



PROGRAM NAUCZANIA
MATEMATYKI
W KLASACH IV–VIII
SZKOŁY PODSTAWOWEJ

ZOFIA
MUZYCZKA

Program nauczania matematyki dla szkoły podstawowej

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Elżbieta Miterka
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
Agnieszka Ratajczak-Mucharska
dr Beata Rola

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

I) WSTĘP

Niniejsze opracowanie koncepcji nauczania matematyki w klasach IV–VIII szkoły podstawowej opiera się na przyjęciu założeń związanych ze znanymi teoriami kształcenia oraz moim wieloletnim doświadczeniem jako nauczyciela matematyki. Zaproponowane scenariusze zajęć, w tym dobór ćwiczeń, są wynikiem prób, refleksji i przemyśleń nad przyjęciem jak najskuteczniejszych działań w pracy z uczniem.

1) Teoretyczne podstawy programu nauczania

Założenie harmonijnego rozwoju zdolności poznawczych, emocjonalnych i praktycznych jest fundamentem ogólnej koncepcji kształcenia – teorii kształcenia wielostronnego (Okoń, 1987). Wyodrębnia ona trzy rodzaje aktywności:

- intelektualna – związana z przyswajaniem/odkrywaniem wiadomości,
- emocjonalna – warunkująca uczenie się przez przeżywanie,
- praktyczna – zakładająca uczenie się przez działanie.

W każdej z wymienionych wyżej aktywności konieczne jest uwzględnienie strony asymilacyjnej (przyswajanie odpowiednio dobranej i pogrupowanej wiedzy) i twórczej (zdefiniowanie i rozwijanie własnych uzdolnień).

Zatem kształtowanie osobowości ucznia w procesie kształcenia powinno być ukierunkowane na jego rozwój w zakresie (m.in.):

- a) intelektualnym – nauka konkretnych czynności (np. pisanie, czytanie), poznawanie, asymilowanie, odkrywanie wiedzy,
- b) emocjonalnym – radzenie sobie z porażką, pozytywny odbiór krytyki, umiejętność porozumiewania się, świadomość własnej roli w grupie.

Zarysowane ogólnie zadania znajdują możliwość skutecznej realizacji w procesie uczenia się poprzez aktywne uczestnictwo ucznia w zdobywaniu własnej wiedzy i budowaniu jej struktur. Takie spojrzenie stanowi podstawę konstruktywistycznej teorii uczenia się. Za prekursorów (twórców) tej teorii można uznać:

- a) J. Piageta, który uważał, że wiedza i struktury poznawcze rozwijają się i modyfikują w umyśle uczącego się, a uczące się dziecko wytwarza własne koncepcje poznawanej rzeczywistości (Gofron, 2013),
- b) L. Wygotskiego, który twierdził, że dziecko buduje swoją wiedzę w tzw. „strefie najbliższego rozwoju”, w oparciu o społeczne interakcje odbywające się na poziomie kulturowym, interpersonalnym i indywidualnym (Adamek, 2007),
- c) J.S. Brunera, który twierdził, że istotą rozwoju umysłowego człowieka są zmiany zakresu technik posługiwania się umysłem, które zachodzą w trakcie doświadczeń

przekazywanych kulturowo, a człowiek w procesie poznania jest konstruktorem i aktywnym interpretatorem nowych znaczeń nadawanych rzeczywistości (Bruner, 1978).

Różniące się między sobą poglądy wymienionych wyżej twórców są zbieżne w założeniu, że wszyscy uczą się w interakcji z otoczeniem, aktywnie budując własną wiedzę: nie rejestrują informacji, ale budują struktury wiedzy z dostępnych informacji. W konsekwencji konstruktywizm akcentuje proces, w wyniku którego uczący się tworzą i rozwijają własną wiedzę.

Zasady konstruktywizmu w działaniu pedagogicznym formułują m.in. Jacquelin Brooks oraz Martin Brooks w pracy „W poszukiwaniu zrozumienia: przypadek klas konstruktywistycznych” (Brooks J.G. i Brooks M.G., 1999).

Proponowany przeze mnie program nauczania matematyki w szkole podstawowej (kl. IV–VIII), wykorzystujący w głównej mierze założenia konstruktywistycznej teorii uczenia się, został opracowany w oparciu o podstawę programową zapisaną w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. i uwzględnia wszystkie sugestie w niej zawarte.

Główne fazy procesu nauczania według teorii konstruktywistycznej (aczkolwiek zdarzają się opinie, że jest to bardziej teoria wiedzy i uczenia się niż nauczania (autor 1)) to:

- 1) orientacja i rozpoznawanie wiedzy,
- 2) ujawnienie wstępnych idei, czyli wiedzy, pomysłów i doświadczeń ucznia,
- 3) restrukturyzacja, czyli rekonstrukcja wiedzy – włączanie do wiedzy już posiadanej nowych wiadomości i tworzenie zupełnie nowej struktury wiedzy,
- 4) umiejętność zastosowania nowej wiedzy, nowych informacji oraz umiejętności i stosowanie ich w różnych sytuacjach i kontekstach,
- 5) samodzielne zauważanie przez ucznia zmian w jego dotychczasowej wiedzy i porównanie jej z wiedzą poprzednią.

Należy pamiętać o możliwych zagrożeniach związanych z teorią konstruktywizmu – uczniowie bardzo często będą chcieli zajmować się tematami, które im wydadzą się najłatwiejsze (będą je chociaż częściowo znali). Nauczyciel musi wykazać się umiejętnością motywowania i zachęcania uczniów (poprzez rozbudzenie ciekawości) do sięgania po tematy zupełnie dla nich nowe. Sam nauczyciel musi wtedy mieć opanowany materiał z tego zakresu na znacznie szerszym poziomie, niż wynika to z założeń lekcji.

2) Opis i główne założenia programu

Wobec tego głównymi założeniami stojącymi u podstaw niniejszej propozycji są:

- a) oparcie rozważań na sytuacjach znanych uczniowi z życia codziennego (planowanie zakupów i wydatków, codzienna potrzeba szacowania wielkości obliczeń pamięciowych,

konieczność korzystania z rozkładów jazdy, rozważania związane z przemieszczaniem się, np. dostosowanie prędkości do określonych warunków, orientacja na mapie, rozumienie informacji zawartych w reklamach – w tym zapisów z użyciem symbolu %, odczytywanie i interpretowanie danych, gromadzenie informacji itp.),
 b) spiralny układ programu kształcenia (stopniowe poszerzanie zakresu treści związanych z danym zagadnieniem sprzyjające głębszemu ich zrozumieniu oraz lepszemu dostrzeganiu powiązań z innymi dziedzinami życia i nauki),
 c) skorelowanie treści kształcenia matematycznego z treściami kształcenia informatycznego oraz treściami występującymi w innych przedmiotach, np. w kształceniu prozdrowotnym realizowanym na lekcjach WF-u, wykorzystującym nowatorską metodę Hoppe SOS 3D (Pelczar i Krawińska, 2017),
 d) stwarzanie sytuacji zachęcających uczniów do podjęcia samodzielnej aktywności w rozwiązywaniu dostrzeżonych problemów, a także udziału w działaniach zespołowych związanych z organizowaniem wydarzeń popularyzujących matematykę, np. zorganizowanie w swojej szkole obchodów Światowego Dnia Tabliczki Mnożenia (28 września) lub Międzynarodowego Dnia Liczby π (14 marca).

Założenia te są także zgodne z taksonomią celów nauczania zarówno w dziedzinie poznawczej (Niemierko, 2004), jak i emocjonalnej i motywacyjnej (tamże), oraz taksonomią celów Blooma (Bloom i Krathwohl, 2000) i taksonomią w zakresie celów poznawczych (tamże).

Zmiany w podstawach programowych innych przedmiotów (np. informatyki – wprowadzenie programowania od I klasy szkoły podstawowej) mogą wpływać na konieczność zastosowania elastycznego podejścia do zagadnień matematycznych wynikającą z rozwijania kompetencji informatycznych uczniów. Przykładowo wprowadzenie programowania w Scratchu implikuje niejako wcześniejsze zastosowanie układu współrzędnych. Podczas poruszania obiektem (duszkiem) w Scratchu niejednokrotnie będzie istniała potrzeba umieszczenia obiektu w konkretnym (określonym przez współrzędne x i y) miejscu na scenie.

