiązania,
- poszukuje wspólnych dróg do rozwiązania problemu,
- wyciąga wnioski i interpretuje wynik zadania,
- używa nowoczesnych środków dydaktycznych (w ramach edukacji włączającej),
- działa pod kierunkiem doświadczonego specjalisty (w ramach edukacji włączającej).

### **UMYSŁ ETYCZNY**

- określa własną hierarchię wartości i potrzeb (jako element preorientacji zawodowej),
- zwraca uwagę na naturę ludzkiej pracy,
- dąży do celów wyższych niż zaspokajanie własnych interesów,
- efektywnie współpracuje podczas realizacji zadań i projektów,
- działa wtedy, gdy zrozumie potrzeby i pragnienia społeczności,
- bierze udział w procesie wychowawczym całej społeczności klasowej (w ramach edukacji włączającej).



## TREŚCI KSZTAŁCENIA I ZAŁOŻONE OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW

Ponieważ rozwój umiejętności ucznia w klasach IV–VIII dzieli się na 2 etapy: konkretny i formalny, na etapie konkretnym proponuje się arytmetykę i elementarną geometrię oraz wnioskowanie na bazie konkretnych obiektów. Na etapie formalnym (klasy VII–VIII) uczeń będzie prowadził rozumowania z wykorzystaniem abstrakcyjnych obiektów matematycznych. Uwzględniając wiek i zainteresowania uczniów, na początku każdej klasy proponuje się treści z zakresu arytmetyki i algebry, a następnie zagadnienia geometryczne, z uwagi na fakt wykorzystania tych działów w ujęciu holistycznym.

Treści kształcenia mają układ spiralny, tzn. uporządkowane są w taki sposób, żeby można było do nich powracać i ciągle utrwać. Są również dopasowane do uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (proponuje się godziny do dyspozycji nauczyciela dla uczniów z trudnościami w uczeniu się lub dla uczniów uzdolnionych). Poniżej przedstawiono propozycję treści kształcenia z podziałem na klasy i przewidywaną liczbę godzin (128 godzin w każdym roku kształcenia).

### **KLASA IV**

1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym – 24 godz.
2. Działania pisemne – 20 godz.
3. Podzielność liczb – 10 godz.
4. Ułamki zwykłe – 16 godz.
5. Ułamki dziesiętne – 16 godz.
6. Proste i odcinki – 6 godz.
7. Kąty – 6 godz.
8. Wielokąty – 8 godz.
9. Pole prostokąta i kwadratu – 10 godz.
10. Prostopadłościan i sześciąt – 12 godz.

### **KLASA V**

1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym – 14 godz.
2. Ułamki zwykłe – 22 godz.
3. Ułamki dziesiętne – 22 godz.
4. Liczby całkowite – 10 godz.
5. Figury geometryczne – 20 godz.
6. Pola figur – 18 godz.
7. Graniastosłupy – 14 godz.
8. Godziny do dyspozycji nauczyciela – 8 godz.

**KLASA VI**

1. Działania na liczbach – 24 godz.
2. Wyrażenia algebraiczne i równania – 13 godz.
3. Liczby całkowite – 13 godz.
4. Matematyka praktyczna – 14 godz.
5. Procenty – 8 godz.
6. Diagramy i wykresy – 7 godz.
7. Figury płaskie – 14 godz.
8. Pola wielokątów – 13 godz.
9. Bryły – 13 godz.
10. Godziny do dyspozycji nauczyciela – 9 godz.

**KLASA VII**

1. Liczby wymierne – 14 godz.
2. Procenty – 18 godz.
3. Potęgi – 14 godz.
4. Pierwiastki – 10 godz.
5. Statystyka opisowa – 10 godz.
6. Wyrażenia algebraiczne – 18 godz.
7. Równania i proporcje – 20 godz.
8. Figury geometryczne na płaszczyźnie – 20 godz.
9. Godziny do dyspozycji nauczyciela – 4 godz.

**KLASA VIII**

1. Liczby, wyrażenia algebraiczne i równania – 20 godz.
2. Wielokąty, okręgi – 15 godz.
3. Trójkąty prostokątne – 10 godz.
4. Układ współrzędnych – 10 godz.
5. Graniastopy i ostrosłupy – 25 godz.
6. Symetrie – 6 godz.
7. Symetralna odcinka, dwusieczna kąta – 8 godz.
8. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo – 8 godz.
9. Zaawansowane metody zliczania i rachunek prawdopodobieństwa – 10 godz.
10. Godziny do dyspozycji nauczyciela – 16 godz.

W programie proponuje się wdrożenie niżej wymienionych treści ponadprogramowych. Uczeń:

- wykonuje i zapisuje formalnie dzielenie z resztą liczb naturalnych,
- oblicza potęgi wyższe niż kwadraty i sześciany liczb naturalnych,
- oblicza potęgi o wykładnikach niedodatnich,

- odkrywa, kiedy liczba ma skończone rozwinięcie dziesiętne, na podstawie rozkładu liczby na czynniki,
- poznaje wzory skróconego mnożenia i stosuje je do obliczeń np.  $79 \times 81$ ,
- rozkłada na czynniki wyrażenia algebraiczne za pomocą wzorów skróconego mnożenia,
- przeprowadza dowody w algebrze i geometrii na wyższym stopniu trudności,
- stosuje pojęcie promiła w obliczeniach,
- rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą sprzeczne i tożsamościowe,
- rozpoznaje kąty naprzemianległe i odpowiadające,
- wykonuje działania na miarach kątów w stopniach i minutach,
- stosuje wzory na długość wycinka i pole koła,
- oblicza średnią ważoną kilku liczb,
- rozwiązuje proste układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- stosuje własności wielokątów wpisanych i opisanych na okręgu,
- poznaje i stosuje cechy podobieństwa trójkątów,
- odkrywa własności brył obrotowych: walca, kuli, stożka,
- poznaje i stosuje w zadaniach praktycznych pojęcie proporcjonalności odwrotnej,
- stosuje intuicyjne pojęcie funkcji w przykładach z życia codziennego.