Nauczyciel musi mieć pozostawioną sporą dozę elastyczności (pamiętając oczywiście o logicznym układzie wprowadzania tematów i możliwościach dziecka) w zakresie zmian układu nauczanych treści, ponieważ wpływ na układ nauczanych treści może mieć kilka czynników, np. programowanie z wykorzystaniem gier edukacyjnych, które mogą inspirować dzieci do tworzenia grafiki 3D (bryły), czy tworzenie gier tematycznych wymagających wiedzy wykraczającej poza podstawę programową z innych przedmiotów. Coraz częściej pojawiające się w szkołach drukarki 3D zachęcają uczniów do eksperymentowania z grafiką trójwymiarową. To tylko jeden z przykładów pokazujący możliwe powody zmiany kolejności treści nauczania.

Przyjęty układ treści nauczania wynika nie tylko z układu treści w podstawach programowych, ale również z logicznego następstwa tematów oraz psychologiczno-intelektualnego rozwoju dziecka.

Należy wziąć pod uwagę dynamikę zmian zarówno w zakresie wiedzy, jak i koniecznych umiejętności. Będzie to powodowało konieczność szybkiego reagowania ze strony nauczyciela i dopasowania układu treści, włącznie z jego rozszerzeniem.

Zaproponowane wyżej podejście wymaga zastosowania odpowiedniej organizacji treści kształcenia, polegającej m.in. na ścisłej współpracy nauczycieli matematyki, informatyki, wychowania fizycznego, fizyki, historii, biologii etc., jak najszerzym wykorzystywaniu zadań tekstowych odwołujących się do konkretnych, znanych z życia sytuacji oraz powracaniu w kolejnych klasach do tych samych działań, prowadzącym do coraz wnikliwszych obserwacji i wniosków uzyskiwanych w oparciu o już poznane fakty z różnych dziedzin nauki i uzyskane wcześniej umiejętności.

Niezwykle istotna jest także świadomość nauczyciela o wielości obszarów doświadczeń uczniów, często wyprzedzających zagadnienia programowe (dziecko siedmioletnie wykonuje *de facto* dodawanie liczb dziesiętnych, samodzielnie robiąc zakupy lub w nich uczestnicząc). Tego rodzaju doświadczenia mogą być podstawą do pracy nad wprowadzaniem pojęć i terminów matematycznych.

3) Kompetencje kluczowe i umiejętności uniwersalne

Opis kompetencji kluczowych zamieszczony w Zaleceniu Parlamentu Europejskiego i Rady w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie z 18 grudnia 2006 roku znalazł odbicie w obowiązującej w Polsce podstawie programowej, której zapisy nakładają na wszystkich, którzy realizują podstawę programową, obowiązek kształtowania m.in. kompetencji matematycznych. Obejmują one umiejętność rozwijania i wykorzystywania matematycznego sposobu myślenia w celu opisu i rozwiązywania problemów wynikających z codziennej rzeczywistości. Edukacja matematyczna sprzyja ponadto wypracowywaniu postaw pożądanych społecznie: dokładności, krytycyzmu oraz umiejętności argumentacji, formułowania hipotez i ich uzasadniania. W obrębie kształtowania kompetencji kluczowych pożądane jest ponadto wykształcenie określonych zachowań społecznych, takich jak umiejętność pracy w zespole oraz umiejętność sprawnego komunikowania się i przyjmowania określonych ról oraz poczucia odpowiedzialności za ich poprawną realizację, co znalazło swoje odbicie w proponowanych metodach prowadzenia zajęć (m.in. metody grupowe oraz projektowe).

Wymienione w następnym punkcie metody, techniki i formy pracy sprzyjają rozwojowi kompetencji kluczowych: łączą zagadnienia matematyczne z kompetencjami informatycznymi, praca przy projektach nastawiona na samodzielne zdobywanie wiedzy sprzyja rozwojowi samodzielności w zdobywaniu, organizowaniu, analizowaniu i prezentacji wiedzy oraz rozwiązywaniu problemów i sprawnej komunikacji i współpracy z zespołem. Praca w zespole rozwija też przedsiębiorczość i własną

inicjatywę, a dzięki indywidualnemu podejściu do ucznia motywuje go i buduje wiarę w jego możliwości.

4) Metody, techniki i formy pracy

Z założeniami konstruktywistycznej teorii uczenia się oraz koniecznością kształtowania kluczowych kompetencji matematycznych ściśle korespondują metody aktywizujące i twórcze, np. praca w zespole, projekt. Konstruktywistyczna teoria uczenia się nie wyklucza jednak stosowania metod podających, takich jak np. pogadanka, pokaz (Łoś i Reszka, 2009).

Koncepcja zakłada realizację zalecenia MEN odnośnie edukacji włączającej. Uczniowie o specjalnych potrzebach edukacyjnych powinni być włączani w aktywne działania w trakcie wszystkich zajęć, co pozwoli na ich lepszą integrację z rówieśnikami. Wszelkie działania skierowane na pracę w grupie, budowę zespołu, rozwijanie empatii i umiejętności komunikacyjnych pomagają funkcjonować uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Ważne jest, aby uczniowie wiedzieli, jak mogą wspomagać uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (pomoc uczniom niepełnosprawnym ruchowo, pomoc w stosowaniu standardu WCAG 2.0 przy przeglądaniu Internetu czy komunikowanie się z wykorzystaniem AAC). Działania takie pomagają uczniom ze SPE nie tylko rozwijać umiejętność współpracy i pewność siebie, ale także uczyć ich rozwiązywania problemów oraz przygotowują do samodzielności. Dlatego preferowanymi formami pracy są: działania podejmowane indywidualnie, praca w parach oraz określony indywidualnie udział w aktywności grupy przy wywiązywaniu się z wykonania zadania przyjętego przez cały zespół (np. poprzez zaplanowanie i wykonanie projektu). Podział obowiązków w grupie powinien uwzględniać dostosowanie stopnia trudności części zadania do możliwości poszczególnych członków grupy zgodnie z zaleceniami MEN w sprawie edukacji włączającej. Sposób zorganizowania grup, w których będą pracować uczniowie, powinien być podporządkowany konieczności zagwarantowania realnego udziału uczniów o różnym tempie pracy. W zależności od zespołu uczniów w klasie można więc ustalić stały skład grup, skupiających uczniów o różnych możliwościach fizycznych i intelektualnych. Przypisanie wszystkim członkom zespołu tej samej oceny za wykonanie zadania motywuje uczniów do rozważnego przydzielania ról i brania odpowiedzialności za ogólny wynik pracy.

Należy pamiętać o uniwersalnym podejściu do nauczania – dostosowaniu procesu nauczania do różnych grup osób, w szczególności tych ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, użyciu różnych metod, środków dydaktycznych oraz sposobów prezentacji wiedzy i nabywania umiejętności, odpowiedniej aranżacji sali i otoczenia, dostosowaniu materiałów i środków dydaktycznych dla różnych grup osób.

W większości scenariuszy, jeżeli przebieg i materiał lekcji tego wymaga, zaznaczono, jak wspierać uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Może to być np. odpowiedni podział ról w zespołach (lub dodatkowe funkcje), dodatkowo zmodyfikowane lub przygotowane materiały dydaktyczne (w tym uwzględnienie w pracy na komputerze standardu WCAG 2.0), pomoc kolegów/koleżanek z klasy, podpowiedź/pomoc nauczyciela (lub łatwiejsze pytania), inne tempo pracy.

Jeżeli uczeń ze SPE ma opracowany Indywidualny Program Edukacyjno-Terapeutyczny (IPET) lub Plan Działań Wspierających (PDW), to nauczyciel powinien uwzględnić to w celach szczegółowych i wychowawczych dla danego ucznia.

5) Cele kształcenia

Jak już wspomniano, jednym z najistotniejszych celów powszechnego nauczania matematyki w szkole jest kształtowanie i rozwijanie u uczniów pewnych nawyków poprzez nabywanie przez nich następujących umiejętności – kompetencji kluczowych: dostrzeganie problemów i analogii między nimi, formułowanie pytań, stawianie hipotez, planowanie działań prowadzących do uzyskania odpowiedzi, znajdowanie rozwiązań w adekwatnie utworzonym modelu matematycznym, rozumienie potrzeby weryfikacji informacji, rozumienie konieczności uzasadniania słuszności rozumowań i wniosków, ustalanie i wykorzystywanie związków między różnymi obszarami otaczającej nas rzeczywistości, umiejętność samodzielnego uczenia się i dokonywania samooceny, umiejętność logicznego i przestrzennego myślenia.

W osiągnięciu tak określonego celu ogólnego podczas kształcenia matematycznego konieczne jest stopniowe osiągnięcie celów szczegółowych, takich jak: wykształcenie sprawności rachunkowej w obliczeniach na liczbach wymiernych, w tym w obliczeniach procentowych, rozwijanie umiejętności sprawnego przeprowadzania obliczeń przybliżonych, uzyskanie sprawności w szacowaniu wyników przed wykonaniem obliczeń, wykształcenie umiejętności stosowania algorytmów i ich tworzenia, wykształcenie umiejętności sprawnego odczytywania, tworzenia i przekształcania wyrażeń algebraicznych, wykształcenie umiejętności wykorzystywania równań do rozwiązywania zadań tekstowych, uzyskanie umiejętności matematycznego opisu obserwowanych zależności, w tym układania zadań, wykształcenie sprawnego dostrzegania zależności funkcyjnych i różnego ich zapisywania, wykształcenie sprawności manualnych potrzebnych przy projektowaniu i tworzeniu modeli figur płaskich i przestrzennych, wykształcenie umiejętności dokonywania pomiarów przy wykorzystaniu odpowiednio dobranych jednostek, wykształcenie sprawności w gromadzeniu, zapisywaniu, odczytywaniu i interpretowaniu danych, wykształcenie umiejętności przeprowadzania i opisu rozumowań oraz uzasadniania ich poprawności w oparciu o poznane fakty, wykształcenie umiejętności prowadzenia rozumowań na

gruncie probabilistyki, wykształcenie umiejętności dostrzegania związków między różnymi obszarami wiedzy i działalności człowieka.

Ścisła korelacja treści kształcenia matematycznego z kształceniem informatycznym umożliwi szerokie zastosowanie programów edukacyjnych wspierających uzyskiwanie sprawności rachunkowych, geometrycznych i statystycznych, jak również tych wspierających procesy analizy, logicznego myślenia, modelowania czy kształtowania wyobraźni przestrzennej i innych. Ważnym elementem jest umiejętność prezentowania własnych hipotez, analiz, wykresów, tabel, modeli, wzorów, rozwiązań i propozycji oraz ich syntetycznego przedstawiania z użyciem TIK.

Szczególną uwagę należy zwrócić na te zagadnienia, które wymagają rozumowań związanych z formułowaniem uogólnień, stawianiem hipotez i dowodzeniem.

6) Ewaluacja programu

Nad prawidłową realizacją programu powinien czuwać opracowany system monitoringu i ewaluacji projektu, sprawdzający efekty zastosowanych metod, środków i strategii, samego procesu i przyrostu wiedzy oraz umiejętności danego ucznia. Na początku kształcenia powinna zostać przeprowadzona ewaluacja potrzeb i oczekiwań odbiorców programu metodą jakościową, z zastosowaniem obserwacji uczniów oraz analizy ich dotychczasowych osiągnięć. Wyniki obserwacji powinny zostać umieszczone w indywidualnym kwestionariuszu obserwacji każdego ucznia. Dodatkowo po każdym bloku tematycznym uczeń powinien dokonać samooceny swoich postępów (co nauczyciel powinien odnotować w kwestionariuszu obserwacji ucznia). Nauczyciel co najmniej raz w semestrze powinien przeanalizować kwestionariusze i podjąć decyzję o ewentualnych modyfikacjach programu lub pozostawieniu go bez zmian. Działania te pozwolą na ewentualne szybkie korekty programu.

II) UKŁAD TREŚCI ORAZ SPOSÓB ICH WPROWADZANIA

1) Układ treści

W podstawie programowej kształcenie matematyczne w szkole podstawowej zostało podzielone na dwa etapy:

- a) etap kształcenia konkretnego, przypadający na klasy IV–VI,
- b) etap kształcenia formalnego, przypadający na klasy VII–VIII.

W ślad za tym podziałem dla poszczególnych etapów kształcenia zgrupowano materiał nauczania w następujących działach:

Klasy IV–VI:

- I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.
- II. Działania na liczbach naturalnych.
- III. Liczby całkowite.
- IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne.
- V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.
- VI. Elementy algebry.
- VII. Proste i odcinki.
- VIII. Kąty.
- IX. Wielokąty, koła i okręgi.
- X. Bryły.

Klasy VII–VIII:

- I. Potęgi o podstawach wymiernych.
- II. Pierwiastki.
- III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi.
- IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich.
- V. Obliczenia procentowe.
- VI. Równania z jedną niewiadomą.
- VII. Proporcjonalność prosta.
- VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie.
- IX. Wielokąty.
- X. Oś liczbowo. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.
- XI. Geometria przestrzenna.
- XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.
- XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej.

- XIV. Długość okręgu i pole koła.
- XV. Symetrie.
- XVI. Zaawansowane metody zliczania.
- XVII. Rachunek prawdopodobieństwa.

Należy zauważyć, że taka organizacja treści sprzyja założeniu spiralnego układu programu, gdyż zagadnienia arytmetyczne, algebraiczne, geometryczne i statystyczne mogą w różnym, coraz szerszym zakresie wystąpić w każdej z klas szkoły podstawowej przy odpowiednio dobranym kontekście. Rozkład treści kształcenia w niniejszej propozycji zawiera sugestie nieco zmienionej ich organizacji w poszczególnych klasach w stosunku do podstawy programowej. Sugestie te wynikają z potrzeby uwzględniania tej wiedzy i tych umiejętności uczniów, które udało im się zgromadzić poza szkołą, w codziennym funkcjonowaniu, oraz w trakcie innych zajęć przedmiotowych. Sądzę, że niezwykle istotnym jest przyjęcie ogólnie zarysowanych kryteriów określających wystarczający poziom zdobytej wiedzy i uzyskanych umiejętności dla poszczególnych klas, zwłaszcza w momencie ukończenia każdego z etapów kształcenia. Kryteria te zostaną przedstawione w dalszej części.

2) Organizacja warunków i sposób realizacji kształcenia z uwzględnieniem uczniów ze SPE

Zajęcia powinny być realizowane w sali szkolnej wyposażonej w niezbędne środki dydaktyczne (jak duże linijki, ekierki, cyrkle itp.). W przypadku udziału w zajęciach dzieci z niepełnosprawnościami należy pamiętać o odpowiednim zaaranżowaniu przestrzeni, w której uczą się dzieci (np. w przypadku obecności uczniów niedosłyszących należy zadbać o dobre oświetlenie klasy, aby osoby te mogły dobrze widzieć twarze osób, z którymi się komunikują; w przypadku uczniów z niepełnosprawnością ruchową trzeba zadbać o ich swobodne przemieszczanie się po sali), oraz dostosowaniu materiałów nauczania do możliwości percepcyjnych dziecka oraz jego możliwości psycho-fizyczno-ruchowych (np. odpowiednio przygotowane materiały pisemne, strony www ze standardem WCAG 2.0, książki hybrydowe, filmy z napisami). Ponieważ kluczowymi założeniami programu są zaangażowanie i aktywność uczniów, niektóre zajęcia odbywają się (przynajmniej część lekcji) poza salą lekcyjną, aby omawiane treści wprowadzać z jak największą liczbą praktycznych zastosowań. Aranżacja sali, oprócz dostosowania do uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, powinna uwzględniać metodę prowadzonych zajęć (np. połączenie ławek/stolików w różnych częściach sali przy metodzie grupowej/projektu). W scenariuszach założono wykorzystanie różnorodnych środków nauczania, środków pedagogicznych, sposobów prezentacji materiału przez ucznia i zastosowań nowych technologii, tak aby jak najbardziej angażować i motywować uczniów do działania.