Wymienione treści ponadprogramowe nie zmuszają ucznia do nauki definicji, ale do stosowania języka matematycznego na wyższym etapie nauki przy użyciu eksperymentowania, w zależności od sfery osobowościowej ucznia. Pozwalają na bardziej precyzyjne formułowanie odpowiedzi, zapisywanie własnego toku myślenia na podstawie odpowiedniego rozumowania. Mogą przyczynić się również do budzenia w uczniach pasji poznawczej i aktywności, ułatwić zaprezentowanie efektów własnej pracy po realizacji projektów np. na forum szkoły czy w formie opracowania. Będzie to podstawa do przeprowadzania bardziej złożonych rozumowań matematycznych przy precyzyjnym użyciu różnych symboli matematycznych. Wdrożenie treści ponadprogramowych pozwoli na wnikliwe kształtowanie umiejętności matematyzowania różnych problemów naukowych i praktycznych, w tym na rozwiązywanie zagadek matematycznych, logicznych i rysunkowych, krzyżówek czy łamigłówek liczbowych. Treści te mają inspirować uczniów do rozwijania zainteresowań i zdolności matematycznych. Oprócz ww. treści należy proponować uczniom zadania trudniejsze, pozwalające na głębszą analizę zagadnień podstawowych. Przyczyni się to również w głębokim stopniu do planowania ścieżki kariery edukacyjnej i zawodowej, przy uwzględnieniu podjętych wyborów (jako element preorientacji zawodowej).

## Interdyscyplinarność programu nauczania

Podczas realizacji treści podstawowych oraz ponadpodstawowych można realizować treści z innych przedmiotów nauczanych w szkole.

Przykład:

### 1. Treści realizowane na matematyce z podstawy programowej z informatyki:

„Uczeń w algorytmicznym rozwiązywaniu problemu wyróżnia podstawowe kroki: określenie problemu i celu do osiągnięcia, analiza sytuacji problemowej, opracowanie rozwiązania, sprawdzenie rozwiązania problemu dla przykładowych danych, zapisanie rozwiązania w postaci schematu lub programu” podczas realizacji działu Matematyka praktyczna (klasa VI).

Kształcenie kompetencji kluczowej przypisanej do informatyki: kompetencje cyfrowe (obejmują pewne, krytyczne i odpowiedzialne korzystanie z technologii cyfrowych i interesowanie się nimi do celów uczenia się, pracy i udziału w społeczeństwie, a także umiejętność korzystania z informacji i danych, komunikowanie się i współpracę).

Kształcenie kompetencji przypisanych innych przedmiotom: kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się, kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

### 2. Treści realizowane na matematyce z podstawy programowej z techniki:

„Uczeń dba o powierzone narzędzia i przybory, współpracuje i podejmuje różne role, współpracując w zespole” podczas realizacji działu Graniastopy i ostrosłupy (klasa VII).

Kształcenie kompetencji kluczowej przypisanej do techniki: kompetencje techniczne i inżynierskie (rozumienie zmian spowodowanych przez działalność człowieka).

Kształcenie kompetencji przypisanych innych przedmiotom: kompetencje obywatelskie.

Podczas realizacji programu rozwija się **umiejętności uniwersalne** ucznia, takie jak:

- twórcze rozwiązywanie problemów,
- praca w grupach,
- planowanie i organizowanie procesu uczenia się,
- rozwój sprawności umysłowych oraz osobistych zainteresowań,
- poszukiwanie i wykorzystywanie informacji z różnych źródeł,
- stosowanie technik rozwiązywania konfliktów,
- skuteczne porozumiewanie się.

## Ogólny opis osiągnięć uczniów

Ogólne osiągnięcia ucznia można opisać za pomocą 5 różnych poziomów:

**wystarczający, zasadniczy, konkretny, formalny, abstrakcyjny.** Mają one pomóc nauczycielowi przy opracowaniu przedmiotowego systemu oceniania i wymagań na

poszczególne oceny. Należy pamiętać, że do osiągnięcia poziomu wyższego obowiązują wymagania z poziomów niższych.

Na poziomie **wystarczającym** uczeń:

- zna najważniejsze pojęcia matematyczne konieczne do formułowania i rozwiązywania prostych zadań, np. wielokąt foremny, twierdzenie Pitagorasa itp.,
- wykonuje działania arytmetyczne nieskomplikowane rachunkowo tylko w najprostszymi przykładach, np.  $7\frac{1}{2} \times (3,5 - 2,3)$ ,
- rozwiązuje jednoetapowe zadania tekstowe, proste pod względem złożoności tekstu oraz obliczeń, np. Wśród 50 osób jest 17 kobiet. Ile procent stanowią mężczyźni?,
- wykonuje rysunki prostych figur geometrycznych i rozwiązuje proste zadania geometryczne, np. oblicz miary kątów w trójkącie równoramiennym, jeżeli jeden z kątów ma miarę 40 stopni,
- dokonuje pomiarów długości.

Na poziomie **zasadniczym** uczeń:

- wykonuje działania arytmetyczne z niską złożonością rachunkową,
- rozwiązuje proste zadania tekstowe, np. Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał  $n$  kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Razem mają 72 kasztany. Ile kasztanów ma Bartek, a ile ma Grześ?,
- zna pojęcia matematyczne i stosuje je do rozwiązywania prostych problemów,
- wykonuje rysunki figur geometrycznych,
- posługuje się przyborami geometrycznymi,
- wykonuje rysunki przestrzenne i wyciąga odpowiednie wnioski, np. narysuj przekątną graniastostupa prawidłowego czworokątnego i sprawdź, ile przekątnych może wychodzić z jednego wierzchołka, czy jest to najdłuższa przekątna,
- rozwiązuje proste zadania geometryczne, np. oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm.

Na poziomie **konkretnym** uczeń:

- rzadko popełnia pomyłki w wykonywaniu działań arytmetycznych,
- rozwiązuje typowe zadania tekstowe, np. W klasie jest 13 dziewczynek i 10 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?,
- zna i stosuje pojęcia matematyczne, np. doświadczenie losowe,
- rozwiązuje zadania geometryczne na podstawie rysunku, np. oblicz pole wielokąta metodą podziału lub uzupełniania do większych wielokątów.