Zróznicowanie środków i metod prowadzenia lekcji sprzyja także uwzględnianiu różnorodnych stylów uczenia się uczniów, co istotnie wpływa na zaangażowanie, motywację oraz przyswajanie wiedzy przez uczniów.

3) Ewaluacja lekcji

Po każdych zajęciach warto przeprowadzić krótką ewaluację lekcji. Uczniowie mogą wypowiadać się w różny sposób przyjęty przez nauczyciela lub wspólnie wypracowany. Może to być ewaluacja słowna w formie krótkich końcowych pytań otwartych, np.

- co podobało ci się w trakcie zajęć, a co nie,
- co było zrozumiałe, a co stwarzało ci trudności,
- co chciałbyś zmienić, a co chciałbyś, żeby było częściej na zajęciach.

Uczniowie mogą wypowiedzieć się, rysując lub zaznaczając na tablicy/plakacie odpowiednią buźkę, kreski na narysowanej skali/termometrze, podnosząc do góry (lub przyklejając w wyznaczonym miejscu) kolorowe kartki o różnym znaczeniu itp.

Nauczyciel może również przygotować ankietę online (np. na portalu www.edukator.pl, w formularzach Google), którą uczniowie wypełniają w tym samym dniu na zajęciach (jeżeli jest taka możliwość) lub po zajęciach.

4) Rozkład treści kształcenia

UWAGI WSTĘPNE DO REALIZACJI MATERIAŁU W CAŁYM CYKLU KSZTAŁCENIA

1. *W klasach IV–VI przewidziane treści z arytmetyki/algebry realizujemy równoległe z treściami z zakresu geometrii, przeznaczając w każdym tygodniu 1–2 godziny na treści geometryczne.*
2. *Zakładamy, że roczna liczba godzin to $32 \times 4 = 128$ godzin.*
3. *We wszystkich klasach szkoły podstawowej w możliwie największym zakresie stosujemy zadania tekstowe o treści wywodzącej się z sytuacji praktycznych, zwracając uwagę na kształtowanie następujących umiejętności:*
 - a) *czytanie ze zrozumieniem tekstów zawierających informacje liczbowe,*
 - b) *analizowanie treści w celu dostrzeżenia zależności między podanymi informacjami,*
 - c) *ustalenie planu rozwiązywania zadania,*
 - d) *stosowanie zdobytej wiedzy i umiejętności oraz wiadomości wynikających z doświadczeń praktycznych,*
 - e) *weryfikowanie wyniku zadania tekstowego, oceniające sensowność rozwiązania,*
 - f) *tworzenie nowych zadań/pytań rozszerzających problem poruszony w rozwiązany zadaniu,*

g) samodzielne układanie zadań tekstowych.

4. Podczas realizacji treści matematycznych uzgadniamy kolejność wystąpienia konkretnych zajęć z nauczycielami informatyki, wychowania fizycznego i innych przedmiotów w celu wcześniejszego ukształtowania potrzebnych umiejętności.

KLASA IV

I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym 15 godzin

Uczeń:

- 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) przedstawia w systemie dziesiętkowym liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim i odwrotnie.

Warto sposób zapisu liczb połączyć projektem z lekcją historii i wspólnie z nauczycielem historii omówić historię liczb rzymskich i arabskich, ich wady i zalety, postacie historyczne związane z liczbami, ciekawostki, kiedy i dlaczego stosujemy ten, a nie inny system.

II. Działania na liczbach naturalnych 30 godzin

Uczeń:

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;
- 3) mnoży w pamięci liczbę naturalną jednocyfrową przez dowolną liczbę naturalną, korzystając z prawa rozdzielności mnożenia względem dodawania;
- 4) mnoży liczbę naturalną przez liczbę naturalną sposobem pisemnym lub za pomocą kalkulatora;
- 5) dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową (w najprostszych sytuacjach pamięciowo), dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 6) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym: obliczenia na osi liczbowej, grafach, drzewkach, stosowanie przemienności i łączności dodawania i mnożenia oraz rozdzielności mnożenia względem dodawania;
- 7) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
- 8) zna i stosuje zasady kolejności wykonywania działań;
- 9) rozwiązuje zadania tekstowe związane z własnościami działań.

III. Działania na liczbach naturalnych c.d. 25 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 5, 10, 100, podejmuje próbę sformułowania wyróżniającej je cechy i jej uzasadnienia;
- 2) rozpoznaje liczby podzielne przez 3, 4, 9;
- 3) określa dzielniki liczb naturalnych w zakresie do 100;
- 4) rozpoznaje liczby pierwsze i liczby złożone, wykorzystując dostrzeżone cechy podzielności;
- 5) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne 8 godzin

Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) porównuje ułamki, ilustruje na osi rozszerzanie i skracanie ułamków właściwych;
- 3) dodaje ułamki właściwe o tych samych mianownikach;
- 4) odczytuje i zapisuje ceny towarów z użyciem wyrażeń dwumianowanych lub zapisu dziesiętnego, znanego np. z etykiet.

Warto ułamki połączyć projektem z lekcją techniki lub/i informatyki, aby dzieci przygotowały na lekcjach techniki/informatyki niektóre pomoce dydaktyczne do zastosowania na matematyce – np. wykonały karty do lekcji o doskonaleniu zamiany ułamków zwykłych i dziesiętnych.

V. Proste i odcinki 5 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe w otoczeniu;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych, wykorzystując linijkę i ekierkę.

VI. Pomiary 15 godzin

Uczeń:

- 1) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 2) planuje działania wykorzystujące obliczenia zegarowe;
- 3) dokonuje pomiaru długości, używając różnych jednostek miary (dłoń, stopa, sznurówka, linijka itp.), zapisuje wynik pomiaru;
- 4) zna nazwy i zależności między jednostkami długości: 1 m, 1 cm, 1 mm;
- 5) dobiera jednostkę pomiaru długości do sytuacji, np.: mierzy linią długość odcinka z dokładnością do 1 mm (rysunek w zeszytach), 1 cm (krawędzie mebli), 1 m (wymiary boiska);
- 6) rozumie skalę mapy i oblicza rzeczywiste odległości mierzone w linii prostej w przypadkach skal np.: 1:10, 1:50, 1:100;
- 7) rysuje odcinki o zadanej długości i żądanym położeniu (równoległe, prostopadłe);

8) koduje, odkodowuje i rysuje przemieszczanie się pionka względem przyjętego układu odniesienia: „... kroków w prawo i ... kroków do góry” (ruch w I ćwiartce).

Warto sposoby pomiaru skorelować z zajęciami z przyrody – czytanie mapy, robienie szkiców i planów przedmiotów, okolicy z wykorzystaniem taśm mierniczych, ale również z własnymi pomysłami oznaczania rozmiarów i odległości. Można zrobić projekt z tworzenia planu szkoły (w zależności od pory roku – można zrobić również plan okolicy szkoły). Bardziej szczegółowe tworzenie planów może być kontynuowane na lekcjach geografii w klasach starszych.

VII. Kąty 5 godzin

Uczeń:

- 1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy z dokładnością do 1° kąty mniejsze niż 180° ;
- 3) rysuje kąty mniejsze od 180° ;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty.

VIII. Wielokąty, koła i okręgi 10 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) rysuje trójkąty, w tym trójkąty prostokątne;
- 3) rozpoznaje i nazywa prostokąty, w tym kwadraty;
- 4) rysuje prostokąty i kwadraty o zadanych wymiarach;
- 5) wyznacza obwody znanych wielokątów;
- 6) rysuje okręgi i koła, wskazuje na rysunku środek, promień, średnicę i cięciwę;
- 7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
- 8) nazywa i rysuje kąty środkowe i wpisane;
- 9) dostrzega symetrie osiowe znanych figur, dorysowuje drugą, „taką samą” część.