Na poziomie **formalnym** uczeń:

- sprawnie wykonuje działania arytmetyczne, bardzo rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, np. Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 8 losujemy bez zwracania dwie

kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie nieparzysta,

- wyszukuje dane w złożonym tekście matematycznym,
- zna i rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je w nietypowych sytuacjach,
- rysuje figury geometryczne o podanych własnościach,
- wymienia własności brył na podstawie rysunków lub siatek,
- w prostych zadaniach samodzielnie znajduje metodę rozwiązania,
- rozwiązuje bardziej skomplikowane zadania geometryczne, np. przekątne rombu ABCD mają długości  $AC = 8$  dm i  $BD = 10$  dm. Przekątną BD rombu przedłużono do punktu E w taki sposób, że odcinek BE jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta CDE.

Na poziomie **abstrakcyjnym** uczeń:

- rozwiązuje zadania nietypowe, wymagające nieszablonowego podejścia i rozumowania,
- rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, np. znajdź wszystkie pary liczb naturalnych, których NWD jest równe 15, a NWW 315,
- wykorzystuje wiadomości i umiejętności z treści ponadpodstawowych, np. stosuje do rozwiązywania zadań układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- rozwiązuje problemy z życia codziennego, wykorzystując kreatywność i twórcze myślenie,
- dzieli się swoją wiedzą i doświadczeniem z innymi, np. podczas lekcji pokazowych, warsztatów itp.

## ORGANIZACJA WARUNKÓW I SPOSÓB REALIZACJI KSZTAŁCENIA

Wspieraniu procesu edukacyjnego na lekcjach matematyki może służyć np. współpraca z wyższą uczelnią w formie Dziecięcej Politechniki. Udział w zajęciach wzbudza u uczniów kreatywność, przybliża wiedzę, zachęca do poznawania świata i jest to okazja do zetknięcia się ze specyfiką uczelni wyższej. W szkole uczeń ma możliwość uczestnictwa w interdyscyplinarnych kołach zainteresowań oraz w zajęciach rozwijających uzdolnienia matematyczne. Do prawidłowego przebiegu edukacji jest potrzebne również, według M. Montessori, stworzenie uczniowi tzw. przygotowanego otoczenia, gdyż tworzenie osobowości odbywa się poprzez interakcję z otoczeniem. Na przebieg i efektywność edukacji uczniów ma wpływ właściwe urządzenie klasy jako sali zajęciowej. Organizacja przestrzeni klasy powinna odpowiadać potrzebom uczniów, w zależności od fazy rozwoju i danego okresu życia (na etapie konkretnym dla klas IV–VI wyposażenie sali lekcyjnej może różnić się od wyposażenia klasy na etapie formalnym dla klas VII–VIII). Zasady korzystania z pracowni matematycznej należy opracować wspólnie z uczniami, na początku roku szkolnego. Odpowiednia scenografia w sali oraz właściwe umeblowanie wywołuje u uczniów większą chęć zdobywania wiedzy przy zastosowaniu materiałów konkretnych i teoretycznych. Istotnym elementem wyposażenia powinny być kąci bogate w pomoce dydaktyczne oraz czasopisma naukowe. Należy je traktować jako miejsce do indywidualnej i zróżnicowanej pracy ucznia nad pogłębianiem i rozwijaniem zainteresowań matematycznych. U uczniów starszych (klasy VII–VIII) wpływ na kształtowanie przestrzeni sali lekcyjnej powoduje poczucie wpływu na życie klasy.

Do stałych elementów wyposażenia pracowni matematycznej możemy zaliczyć: tablicę, tablicę interaktywną, projektor, ławki (z różnym układem), kąci z szafkami z podręczną literaturą matematyczną i czasopismami, zbiorami zadań i fiszkami, komputer z dostępem do Internetu, drukarkę. Poza tym w jednym miejscu sali można zgromadzić niezbędne przyrządy do wizualizacji zjawisk matematycznych: magnetyczne przyrządy tablicowe (oś liczbowa, linijka, ekierka, kątomierz, cyrkiel), modele brył rozkładanych z siatkami ostrosłupów i graniastosłupów, kalkulatory proste, taśmy miernicze, termometry. Do wystroju klasy warto dołączyć plansze dydaktyczne oraz materiały naukowe samodzielnie przygotowane przez uczniów oraz wspomagające programy multimedialne. W sali lekcyjnej powinna znajdować się przestrzeń do przeprowadzania doświadczeń i manipulowania obiektami oraz do wykorzystania gier i zabaw matematycznych. Będzie to miejsce do grupowej pracy uczniów nad rozwiązywaniem problemów matematycznych. Najważniejszym punktem sali lekcyjnej powinno być miejsce eksponowania pracy własnej uczniów.

Do głównych etapów jednostki lekcyjnej będziemy zaliczać (w nawiasie określono sposób realizacji zajęć):



1. Zainteresowanie (czynności organizacyjne, koncentracja uwagi, wprowadzenie – 5 minut).
2. Specyfikacja celów (określenie celów długo- i krótkoterminowych oraz planowanych efektów lekcji).
3. Specyfikacja treści (dążenie do osiągnięcia celu końcowego – sformułowanie pytań, problemów i zagadnień).  
Czas realizacji pkt. 2. i 3.: 5 minut.
4. Wdrażanie procesu (plan wykonania zadania – odpowiednia sekwencja zadań do osiągnięcia celu końcowego – 5 minut).
5. Realizacja pomysłów (weryfikacja hipotez, wykonanie zadania – 15 minut).
6. Prezentacja (dzielenie się wiedzą i doświadczeniem z innymi uczniami – 10 minut).
7. Ocena i ewaluacja zastosowanych procedur i narzędzi (może być na przestrzeni całej jednostki lekcyjnej – 5 minut).

Zaproponowany plan jednostki lekcyjnej oraz czas przebiegu kolejnych etapów stanowi jedną całość i zamkniętą, uwieńczoną określonym i pożądanym wynikiem (wg Z. Klemensiewicza). Jest to sekwencja interakcyjna, w której uczestniczy zespół uczniów oraz nauczyciel, którzy związani są wzajemnym przekazywaniem informacji. W zależności od czasu realizacji zajęć proponuje się wdrożenie planowania pracy wg Celestyna Freineta, polegające na opracowaniu indywidualnych planów nauczania, sporządzonych na podstawie planu rocznego oraz miesięcznego. Do zalet takiego planowania lekcji możemy zaliczyć:

- autonomię pracy ucznia w każdym dniu,
- uproszczenie realizacji działania ucznia,
- dążenie ucznia do kreatywnego wykonywania stawianych zadań,
- dostosowanie wymagań do możliwości psychofizycznych ucznia.