IX. Bryły 10 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje w otoczeniu prostopadłościanny i sześcianny;
- 2) wykonuje (buduje) modele prostopadłościannów i sześciannów z różnych materiałów, np. plasteliny, tektury, ziemniaków, klocków;
- 3) wskazuje na modelu pełnym lub żeberkowym ściany i krawędzie zaznaczone na rysunku (rzucie);
- 4) dostrzega regularności (symetrie) w rozważanych bryłach;
- 5) składa modele z gotowych siatek i rozcina papierowe modele, tworząc siatki prostopadłościannów, w tym sześciannów;

- 6) projektuje budowle złożone z jednakowych klocków sześciennych;
- 7) odtwarza budowle z klocków w oparciu o ich trzy „widoki” (rzuty-obrysy): z góry, z przodu i z boku.

Warto omawianie brył połączyć projektem z lekcjami z innych przedmiotów. Może to być na przykład wychowanie fizyczne i zajęcia z prostopadłościanu prawidłowej postawy (przykładowy scenariusz lekcji umieszczono w propozycjach zajęć). Dodatkowo na lekcji informatyki uczniowie mogą w programie graficznym 3D rysować prostopadłościan prawidłowej postawy.

Pozostałe godziny nauczyciel wykorzystuje w miarę potrzeby, np. na dłuższe wyjaśnianie zagadnienia, więcej ćwiczeń lub powtórzenie fragmentu materiału.

KLASA V

I. Działania na liczbach naturalnych 25 godzin

Uczeń:

- 1) wykonuje działania na liczbach naturalnych w pamięci, sposobem pisemnym oraz z użyciem kalkulatora, stosując wszystkie prawa i reguły (kolejność wykonywania działań, przemienność, łączność, rozdzielność mnożenia względem dodawania);
- 2) szacuje wyniki działań przed ich wykonaniem;
- 3) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 4) formułuje, uzasadnia i stosuje cechy podzielności przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
- 5) rozkłada liczby naturalne dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
- 6) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 100.

II. Ułamki zwykłe i dziesiętne 30 godzin

Uczeń:

- 1) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;
- 2) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 3) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 4) wykonuje działania na ułamkach zwykłych;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie albo dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);

8) zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;

9) porównuje ułamki zwykłe i dziesiętne z wykorzystaniem ich różnicy;

10) oblicza ułamek danej liczby całkowitej.

Warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami informatyki, gdzie uczniowie poznają/powtórzą sobie wiadomości z arkusza, edytora tekstów oraz prezentacji i materiały przygotowują z wykorzystaniem odpowiedniego oprogramowania.

III. Liczby całkowite 10 godzin

Uczeń:

1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;

2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;

3) oblicza wartość bezwzględną;

4) porównuje liczby całkowite;

5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

IV. Elementy algebry 10 godzin

Uczeń:

1) opisuje znane sytuacje wzorami, w których występują litery, np. przemienność dodawania, obwód prostokąta, kwadratu;

2) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, np. zależność drogi od prędkości i czasu, opisuje wzór słowami;

3) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach: a , $3a$, b ;

4) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci:

$$a = b \cdot q + r.$$

Warto również niektóre lekcje skoordynować projektem z zajęciami informatyki, gdzie uczniowie poznają/powtórzą sobie wiadomości z tworzenia algorytmów oraz programu graficznego i przygotowują odpowiednik materiałów z matematyki w wersji elektronicznej. Lekcję można również skoordynować z każdym innym przedmiotem, szukając algorytmów typowych w danym przedmiocie.

Warto połączyć pkt. 2 z innymi lekcjami (techniką, geografią, wychowaniem fizycznym – np. obliczanie czasu przejścia/przebiegnięcia/przejechania danej trasy w różnych warunkach terenowych). Dodatkowo można skoordynować taką lekcję projektem z zajęciami informatyki, gdzie uczniowie mogliby przygotować arkusz lub program dla obliczania zadań tego samego typu, z tym samym zestawem danych. Uczeń zdolny może przygotować zadanie dla danego wzoru, ale różnego zestawu danych.

V. Pomiary 15 godzin

Uczeń:

- 1) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- 2) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 3) zna i stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , m^2 , ar, hektar;
- 4) wykonuje obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną), wykonuje obliczenia związane z temperaturą;
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona.

VI. Wielokąty, koła i okręgi 20 godzin

Uczeń:

- 1) znajduje odległość punktu od prostej;
- 2) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności;
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta, np. w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów;
- 4) rozpoznaje i nazywa: kwadraty, prostokąty, romby, równoległoboki i trapezy;
- 5) dostrzega symetrie figur, odnajduje osie symetrii figur;
- 6) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rysuje te figury przy żądanych wymiarach;
- 7) wykonuje obliczenia dotyczące związków miarowych figur, np. wyznacza długości boków, wykorzystując dane o wielokącie i jego obwodzie;
- 8) doświadczalnie wyznacza stosunek długości obwodu koła do jego średnicy, wprowadza nazwę i oznaczenie π ;
- 9) oblicza pola prostokątów;
- 10) oblicza pola trójkątów.

Warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami informatyki, gdzie uczniowie mogą spróbować zaprojektować parkietaż w programie graficznym.

.

VII. Bryły 8 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) dostrzega symetrie figur, wskazuje płaszczyzny symetrii;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościanów;
- 5) oblicza pola powierzchni prostopadłościanów.

Warto lekcję skoordynować z zajęciami informatyki lub na lekcji matematyki wejść na jedną ze stron z bryłami i ich siatkami (np. www.matematyka.wroc.pl/book/rozmaitosci/galeria-modeli), gdzie uczniowie mogą zobaczyć różnorodność brył.

VIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej 3 godziny

Uczeń:

- 1) wyszukuje i interpretuje pozyskane dane, korzystając z różnych źródeł, np. zestawienie wielkości obszarów państw Europy, porównanie odległości Ziemi od innych planet.

Pozostałe godziny nauczyciel wykorzystuje w miarę potrzeby, np. na dłuższe wyjaśnianie zagadnienia, więcej ćwiczeń lub powtórzenie fragmentu materiału.

KLASA VI

I. Liczby całkowite 5 godzin

Uczeń:

- 1) interpretuje liczby całkowite i działania na nich na osi liczbowej;
- 2) wykonuje działania na liczbach całkowitych w pamięci, pisemnie oraz na kalkulatorze.

II. Ułamki zwykłe i dziesiętne 25 godzin

Uczeń:

- 1) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
- 2) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż potęgi liczby 10 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze) uzyskanego w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
- 3) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 4) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
- 5) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby;
- 6) wykonuje działania na ułamkach zwykłych oraz na liczbach mieszanych;
- 7) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych w pamięci, pisemnie oraz za pomocą kalkulatora;
- 8) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne, stosując prawa i reguły wykonywania działań;
- 9) oblicza kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 10) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub wymiernych, także wymiernych ujemnych.

III. Ułamki zwykłe i dziesiętne c.d. Obliczenia procentowe 25 godzin

Uczeń:

1) zna pojęcie procentu i poprawnie interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% jako połowę, 25% jako jedną czwartą, 10% jako jedną dziesiątą, 1% jako jedną setną danej wielkości liczbowej;

2) oblicza procent danej wielkości;

5) zna pojęcie oprocentowania, potrafi oszacować i obliczyć odsetki od danej kwoty.

Warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami informatyki lub zastosować TIK na lekcji matematyki (np. portal matzoo.pl) do ćwiczenia zamiany ułamków na procenty i odwrotnie. Na lekcji informatyki uczniowie mogą przygotować arkusz/program do praktycznych obliczeń.

IV. Elementy algebry 16 godzin

Uczeń:

1) przekształca wzory, wykorzystując działania odwrotne;

2) rozwiązuje różnymi sposobami równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania np. metodą prób i błędów, stosując działania odwrotne, własną metodą;

3) stosuje równania przy rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Przy obliczeniach procentowych warto połączyć wspólnym projektem zajęcia z matematyki, informatyki, geografii i biologii.

V. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie 18 godzin

Uczeń:

1) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;

2) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;

3) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;

4) oblicza miary kątów wielokątów, stosując przy tym poznane własności;

5) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, także dla danych wymagających zamiany jednostek;

6) oblicza pola innych wielokątów, np. metodą podziału na trójkąty;

7) rozumie i potrafi zastosować pojęcie skali, np. rysuje plan swojego pokoju.

Przy skali warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami geografii lub techniki (przygotowanie planu) oraz informatyki (wykonanie tabeli i planu na komputerze).

Przy wielokątach warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami informatyki, gdzie uczniowie mogą rysować i przekształcać figury geometryczne, korzystając z programów graficznych (np. Inkscape, SketchUp).

VI. Bryły 15 godzin

Uczeń:

- 1) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;
- 2) rozumie pojęcie pojemności i objętości, oblicza liczbę jednostkowych sześcianów wypełniających prostopadłościan;
- 3) oblicza objętość i pole powierzchni sześcianu i prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- 4) stosuje jednostki pojemności i objętości: mililitr, litr, cm^3 , dm^3 , m^3 ;
- 5) dokonuje obliczeń, stosując zależności między krawędziami prostopadłościanu, polem jego powierzchni oraz objętością.

Warto lekcję skoordynować projektem z zajęciami informatyki i techniki, gdzie uczniowie mogą samodzielnie zaprojektować i wykonać ozdoby na pudełko (scenariusz w załączniku).

VII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej 8 godzin

Uczeń:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, na przykład wartości z wykresu oraz wartość największą i najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, używając określeń: „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same”;
- 3) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów danych na podstawie analizowanych zestawień, tabel i wykresów.

Warto lekcję skoordynować projektem z lekcją geografii (wyszukiwanie danych i ciekawostek związanych z tematem) oraz zajęciami informatyki (przygotowanie i prezentacja materiałów – arkusz kalkulacyjny, edytor tekstów, prezentacja).

Pozostałe godziny nauczyciel wykorzystuje w miarę potrzeby, np. na dłuższe wyjaśnianie zagadnienia, więcej ćwiczeń lub powtórzenie fragmentu materiału.

KLASY VII–VIII

UWAGI WSTĘPNE:

Uwagi 1 i 3 jak przy realizacji programu klas IV–VI. Rozłożenie kolejności realizacji treści arytmetycznych, algebraicznych, geometrycznych i kombinatorycznych – według decyzji nauczyciela.

KLASA VII

I. Potęgi o podstawach wymiernych 8 godzin

Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży i dzieli potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) przekształca wyrażenia zawierające mnożenie, dzielenie i potęgowanie potęg;
- 6) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdy $1 \leq a < 10$, zaś k jest liczbą całkowitą.

II. Pierwiastki 8 godzin

Uczeń:

- 1) znajduje wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych;
- 2) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 3) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Obliczenia procentowe 15 godzin

Uczeń:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a ;
- 4) oblicza liczbę b , której p procent jest równe a ;
- 5) szacuje wartość procentu danej wielkości, np. przy obniżkach/podwyżkach cen;
- 6) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów praktycznych.

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich

8 godzin

Uczeń:

- 1) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 2) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);
- 3) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
- 4) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

V. Równania z jedną niewiadomą 16 godzin

Uczeń:

- 1) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. dotyczących pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu);
- 2) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Warto przekształcanie wzorów połączyć projektem z lekcjami fizyki i wspólnie z nauczycielem fizyki przygotować zadania, w trakcie których uczniowie, mierząc niektóre wielkości fizyczne, na ich podstawie (i po przekształceniu wzoru) obliczają inne. Może to być obliczanie prędkości biegu koleżanki/kolegi, energii kinetycznej i potencjalnej osób lub przedmiotów, gęstości itp. W zależności od możliwości pracowni fizycznej można przeprowadzać projekty z elektryczności i magnetyzmu.

Przekształcanie wzorów można również połączyć z chemią – np. obliczanie proporcji, stężenia procentowego w doświadczeniach ze składnikami dostępnymi w domu (kuchni), tak aby uczniowie potrafili samodzielnie obliczyć ilość potrzebnych składników i wykonać niektóre (bezpieczne) eksperymenty w domu.

VI. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie 5 godzin

Uczeń:

- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory punktów o danej własności, np. $x > -3$, $x - 2 < 5$, $|x| = 4$, $|x| < 6$ itp.;
- 2) rysuje układ współrzędnych, zaznacza współrzędne punktu na płaszczyźnie;
- 3) znajduje współrzędne punktu na płaszczyźnie;
- 4) zaznacza punkt o podanych współrzędnych;
- 5) wyznacza punkty kratowe.

VII. Proporcjonalność prosta 8 godzin

Uczeń:

- 1) zna i rozumie istotę proporcjonalności prostej;
- 2) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 3) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej (w znanych sytuacjach, np. zakupy, podróż – zużycie paliwa, długość trasy);
- 4) stosuje podział proporcjonalny;
- 5) rysuje wykres zależności wprost proporcjonalnej.

VIII. Wielokąty 10 godzin

Uczeń:

- 1) zna pojęcie wielokąta foremnego;
- 2) rysuje niektóre wielokąty foremne (trójkąt, czworokąt, sześciokąt) o danych długościach boków;
- 3) projektuje desenie i dekoracje uwzględniające własności/symetrie wielokątów foremnych, np. parkiety (także z użyciem programów graficznych);
- 4) wyznacza elementy poznanych wielokątów, stosując ich podstawowe własności oraz wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu;
- 5) oblicza pola innych wielokątów w przypadkach możliwego podziału na wielokąty, których pola możemy obliczyć.

IX. Długość okręgu i pole koła 4 godziny

Uczeń:

- 1) na podstawie określenia liczby n wyprowadza zależność określającą obwód koła;
- 2) znając promień koła, oblicza jego obwód (i na odwrót);
- 3) rozwiązuje zadania, stosując wzór na obwód koła;
- 4) zna pojęcia: wycinek koła, odcinek koła, pierścień kołowy.

X. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie 10 godzin

Uczeń:

- 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
- 4) stosuje własności wielokątów (suma kątów wewnętrznych, własności kątów i boków trójkąta równoramiennego) w zadaniach dotyczących związków miarowych w wielokątach;

- 5) zna i wykorzystuje w zadaniach nierówność trójkąta, w szczególności w zadaniach dotyczących wyznaczenia najkrótszej odległości/drogi;
- 6) swobodnie operuje pojęciem skali, dokonuje dowolnych obliczeń z wykorzystaniem mapy.

XI. Bryły 10 godzin

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastopy i ostrosłupy – w tym graniastopy proste i prawidłowe;
- 2) rysuje siatki graniastopów prostych i ostrosłupów (w łatwych przypadkach);
- 3) rysuje graniastopy i ostrosłupy prawidłowe;
- 4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastopów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe (w najprostszych przypadkach).

Można zaproponować szerszy projekt obejmujący matematykę, geografię, biologię – np. obliczenie, ile studni na określonym obszarze Afryki (region lub państwo) należałoby wykopać, aby zapewnić mieszkającym tam ludziom wodę na cały rok.

XII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej 8 godzin

Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Pozostałe godziny nauczyciel wykorzystuje w miarę potrzeby, np. na dłuższe wyjaśnianie zagadnienia, więcej ćwiczeń lub powtórzenie fragmentu materiału.

KLASA VIII

I. Działania na liczbach rzeczywistych 8 godzin

Uczeń:

- 1) rozumie istotę i potrafi wskazać przykłady liczb niewymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego w przypadkach, gdy liczba pod pierwiastkiem nie jest odpowiednio kwadratem lub sześcianiem liczby wymiernej;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną, znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości;
- 4) rozmieszcza liczby niewymierne na osi;
- 5) wykonuje działania na liczbach wymiernych i niewymiernych.