## METODY, FORMY I TECHNIKI PRACY

W procesie nauczania nauczyciel do stosowanej metody pracy dobiera odpowiednią formę pracy: indywidualną – jednolitą lub zróżnicowaną, zbiorową albo grupową – jednolitą lub zróżnicowaną.

### **Przykład (klasa VI):**

**Temat zajęć:** Zastosowanie obliczania pola prostokąta i kwadratu w sytuacjach praktycznych.

Realizacja: Uczniowie losują kartki z jednym z napisów: „STOŁÓWKA”, „POKÓJ NAUCZYCIELSKI”, „SALA LEKCYJNA”, „ŚWIETLICA”. Karteczka określa przynależność do grupy.

Nauczyciel odczytuje uczniom list od dyrektora, który zwraca się z prośbą o zaprojektowanie wydatków na remonty poszczególnych pomieszczeń szkoły (zgodnych z nazwami grup). Nauczyciel z każdej grupy powołuje po jednym członku do zespołu „Mistrzów”. Jego celem jest odebranie od nauczyciela zadań, zapoznanie z instrukcją poszczególnych grup, analiza i sprawdzenie rozwiązań, pomoc w prezentacji otrzymanych wyników.

Podczas realizacji tej lekcji proponuje się rozpoczęcie zajęć formą zbiorową – pozwalającą na stworzenie warunków do organizacji pracy. Będzie wymagała ona znacznego stopnia aktywności i samodzielności uczniów, by zrozumieć istotę omawianego problemu i stworzyć wspólne więzi oraz postawy. Przejście do pracy grupowej będzie polegało na równoczesnym rozwiązywaniu zadań przez stałe grupy. Powołanie zespołu „Mistrzów” pozwoli na wdrożenie elementów pracy grupowej, zarówno jednolitej, jak i zróżnicowanej (członkowie zespołu mogą przemieszczać się do różnych grup). W poszczególnych grupach uczniowie mogą podzielić pomiędzy siebie rozwiązywanie zadań. Wtedy istnieje potrzeba zastosowania indywidualnej formy pracy uczniów, z których każdy może realizować swoje zadanie niezależnie od pozostałych. Będzie miało to wpływ na wyrabianie u uczniów nawyku samodzielności i odpowiedzialności za wykonane zadania.

W programie proponuje się wdrożenie aktywizujących metod i technik pracy, sprzyjających rozwojowi kompetencji kluczowych oraz rozwijających „pięć umysłów” wg Gardnera.

### 1. Matematyczne stacje dydaktyczne (MSD)

Jest to aktywna metoda pracy pozwalająca rozwijać zainteresowania i zdolności matematyczne poprzez działania w grupach zadaniowych. Pozwala na samodzielne odkrywanie i konstruowanie wiedzy poprzez stawianie pytań i hipotez, dyskusowanie,

dostrzeżenie problemów i poszukiwanie różnych sposobów na ich rozwiązanie. Metoda ta uwzględnia potrzebę doświadczania i radość z odkrywania. Wymaga zmiany organizacji przestrzeni edukacyjnej w klasie poprzez np. inne ustawienie ławek, utworzenie oddzielnych stanowisk, nadanie odpowiednich nazw poszczególnym stacjom.

Uczniowie pracują aktywnie, podejmują decyzje dotyczące wyboru stacji oraz rodzaju zadań do wykonania. W ten sposób uczniowie mogą wspólnie poszukiwać, podejmować wyzwania, generować pomysły i sprawdzać je w praktyce. W zależności od sytuacji dydaktycznej można zachęcić również uczniów do samodzielnego nadania nazw stacjom, opracowania transparentów z nazwami czy wyboru miejsca do realizacji.

Matematyczne stacje dydaktyczne można zastosować na matematyce w połączeniu z geografią, gdzie rolę stacji mogą pełnić krainy geograficzne Polski (realizacja zagadnienia: uczeń wskazuje na mapie położenie krain geograficznych Polski).

## 2. Odwrócona lekcja

Metoda ta inspirowa uczenia do samodzielnego poszukiwania, zwiększa odpowiedzialność za wykonywane zadania, wspomaga zaangażowanie ucznia. Wymaga umiejętności planowania, przewidywania rezultatów, monitorowania i oceny efektów oraz umiejętności negocjowania i moderowania. Do poszczególnych etapów tej metody zaliczamy:

- przygotowanie materiałów (poszukiwanie przez nauczyciela źródeł lub samodzielne przygotowanie materiałów),
- przedstawienie uczniom problemu (podczas poprzedniej lekcji),
- zadanie uczniom zadania do domu (zapoznanie z materiałami przygotowanymi przez nauczyciela, samodzielne poszukiwanie),
- samodzielne zdobywanie wiedzy przez uczniów w domu (praca indywidualna lub zespołowa),
- ocena poziomu zrozumienia materiału (porządkowanie, weryfikacja i zastosowanie w zadaniach zdobytych wiadomości),
- sprawdzenie osiągnięcia celów (nauczyciel wspólnie z uczniami omawia zdobytą wiedzę, zrozumienie zdobytych umiejętności i ich dalsze wykorzystanie).

Podczas realizacji niektórych zagadnień proponuje się modyfikację tej metody nauczania, polegającą na samodzielnym przygotowaniu materiałów przez uczniów (w ten sposób uczniowie wybierają wiedzę dostosowaną do ich potrzeb i możliwości), a następnie przedstawieniu przez nich problemu.

### 3. Czynnościowe nauczanie matematyki

Polega na samodzielnym tworzeniu wiedzy przez ucznia w integracji z materiałami źródłowymi oraz zadaniami na drodze doświadczeń. Jego głównym celem jest zdobywanie przez ucznia wiedzy operatywnej na drodze dobrze zaplanowanej przez nauczyciela działalności ucznia. Zadaniem nauczyciela w tej metodzie jest opracowanie ćwiczeń prowadzących ucznia od czynności konkretnych, poprzez wyobrażone, do abstrakcyjnych operacji matematycznych. Nauczyciel w tym procesie pełni rolę doradcy i mentora w procesie uczenia się ucznia.

#### **Wyróżniamy kilka rodzajów ćwiczeń w metodzie czynnościowej (wg H. Siwek):**

1. Ćwiczenia bezpośrednie – uczeń ma wykonać prostą czynność lub ciąg czynności prowadzących do konstrukcji pojęcia.
2. Zadania odwrotne do poprzednich – wymagają wykonania operacji lub ciągu operacji odwrotnych do występujących w ćwiczeniach bezpośrednich.
3. Zadania tej samej czynności myślowej na różnych materiałach, w różnych położeniach, z zastosowaniem różnych zmiennych, w różnych sytuacjach.
4. Ćwiczenia prowadzące do różnych ciągów czynności o tym samym rezultacie, czyli takie, które można rozwiązać na kilka różnych sposobów.
5. Ćwiczenia w słownym opisie czynności.
6. Ćwiczenia prowokujące konflikt myślowy. W takich ćwiczeniach uczeń może rozwiązywać zadania z błędami oraz podawać kontrprzykłady.
7. Zadania o różnych formach przedstawiania, ilustrowania lub zapisu (rozsypanki, forma opisowa, krzyżówki itp.).

Nauczanie czynnościowe matematyki zapewnia optymalizację procesu nauczania, łączy elementy czterech grup metod nauczania: odkrywanie, przeżywanie, przyswajanie oraz działanie, jest celowe i świadomie organizowane przez nauczyciela dla aktywności uczniów.

### 4. Narzędzia TOC w edukacji (oparte na ICT)

Program TOC powstał w latach 70., a jego twórcą jest dr Eliyahu Goldratt. Opiera się on na narzędziach: Chmura, Gałąź, Drzewo Ambitnego Celu. Wymienione narzędzia mają przejrzysty układ graficzny, są łatwe do zastosowania przez uczniów. Można je wykorzystać do:

- zastosowania wiedzy szkolnej do sytuacji z życia codziennego,
- znajdowania związków przyczynowo-skutkowych,
- właściwego rozwiązywania problemów,

- wyrabiania nawyku odpowiedzialności za cały proces uczenia,
- planowania procesu uczenia,
- myślenia krytycznego,
- podejmowania decyzji i przewidywania konsekwencji.

Zadaniem tego programu jest znajdowanie odpowiedzi na trzy pytania:

**1. Co należy zmienić?**

**2. W co należy to zmienić?**

**3. Jak należy to zmienić?**

Stosowanie narzędzi TOC rozwija inteligencję emocjonalną oraz prowadzi do budowania komunikacji społecznej czy lepszego rozumienia otaczającej rzeczywistości. Narzędzia te można stosować do przekazywania nowych treści dydaktycznych, powtarzania materiału czy pogłębiania wiedzy. **Zastosowanie poszczególnych narzędzi na lekcjach matematyki:**

**1) CHMURA na matematyce** (służy do kształtowania umiejętności analizowania problemów, logicznego sposobu rozwiązania, oceniania i sprawdzania pomysłów innych).

**2) LOGICZNA GAŁĄŻ na matematyce** (pozwala odkrywać i nazywać związki przyczynowo-skutkowe: „jeśli... to...” oraz określać logiczne konsekwencje zdarzeń, kształtuje umiejętność przewidywania następstw własnego zachowania czy podjętych decyzji, pozwala przewidywać konsekwencje w danych sytuacjach oraz zrozumieć konsekwencje swojego postępowania).

**3) DRZEWKO AMBITNEGO CELU na matematyce** (ułatwia osiągnięcie wyznaczonego ambitnego celu poprzez: tworzenie strategicznego planu z podziałem na etapy działania, określenie przeszkód, które uniemożliwiają osiągnięcie celu, podanie planu pokonania tych przeszkód. Narzędzie pomaga w kształtowaniu u dzieci umiejętności definiowania własnych celów i odpowiedzialnego planowania. Wspiera dzieci i młodzież w procesie przejmowania odpowiedzialności za osiągnięcie własnych czy grupowych celów).

## 5. E-matematyka

Komputer może uczyć, bawić oraz wspomagać rozwój uczniów dzięki wizualizacji wirtualnych sytuacji problemowych. Jego użycie służy zwiększeniu tempa pracy przy użyciu tradycyjnych metod nauczania. Zalety stosowania tej metody to:

- wspieranie procesu edukacyjnego,
- kształcenie umiejętności, a nie ciągłe poznawanie teorii,
- stawianie i weryfikacja hipotez,
- wykonywanie obliczeń i prezentacja osiągnięć swojej pracy.

*Przykład:* zastosowanie programu Logomocja na matematyce i informatyce: obliczanie wyników prostych działań, takich jak pierwiastki kwadratowe, poznanie zasad programowania, uczenie algorytmów, zrozumienie konkretnego zagadnienia matematycznego, kształtowanie rozumienia pojęć z geometrii, tworzenie konstrukcji geometrycznych.

## 6. Metody pracy z uczniem ze SPE

Dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi proponuje się następujące formy zajęć:

- zajęcia rozwijające uzdolnienia matematyczne (w formie ligi zadaniowej, koła matematycznego, turniej meczów matematycznych),
- zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze z matematyki,
- zindywidualizowana ścieżka kształcenia (w formie mentoringu – ukazanie perspektyw rozwoju ucznia, dzielenie się doświadczeniem, udzielanie rad i wskazówek),
- porady i konsultacje (w formie tutoring – zbudowanie osobowej relacji z uczniem, rozpoznanie mocnych stron ucznia, nakierowanie ucznia),
- warsztaty i szkolenia,
- zajęcia rozwijające kompetencje emocjonalno-społeczne (zwiększające aktywność i motywację do uczenia się),
- zajęcia rozwijające umiejętność uczenia się (z wykorzystaniem aktywizujących metod pracy, podnoszące efektywność uczenia się),
- zajęcia związane z wyborem kierunku kształcenia i zawodu.

*Przykład:* kontrakt z uczniem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi:

1. Zdobywam umiejętności wykraczające poza podstawę programową na lekcjach matematyki.
2. Rozwiązuję zadania dodatkowe o podwyższonym stopniu trudności.
3. Wspólnie z nauczycielem prowadzę część zajęć, razem planujemy i doświadczamy.
4. Uczestniczę we wspólnych, stałych konsultacjach z nauczycielem.
5. Przygotowuję się do konkursów i olimpiad matematycznych.
6. Poszukuję dodatkowych źródeł wiedzy.
7. Uczestniczę w zajęciach rozwijających moje uzdolnienia.
8. Rozwiązuję dodatkowe problemy podczas dni wolnych od nauki.