II. Tworzenie i przekształcanie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi 12 godzin

Uczeń:

- 1) przekształca wyrażenia algebraiczne, wyznaczając wskazaną zmienną;
- 2) zapisuje działania opisane słownie w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych;
- 5) wykorzystuje w obliczeniach uzyskane zależności – wzory skróconego mnożenia.

III. Równania z jedną niewiadomą 16 godzin

Uczeń:

- 1) rozwiązuje dowolnie wybraną metodą równania, które po przekształceniu zapisanych wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 2) rozwiązuje zadania tekstowe, także związane z obliczeniami procentowymi, za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Warto procentowe zadania tekstowe połączyć z lekcjami WOS-u, np. sprawdzenie sposobów obliczania zdobytych głosów wraz z konkretnymi przykładami (np. z wyborów samorządowych) i dyskusją nad najbardziej sprawiedliwym sposobem wyłonienia radnych.

IV. Symetrie na płaszczyźnie i w przestrzeni 8 godzin

Uczeń:

- 1) określa i konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 2) zna własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta i wykorzystuje je w zadaniach dotyczących związków miarowych figur;
- 3) wyznacza płaszczyzny symetrii figur, w tym graniastosłupów prostych i ostrosłupów prawidłowych;
- 4) rozpoznaje figury środkosymetryczne płaskie i przestrzenne i wskazuje ich środki symetrii;
- 5) projektuje desenie, dekoracje i konstrukcje przestrzenne (także z użyciem programów graficznych).

V. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Twierdzenie Pitagorasa, zastosowania 20 godzin

Uczeń:

- 1) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;
- 2) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując poznane własności figur;
- 3) zna twierdzenie Pitagorasa oraz potrafi przeprowadzić jego rysunkowy dowód;
- 4) rozumie potrzebę uzasadniania/dowodzenia;

- 5) wykorzystując własności figur, przeprowadza nieskomplikowane dowody geometryczne;
- 6) stosuje twierdzenie Pitagorasa do obliczeń w układzie współrzędnych, np. znajdowania długości odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców;
- 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa w obliczeniach dotyczących związków miarowych figur, np. długości przekątnej kwadratu, wysokości trójkąta równobocznego.

VI. Długość okręgu i pole koła 8 godzin

Uczeń:

- 1) zna liczbę n i analizuje jej przybliżenia do ... miejsca po przecinku dziesiętnym, wykorzystując tablice w Internecie;
- 2) zna wzory na obwód i pole koła;
- 3) wykorzystuje zależność między obwodem koła i jego promieniem do rozwiązywania zadań;
- 4) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 5) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu;
- 6) oblicza pole pierścienia kołowego;
- 7) oblicza pole wycinka koła, wykorzystując proporcjonalność miar kątów środkowych i pól.

VII. Geometria przestrzenna 8 godzin

Uczeń:

- 1) wykorzystuje twierdzenie Pitagorasa do obliczania elementów brył, np. wysokości ostrosłupa, długości przekątnej prostopadłościanu;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe (w najprostszyc przypadkach);
- 3) oblicza pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych.

VIII. Elementy kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa 8 godzin

Uczeń:

- 1) zbiera dane, wyznacza zbiory obiektów o żądanej własności, określa liczbę tych obiektów;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i ocenia szanse/częstość/prawdopodobieństwo wystąpienia określonego zdarzenia;
- 3) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;
- 4) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.

IX. Rachunek prawdopodobieństwa 8 godzin

Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na kolejnym losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem elementu po każdym losowaniu;
- 2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania;
- 3) oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń w doświadczeniu polegającym na wyborze podzbioru o żądanej własności.

Pozostałe godziny (ok. 30) nauczyciel wykorzystuje na powtórzenie, utrwalenie i ewentualne poszerzenie umiejętności z zakresu wykonywania działań na liczbach rzeczywistych, szacowania wyników obliczeń, przekształcania wyrażeń algebraicznych, rozwiązywania praktycznych zadań z wykorzystaniem równań, formułowania i uzasadniania/dowodzenia hipotez, wykorzystywania własności figur płaskich i przestrzennych w projektowaniu.

5) Wymagania niezbędne na zakończenie nauki

Poniżej przedstawione jest zestawienie podstawowych umiejętności, które powinien uzyskać uczeń kończący daną klasę. Wymagania te muszą być znane uczniowi i jego rodzicom, gdyż dla prawidłowej współpracy nauczyciela, ucznia i rodziców konieczna jest możliwość określenia konkretnych braków na danym etapie.

Wymagania, których spełnienie umożliwia kontynuowanie nauki w wyższej klasie:

Uczeń kończący klasę IV powinien: wykonywać w pamięci nieskomplikowane obliczenia na liczbach naturalnych w zakresie do 1000, porównywać liczby naturalne, rozmieszczać liczby naturalne na osi liczbowej, wyznaczać połowę i ćwiartkę danej liczby, rozpoznawać odcinki równoległe i prostopadłe, mierzyć odcinki przy użyciu linijki, rozpoznawać trójkąty i prostokąty, rysować prostokąty o zadanych wymiarach, rozpoznawać koła, rozpoznawać prostopadłościąny, nazywać je i mierzyć ich wymiary.

Uczeń kończący klasę V powinien: wykonywać w pamięci proste obliczenia na liczbach całkowitych w zakresie od -1000 do 1000, wykonywać nieskomplikowane działania sposobem pisemnym, przeprowadzać łatwe obliczenia na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, rozumieć i wykorzystywać proste zapisy, w których występują litery, np. korzystać ze wzorów geometrycznych, dokonywać obliczeń kalendarzowych, rozpoznawać i rysować wielokąty, mierzyć odcinki i kąty, rozpoznawać graniastoslupy proste i ich siatki, obliczać pola prostokątów i kwadratów, interpretować zestawienia danych.

Uczeń kończący klasę VI powinien: wykonywać działania na liczbach wymiernych z wykorzystaniem praw i własności działań, znać pojęcie procentu i obliczać wartości pewnych procentów danej wielkości (1%, 10%, 25%, 50%), korzystać z podstawowych własności wielokątów, obliczać pola trójkątów i niektórych czworokątów (kwadrat, prostokąt, równoległobok), rozpoznawać graniastosłupy proste i ostrosłupy, obliczać pola powierzchni graniastosłupów prostych w przypadku, gdy podstawą jest prostokąt lub trójkąt równoboczny, obliczać objętość prostopadłościanu, analizować zestawienia danych, np. zinterpretować tabelę lub wykres.

Uczeń kończący klasę VII powinien: wykonywać działania na liczbach wymiernych, dokonywać szacowania wyników obliczeń, rozumieć i stosować pojęcie proporcjonalności, rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem prostych równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym dotyczące obliczeń procentowych, stosować podstawowe własności figur płaskich i przestrzennych do rozwiązywania zadań, wyszukiwać i gromadzić dane.

Uczeń kończący klasę VIII powinien: przeprowadzać nieskomplikowane obliczenia na liczbach wymiernych, rozumieć zapisy prostych wyrażeń algebraicznych i wykorzystywać je w zadaniach (wzory na pola powierzchni i objętości, zależności między prędkością, drogą i czasem itp.), rozwiązywać zadania z wykorzystaniem prostych równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, obliczać procent danej wielkości, stosować twierdzenie Pitagorasa do obliczania długości odcinków, obliczać pola i obwody kół, pola wybranych figur płaskich, obliczać pola powierzchni i objętości graniastosłupów prostych, rozumieć istotę doświadczeń losowych i oceniać prawdopodobieństwo zdarzenia w przypadkach doświadczenia jednoetapowego.

6) Ocenianie osiągnięć uczniów

Ważnym elementem jest ocenianie osiągnięć uczniów. Może się to odbywać np. w formie samooceny ucznia na temat zdobytej wiedzy i umiejętności, oceny innych uczniów, informacji zwrotnej od rodziców itp. Dla ułatwienia nauczyciel może przygotować odpowiednie dla uczniów testy online (np. na portalu edukator.pl, gdzie będzie mógł od razu zobaczyć podsumowanie ankiet) z zakresu samooceny, ale również oceny innych uczniów (głównie z zakresu kompetencji społecznych).