## 7. Indywidualizacja pracy na lekcjach matematyki

Aby nauczanie matematyki było dostosowane do indywidualnych potrzeb i możliwości uczniów, najpierw nauczyciel musi rozpoznać predyspozycje ucznia (w tym predyspozycje zawodowe). Służyć temu ma przeprowadzana na początku każdego roku diagnoza kompetencji kluczowych. Do innych elementów indywidualizacji pracy z uczniami zaliczamy:

- różnicowanie zadań domowych,
- stosowanie indywidualnych kart pracy,
- organizacja zajęć pozalekcyjnych dla uczniów z trudnościami lub uczniów uzdolnionych,
- opracowanie indywidualnego toku nauczania dla ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi,
- organizowanie konkursów interdyscyplinarnych,
- prowadzenie lekcji na kilku poziomach nauczania,
- stosowanie odrębnych kryteriów oceniania dla poszczególnych uczniów,
- dostosowanie form i metod pracy do stylu uczenia się ucznia,
- uzupełnianie na bieżąco Księgi życia (jako jeden z elementów oceniania),
- karty samooceny.

Do analizy całościowego obrazu przyrostu wiedzy i umiejętności indywidualnie w przypadku każdego ucznia proponuje się zastosowanie dzienniczka o nazwie „Wyznaczniki matematyki”. Dzienniczek taki będzie zawierał wszystkie zagadnienia z podstawy programowej matematyki dla klas IV–VIII szkoły podstawowej wraz z informacją o stopniu realizacji (np. poprzez wpisanie oceny obok zagadnienia z podstawy) tych zagadnień przez ucznia. Po ukończeniu etapu edukacyjnego uczeń powinien mieć dzienniczek uzupełniony w całości przez pozytywne stopnie (wyznaczniki). Narzędzie to pozwoli uczniowi na swobodę doboru wiedzy i umiejętności w zależności od jego wieku.

## 8. Rozwój kompetencji kluczowych na lekcjach matematyki i ich przydatność na rynku pracy

Wymienione metody i techniki pracy mają wpływ na rozwój kompetencji kluczowych i kształtowanie następujących umiejętności przydatnych na rynku pracy: myślenie logiczne, analityczne, syntetyczne, holistyczne, krytyczne, śledzenie rozumowania, rozumowanie na podstawie posiadanej wiedzy, argumentowanie, szukanie uzasadnienia, poszukiwanie argumentów, myślenie konsekwentne, umiejętność wykonywania obliczeń, umiejętność czytania ze zrozumieniem i planowania kolejnych etapów rozwiązywania zadań tekstowych, rozwijanie wyobraźni matematycznej



w kontekście sytuacji praktycznych, analizowanie otrzymywanych wyników, wdrażanie do samodzielności oraz samokontroli.

W drodze do wspierania indywidualnego rozwoju ucznia nauczyciel musi pamiętać o ponadprzedmiotowym charakterze wszystkich kompetencji kluczowych. Pracując aktywnymi metodami, uczeń będzie nabywał wiedzę i umiejętności niezbędne do efektywnego rozwiązywania problemów matematycznych powstających w różnorodnych sytuacjach. Zaproponowane aktywne metody uczenia się matematyki będą miały wpływ m.in. na rozwijanie umiejętności poszukiwania, gromadzenia i przetwarzania informacji oraz ich wykorzystywania w krytyczny i systematyczny sposób. Istotnym elementem będzie również zdobywanie umiejętności wykorzystywania narzędzi do tworzenia i prezentowania złożonych informacji (nabycie kompetencji cyfrowych) oraz docierania do usług oferowanych w Internecie. Podczas rozwiązywania problemów matematycznych kształtujemy u uczniów krytyczną i refleksyjną postawę (kompetencje w zakresie przedsiębiorczości) w stosunku do dostępnych informacji oraz odpowiedzialnego wykorzystania mediów interaktywnych. Udział w **projektach edukacyjnych** będzie wspierał rozwój kompetencji osobistych, społecznych i obywatelskich. Po realizacji tego programu uczeń powinien posiadać umiejętność stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, przy zastosowaniu w komunikacji języka matematycznego.

Opisane metody (MSD, odwrócona lekcja, narzędzia TOC, czynnościowe nauczanie, e-matematyka) pozwalają uczniowi na określenie i zdefiniowanie kompetencji kluczowych koniecznych do osobistej samorealizacji i bycie aktywnym członkiem społeczności oraz zwiększają szanse na zatrudnienie w tzw. „społeczeństwie wiedzy”. Ich wykorzystanie stanowi podstawę do przygotowania do życia zawodowego oraz zapewnia uczniom w przyszłości rozwijanie kompetencji w ciągu całego dorosłego życia.

Program nauczania uwzględnia zalecenia Ministra Edukacji Narodowej w zakresie **edukacji włączającej** w formie:

- powołania specjalistów wspomagających dla ucznia z niepełnosprawnością (specjalistą może być też inny uczeń z klasy),
- włączenia się całego środowiska klasowego w proces wychowawczy (umożliwienie uczniowi niepełnosprawnemu naturalnych relacji z rówieśnikami),
- odbywania zajęć warsztatowych nastawionych na samokształcenie i samodzielność ucznia,
- budowania jasnych zasad i norm funkcjonowania w zespole dla wszystkich dzieci,
- prowadzenia atrakcyjnych lekcji matematyki poprzez działanie, przeżywanie, odkrywanie i poznawanie,
- oceniania za wkład pracy, a nie efekty,
- przystosowania sali lekcyjnej do potrzeb dziecka niepełnosprawnego,
- bazowania na czynnościach znanych i lubianych, ciągłej i efektywnej współpracy z rodzicami dziecka

## Ocenianie osiągnięć uczniów

Ocenianie wiadomości i umiejętności ucznia odbywa się według sześciostopniowej skali w połączeniu z ogólnym opisem poziomu osiągnięć uczniów (**wystarczający, zasadniczy, konkretny, formalny, abstrakcyjny**):

**Celujący** – poziom abstrakcyjny; uczeń opanował umiejętności w stopniu wykraczającym poza treści programowe;

**Bardzo dobry** – poziom formalny; uczeń opanował zakładane umiejętności, biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów, potrafi zastosować zdobytą wiedzę w nowych sytuacjach;

**Dobry** – poziom konkretny; uczeń opanował wiadomości i umiejętności, poprawnie stosuje wiadomości i samodzielnie rozwiązuje typowe zadania teoretyczne i praktyczne;

**Dostateczny** – poziom zasadniczy; uczeń opanował wiadomości i umiejętności w stopniu średnim, popełnia błędy, które po wskazaniu potrafi samodzielnie poprawić, czyni postępy;

**Dopuszczający** – poziom wystarczający; uczeń opanował wiadomości i umiejętności w stopniu niskim, pracuje z pomocą nauczyciela, ma braki;

**Niedostateczny** – uczeń nie potrafi samodzielnie wykonać zadań, poziom jego umiejętności i wiadomości uniemożliwia naukę na wyższym etapie edukacyjnym.

Wymienione elementy oceniania według skali szkolnej mają dać uczniowi wyczerpującą informację na temat poziomu wiedzy i umiejętności zdobytych przez ucznia oraz przewidywać na przyszłość (pełnią funkcję informacyjną).

W programie proponuje się wdrożenie **elementów oceniania kształtującego**, tj. określenie celu zajęć i sformułowanie go w języku przystępnym dla ucznia;

- ustalenie **wraz z uczniami** kryteriów oceniania na początku każdego roku szkolnego;
- formułowanie pytań kluczowych;
- zadawanie pytań angażujących ucznia podczas zajęć;
- budowanie atmosfery uczenia się w ramach pracy z uczniami i rodzicami;
- wprowadzenie samooceny i oceny koleżeńskiej;
- rozróżnienie funkcji sumującej i kształtującej;
- zastosowanie efektywnej informacji zwrotnej – z informacją dla rodzica.

**Obszary podlegające ocenie:** znajomość pojęć, umiejętność interpretacji i uzasadnienia, stosowanie wiadomości w typowych i nowych sytuacjach, umiejętność pracy samodzielnej i pracy w grupach, stosowanie języka matematyki, tempo przyswajania wiedzy, postawa i wytrwałość.

**Ocenie podlegają różne przejawy aktywności ucznia:** prace klasowe, odpowiedzi ustne, prace domowe, prace długoterminowe, m.in. projekty, testy, sprawdziany, dyktanda, sposób prowadzenia zeszytu, udział w konkursie klasowym,

szkolnym, międzyszkolnym, różnorodnie działania twórcze, w których uczeń prezentuje swoje pasje i wykorzystuje uzdolnienia.

Zachęcać ucznia do pogłębiania wiedzy i poszerzania własnych zainteresowań mogą przykładowe narzędzia oceny pracy (pełniące funkcję motywującą i wspierającą):

- Karta samooceny ucznia w projekcie edukacyjnym z matematyki.  
Kryteria (ocena koleżeńska w skali 1–3 pkt.):
  - » Udział w planowaniu pracy
  - » Wywiązywanie się z podjętych działań
  - » Pomoc w realizacji zadań
  - » Systematyczny udział w spotkaniach
  - » Efektywna współpraca
  - » Inne.....
- Księga życia (kronika prowadzona przez uczniów i zawierająca autentyczne wydarzenia, przeżycia, zjawiska oraz fakty z życia na lekcjach matematyki i zajęciach pozalekcyjnych, zawierająca wytwory pracy uczniów, dyplomy, osiągnięcia, samodzielnie wykonane pomoce, fiszki i karty pracy) – wyrabia nawyk odpowiedzialności za cały proces uczenia, pozwala na właściwe planowanie procesu uczenia, podejmowanie decyzji i przewidywanie ich konsekwencji.
- Portfolio ucznia – każdy uczeń w klasie prowadzi portfolio w dowolnej formie, np. w postaci elektronicznej, które stanowi zwieńczenie jednego etapu procesu uczenia się, tzn. miesiąca, półrocza, roku szkolnego, ale także podsumowanie zdobytej wiedzy. Przygotowana praca skłania do refleksji nad własnym rozwojem, jest podstawą do prezentacji osiągnięć i ich oceny. Uczniowie w trakcie tworzenia portfolio mają okazję rozwijać i doskonalić zdolności systematycznego zbierania i kompletowania informacji, własnych prac oraz dowodów swoich umiejętności. W ten sposób dziecko kształci umiejętności gromadzenia, refleksji, łączenia oraz, w starszych klasach, publikowania zdobytych wiadomości i umiejętności.

Punktem wyjścia w indywidualizacji kształcenia uczniów mogą być również wyznaczniki aktywności badawczej ucznia: dostrzeganie zależności, odkrywanie prawidłowości, wyciąganie wniosków, stawianie hipotez, pomysłowość, poszukiwanie rozwiązań, rozwiązywanie problemów, zaangażowanie w wykonywane zadanie, doprowadzanie rozpoczętego zadania do efektu finalnego.

## Ocenianie ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

W ocenianiu uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi nauczyciel powinien kierować się następującymi zasadami:

- przeprowadzić i uwzględnić diagnozę indywidualnych możliwości ucznia,
- uwzględniać mocne strony oraz zaangażowanie i samodzielność ucznia,
- wskazywać uczniowi kierunki nabywania wiedzy i umiejętności,
- brać pod uwagę rozwój ucznia i pełnienie przyszłych ról społecznych,
- motywować ucznia do dalszej pracy i rozbudzać jego intelektualną ciekawość,
- zaspokajać aspiracje i potrzeby uczniów.

Ocena powinna być pozytywna i rozstrzygana na korzyść ucznia. Ocenianiu nie powinny podlegać:

- rozwiązywanie trudniejszych zadań z geometrii,
- błędy w zapisie rachunkowym, mylenie znaków, przestawianie cyfr, symboli,
- dokładne wykonywanie rysunków,
- mierzenie długości, dokonywanie innych pomiarów i obliczeń,
- samodzielne przeprowadzanie doświadczeń.

Do narzędzi oceny postępów ucznia niepełnosprawnego możemy zaliczyć:

- **Kartę postępów ucznia** (zawierającą obserwacje z diagnozy wstępnej, śródrocznej i końcowej),
- **Portfolio** (teczkę z wybranymi wytworami pracy ucznia, w tym kartami pracy),
- **Kartę oceny opisowej** (wraz z wnioskami do dalszej pracy).