Ze względu na fakt, że uczniowie będą w dużej mierze pracować indywidualnie lub grupowo na przygotowanych przez nauczyciela kartach pracy, większość uczniowskich działań będzie obowiązkowo oceniona przez nauczyciela, który sprawdza i ocenia wszystkie karty. Ocena kart pracy ma przede wszystkim walor informacyjny oraz motywacyjny. Inne oceny uczniów będzie otrzymywał zgodnie z umową z nauczycielem zawartą na początku roku. Należy podkreślić, że przygotowywanie przez nauczyciela kart pracy przeznaczonych do indywidualnych działań ucznia powinno uwzględniać zróżnicowanie możliwości uczniów i dostosowanie do ich specjalnych potrzeb

edukacyjnych, zarówno w przypadku uczniów uzdolnionych, jak i niepełnosprawnych. Nauczyciel określa również, jakie inne formy oceny pracy, przyrostu wiedzy i umiejętności będą akceptowane (odpowiedzi ustne i pisemne, przygotowanie pracy plastycznej, wykonanie doświadczenia, przygotowanie projektu grupowego, nagranie filmu, wypowiedź na forum internetowym itp., przy czym dana forma wykonania zadania, zgodnie z zasadą uniwersalizmu, będzie dostępna dla każdego ucznia). W pracy grupowej każdy członek zespołu, jeżeli wykazuje należyte zaangażowanie i staranność (wcześniej należy doprecyzować, co oznacza to w przypadku każdego ucznia, tak aby były jasne i czytelnie sformułowane oczekiwania wobec każdego ucznia), otrzymuje taką samą ocenę (pomimo przydzielonych zadań o różnym stopniu trudności – w związku z indywidualnym podejściem do ucznia, w tym do uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi). W efekcie uczniowie rozwijają kompetencję kluczową, jaką jest umiejętność współpracy, gdyż niedokładne lub niepełne wykonanie zadania skutkuje niższą oceną dla całej grupy. Ma to również walor dodatkowy: uczniowie mocniejsi wspierają w uczeniu się uczniów słabszych, dzięki czemu sami utrwalają swoją wiedzę i umiejętności (taka forma uczenia się oceniana jest jako jedna z najskuteczniejszych).

Ocena ucznia ze SPE powinna uwzględniać jego możliwości oraz, jeżeli ma opracowany IPET/PDW, jego indywidualny plan. W przypadku pracy zespołowej i właściwie dobranych zadań ocena będzie się pokrywała z oceną zespołu.

Natomiast szczegółowe kryteria oceniania, uwzględniające m.in. konkretny zespół uczniów, muszą być ustalone przez nauczyciela i zaprezentowane uczniom i ich rodzicom.

Proponowany program nauczania został przygotowany zgodnie z podstawą programową i zapewnia realizację celów ogólnych i szczegółowych zawartych w podstawie programowej.

Scenariusze uwzględniają wiodącą rolę ucznia na zajęciach, jego aktywne zaangażowanie w lekcję oraz rozwijanie kompetencji kluczowych. Scenariusze zostały przygotowane zgodnie z zasadą uniwersalizmu, tak aby nauczyciel, najlepiej znający swoich uczniów, mógł je odpowiednio dostosować, uwzględniając indywidualne potrzeby swoich uczniów.

Przedstawiony program nauczania jest pozbawiony barier (finansowych, technicznych, organizacyjnych itp.), może być zaadaptowany w każdej szkole podstawowej bez uszczerbku dla efektywności nauczania i ma służyć nauczycielom, którzy będą go chcieli wdrożyć do praktyki szkolnej.

BIBLIOGRAFIA:

- Adamek I., *Wspieranie rozwoju dziecka: implikacje teorii Wygotskiego w praktyce*, Życie Szkoły 2007, nr 2, s. 5–10.
- Bloom B.S., Krathwohl D., [w:] Dylak, S., *Wprowadzenie do konstruowania szkolnych programów nauczania*, Wydawnictwo Szkolne PWN, Warszawa 2000.
- Bołtuć P., *Konstrukttywizm w e-edukacji oraz jego krytyka*, 2011, <http://www.e-mentor.edu.pl/artukul/index/numer/41/id/863> [dostęp 31 grudnia 2018].
- Brooks J. G., Brooks M. G., *In Search of Understanding: The Case for Constructivist Classrooms*, Merrill/Prentice Hall, USA 1999.
- Bruner J.S., *Poza dostarczone informacje*, Warszawa 1978.
- Rozwój u uczniów kompetencji kluczowych niezbędnych na rynku pracy*, Centrum Edukacji Nauczycieli w Gdańsku, <https://www.cen.gda.pl/wsparcie-szkol-i-placowek/wp-content/uploads/sites/26/2015/12/Skuteczne-rozwijanie-kompetencji-kluczowych-na-ryнку-pracy.pdf> [dostęp 31 grudnia 2018].
- Domagała-Zyśk E., *Projektowanie uniwersalne w edukacji osób z wadą słuchu*, [w:] *Z problematyki teatrologii i pedagogiki*, red. M. Nowak, E. Stoch, B. Borkowska, Wydawnictwo KUL, Lublin 2015.
- Dzikowska D., *Konstruktivistyczny model nauczania*, <http://www.edukacja.edux.pl/p-8574-konstruktivistyczny-model-nauczania.php> [dostęp 31 grudnia 2018].
- Gofron B., *Konstruktivistyczne ujęcie procesu uczenia się*, [w:] „*Periodyk Naukowy Akademii Polonijnej*” 2013, nr 1(7).
- Łoś E., Reszka A., *Metody nauczania stosowane w kształtowaniu kompetencji kluczowych MATEMATYKA*, Lublin 2009.
- Nauczanie indywidualne a indywidualizacja kształcenia – wyjaśnienie odnośnie zmian w zakresie kształcenia dzieci i młodzieży ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi*. men.gov.pl <https://www.gov.pl/web/edukacja/nauczanie-indywidualne-a-indywidualizacja-ksztalcenia-wyjasnienie-odnosnie-zmian-w-zakresie-ksztalcenia-dzieci-i-mlodziezy-ze-specjalnymi-potrzebami-edukacyjnymi> [dostęp 31 grudnia 2018].
- Niemierko B., *Cele kształcenia*, [w:] *Sztuka nauczania – czynności nauczyciela*, red. K. Kruszewski, PWN, Warszawa 2004.
- Okoń W., *Podstawy wykształcenia ogólnego*, WSiP, Warszawa 1987.
- Pelczar, J., Krawińska, A., *Metoda Hoppe SOS 3, Polska innowacyjna metoda korekcji wad postawy i rehabilitacji ruchowej*, Kalendarium 1991-2017, Nowy Sącz 2017.
- Ślusarczyk Cz., *Projektowanie uniwersalne jako sposób na tworzenie warunków do edukacji włączającej w szkołach wyższych*, 2013, <http://www.e-mentor.edu.pl/artukul/index/numer/52/id/1063> [dostęp 31 grudnia 2018].

Zdanowicz-Kucharczyk K., Konstruktywizm jako teoria uczenia się, 2015, http://encyklopediadziecinstwa.pl/index.php?title=Konstruktywizm_jako_teoria_uczenia_si%C4%99[dostęp 31 grudnia 2018].

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356) z późn. zm.

Zofia Muzyczka – doktor nauk matematycznych z ponad 40-letnim stażem pracy. Pracowała w szkołach różnego typu jako nauczyciel metodyk matematyki, wykładowca (i dyrektor) w Kolegium Nauczycielskim, docent (pełniąc również obowiązki prorektora oraz dyrektora Instytutu Pedagogicznego) w sądeckiej PWSZ. Autorka i współautorka licznych publikacji oraz autorskich programów i materiałów dydaktycznych. Ścisłe współpracowała z nauczycielami wychowania przedszkolnego, edukacji wczesnoszkolnej oraz szkoły podstawowej i gimnazjum w celu wprowadzania do nauczania matematyki treści zintegrowanych z innymi przedmiotami.