## EWALUACJA PROGRAMU

Metody i narzędzia ewaluacji programu dot. **celów kształcenia:**

- Ewaluacja wstępna – poprzedza proces kształcenia lub jest stosowana na jego wstępnym etapie. Jej zadaniem jest rozpoznanie wiedzy, umiejętności i innych dyspozycji wejściowych uczniów. Narzędzie: test na wstępie.
- Ewaluacja bieżąca – etapowa – dokonywana jest w trakcie realizacji procesu kształcenia, jej celem jest ciągły proces zbierania informacji, które służą doskonaleniu procesu kształcenia i dają możliwość natychmiastowej korekty. Narzędzia: sprawdziany podsumowujące, badanie wyników nauczania, próbny egzamin ósmoklasisty.
- Ewaluacja końcowa – podsumowująca – uzyskane wyniki kształcenia ujmuje całościowo. Pełni funkcję promującą, a jej celem jest uświadomienie uczniowi jego mocnych i słabych stron po zakończonym procesie kształcenia oraz zmotywowanie go do kontynuowania pracy nad sobą w dalszych etapach edukacji. Narzędzia: diagnoza końcowa, diagnoza stopnia rozwoju kompetencji kluczowych.

Metody i narzędzia ewaluacji programu dot. oceny zmian w zakresie kształcenia

**postaw** uczniów: ankieta dla uczniów.

### **STWIERDZENIE (przykłady) – ocena w skali 1–5**

- Interesuję się matematyką, informatyką itp.
- Opuszczam trudne zadania.
- Wszystkie zadania wykonuję samodzielnie.
- Chciałbym wykonywać trudne zadania.
- Jestem dumny, gdy samodzielnie rozwiążę zadanie.
- Lubię matematykę.

Lub w formie obrazkowej (uczeń zaznacza jeden obrazek po lekcji):

- Dużo się nauczyłem.
- Muszę jeszcze popracować.
- Nie nauczyłem się niczego nowego.

Metody i narzędzia ewaluacji programu dot. oceny kształcenia w zakresie rozwijania

**umiejętności** uczniów:

- Brytyjskie Skale Możliwości Szkolnych. Obejmują swoim zakresem trzy kategorie, w których zawierają się podtesty:
  - » skala zasadnicza (definiowanie słów, podobieństwa słowne, rozumowanie matematyczne, wzory konstrukcji),

- » skala diagnostyczna (pamięć cyfr wprost i wstak, werbalne i przestrzenne zapamiętywanie obiektów, odtwarzanie ich natychmiast i z odroczeniem, szybkość przetwarzania informacji),
- » skala osiągnięć (pomiar umiejętności matematycznych, ortograficznych i czytanie słów).
- Kwestionariusz Operowania Liczbami D. Ansari. Osobami badającymi w tej metodzie mogą być zarówno nauczyciele, jak i rodzice. Kwestionariusz składa się z 52 pozycji o niejednorodnym systemie udzielania odpowiedzi. Pytania zostały podzielone na następujące cztery kategorie: pojęcie liczby i umiejętność liczenia, posługiwanie się liczbami w życiu codziennym, umiejętność dodawania i odejmowania, osiągnięcia matematyczne w szkole.

Można również zastosować techniki, które pomagają angażować uczniów i przekazują im odpowiedzialność za naukę, np. zdania podsumowujące, rundę bez przymusu, wymianę w parach, szybkie tempo, pytania motywujące.

Zaproponowane narzędzia ewaluacji programu można wykorzystać do oceny kształcenia w zakresie opanowania wiedzy z poszczególnych obszarów edukacji międzyprzedmiotowej, np. w zakresie języka polskiego (Brytyjskie Skale Możliwości Szkolnych).

### **Przykłady narzędzi ewaluacji w zakresie realizacji procesu nauczania-uczenia się uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi:**

- ocena poziomu funkcjonowania ucznia w oparciu o Profil Psychoedukacyjny E. Schoplera, dla uczniów do 12. roku życia zawierający następujące obszary: w skali zachowań i w skali rozwoju (dla uczniów klas IV–VI),
- ocena poziomu funkcjonowania ucznia w oparciu o Profil Psychorozwojowy dla Młodzieży i Osób Dorosłych (AAPEP) G. Masibova, E. Schoplera, B. Schaffera, R. Landrus zawierający skale: bezpośredniej obserwacji, zajęć domowych i szkoły (dla klas VII–VIII).

## FUNKCJONALNOŚĆ I PRZYDATNOŚĆ PROGRAMU

Program nauczania jest pozbawiony barier (finansowych, organizacyjnych, technologicznych) uniemożliwiających adaptację w dowolnej placówce edukacyjnej i możliwy do realizacji w każdej szkole podstawowej. Jest zgodny z nową podstawą programową, a treści programu są dostosowane do potrzeb i możliwości danego ucznia.



## BIBLIOGRAFIA

- Gardner H., *Pięć umysłów przyszłości*, MT Biznes, Warszawa 2009.
- Semenowicz H., *Freinet w Polsce*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1980.
- Siwek H., *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1998.
- <http://www.toc.edu.pl/co-to-jest-toc/narzedzia-toc/> [dostęp 18.12.2018].
- Miksza M., *Zrozumieć Montessori, czyli Maria Montessori o wychowaniu dziecka*, Wydawnictwo Impuls, 2008.
- Freinet C., *Niezmiennie prawdy pedagogiczne*, Wyd. Polskie Stowarzyszenie Animatorów Pedagogiki Celestyna Freineta, Otwock–Warszawa 1993.
- Pólturzycki J., *Dydaktyka dla nauczycieli*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń 2014.

Tomasz Wójtowicz – magister matematyki, nauczyciel mianowany, zatrudniony w Zespole Szkół Ogólnokształcących nr 1 w Prudniku, z 9-letnim stażem pracy. Egzaminator OKE egzaminu maturalnego oraz egzaminu ósmoklasisty z matematyki. W latach 2016–2017 pełnił funkcję eksperta w Szkole ćwiczeń ORE. Laureat m.in. Nagrody Marszałka Województwa Opolskiego za szczególne osiągnięcia w rozwoju edukacji. Autor publikacji *Umysły w drodze do przyszłości, część II* (2015), ścieżek edukacyjnych *Ptasi świat i jego tajemnice* (2013), *Okolica, jakiej nie znamy* (2013), współautor publikacji *Nowoczesna Edukacja Szkolna – jak to się robi w praktyce* (2014).