



**ODKRYWAMY
NIEZNANE**

**TOMASZ
WÓJTOWICZ**

**Program nauczania
matematyki na poziomie podstawowym
dla liceum/technikum**

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących
w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego
w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – dr inż. Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

SPIS TREŚCI

I. WSTĘP	5
II. CELE OGÓLNE I SZCZEGÓŁOWE	6
III. TREŚCI KSZTAŁCENIA I ZAŁOŻONE OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW	8
IV. INTERDYSCYPLINARNOŚĆ PROGRAMU NAUCZANIA	16
V. OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW	18
VI. ORGANIZACJA WARUNKÓW I SPOSÓB REALIZACJI KSZTAŁCENIA	20
VII. METODY, FORMY I TECHNIKI PRACY	22
VIII. KOMPETENCJE KLUCZOWE NA LEKCJACH MATEMATYKI I ICH PRZYDATNOŚĆ NA RYNKU PRACY	26
IX. EDUKACJA WŁĄCZAJĄCA	27
X. OCENIANIE OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW	28
XI. EWALUACJA PROGRAMU	31
XII. FUNKCJONALNOŚĆ I PRZYDATNOŚĆ PROGRAMU	32
BIBLIOGRAFIA	33

I. WSTĘP

Program nauczania matematyki na poziomie podstawowym „Odkrywamy nieznaną” przeznaczony jest dla uczniów szkół ponadpodstawowych: liceów oraz techników. Realizacja programu nauczania pozwala na ustawiczne, efektywne i twórcze zdobywanie wiedzy oraz kształtowanie umiejętności w oparciu o opanowane zagadnienia z niższych etapów edukacyjnych. Idea programu opiera się na heurystycznym (Kozielecki, 1969) nauczaniu matematyki (wytwarzanie pomysłów rozwiązania problemu w wyniku procesu myślenia i umiejętność dokonywania odkryć) oraz na wskazaniach raportu (1996 r.) międzynarodowej komisji powołanej przez UNESCO do opracowania kierunków rozwoju edukacji w XXI wieku. Według tego raportu edukacja jest organizowana przez całe życie i skupia się wokół czterech aspektów kształcenia, w których jednostka uczy się, aby:

- wiedzieć, czyli zdobyć narzędzia rozumienia,
- działać po to, by mieć wpływ na swoje środowisko,
- uczestniczyć i współpracować z innymi na wszystkich płaszczyznach działalności ludzkiej,
- być (być twórczym i kompetentnym).

Matematyka obejmuje wszystkie dziedziny nauki i towarzyszy uczniowi przez całe życie. Dlatego w programie proponuje się innowacyjne rozwiązania w zakresie nauczania, które uwzględniają ciągły rozwój społeczeństwa informacyjnego i postęp naukowo-techniczny oraz promują kreatywną działalność ucznia. Aktywną stroną lekcji będzie przede wszystkim uczeń, zaś nauczyciel będzie pełnił rolę inspiratora i doradcy. Poprzez wykonywanie czynności uczniowie zdobędą nowe doświadczenia, które będą pomocne w realizacji celu pośredniego – osiągnięcia wyniku na miarę możliwości ucznia na egzaminie maturalnym w zakresie podstawowym – oraz głównego – wszechstronnego rozwoju.

Całość działań będzie poparta przez ideę konstruktywizmu, zaproponowaną przez J. Piageta (Wadsworth, 1998). Konstruktywistyczna teoria uczenia się podkreśla aktywność jednostki w zdobywaniu wiedzy. Jednocześnie zdobywanie wiedzy jest procesem, który odbywa się w ciągłej interakcji z otoczeniem i konfrontacji z samym sobą. Według Piageta wiedza jest aktywnie tworzona przez uczącego się, a nie biernie odbierana z otoczenia. Istotą rozwoju intelektualnego jest dynamiczne i ciągłe wzajemne oddziaływanie uczącego się i otoczenia.

Ta idea pozwala wyposażyć ucznia w narzędzia wspomagające myślenie, przy uwzględnieniu jego możliwości umysłowych. W realizacji działań nauczyciel będzie musiał pamiętać, że uczenie się stanie się skuteczne, jeżeli będzie miało dla ucznia osobiste znaczenie (będzie wiązało się z realizacją osobistych pragnień i potrzeb).

II. CELE OGÓLNE I SZCZEGÓŁOWE

Jak czytamy w podstawie programowej, nauczanie matematyki w szkole ponadpodstawowej opiera się na trzech fundamentach: nauce rozumowania matematycznego, kształceniu sprawności rachunkowej i przekazywaniu wiedzy o własnościach obiektów matematycznych. Do głównych celów kształcenia z matematyki – wymagań ogólnych – zaliczamy:

I. Sprawność rachunkową (wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych).

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji (w tym interpretowanie i operowanie informacjami oraz używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych).

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji (w tym stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych, dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych, tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu, wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego).

IV. Rozumowanie i argumentację (w tym przeprowadzanie rozumowań, dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków, dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych).

CELE SZCZEGÓŁOWE (uwzględniające cele ogólne kształcenia w liceum/technikum)

Uczeń:

- traktuje uporządkowaną, systematyczną wiedzę jako podstawę kształtowania umiejętności:
 - » przyswaja wymagany zasób wiadomości matematycznych,
 - » rozumie pojęcia i twierdzenia matematyczne,
- doskonalą umiejętności myślowo-językowe:
 - » czyta teksty matematyczne ze zrozumieniem,
 - » wyjaśnia, wnioskuje, definiuje, posługuje się przykładami,
 - » matematyzuje problem występujący w zadaniu,

- rozwija osobiste zainteresowania i integruje wiedzę przedmiotową z różnych dyscyplin:
 - » zdobywa wiadomości i umiejętności ponadprzedmiotowe podczas rozwiązywania problemów,
 - » opisuje różne zjawiska za pomocą liczb,
 - » rozpoznaje własne potrzeby edukacyjne (jako element preorientacji zawodowej),
- zdobywa umiejętności i formułuje samodzielne sądy, uzasadnia własne i cudze sądy:
 - » samodzielnie zdobywa wiedzę matematyczną,
 - » analizuje rozwiązania i sprawdza ich poprawność,
- łączy zdolności krytycznego i logicznego myślenia z umiejętnościami wyobraźniowo-twórczymi:
 - » operuje różnymi modelami matematycznymi,
 - » zadaje pytania, dostrzega problemy,
 - » krytycznie ocenia wynik zadania,
- rozwija wrażliwość społeczną, moralną i estetyczną:
 - » efektywnie współpracuje podczas realizacji zadań i projektów,
 - » planuje, jest systematyczny i precyzyjny w realizacji działań,
 - » weryfikuje prawdziwość hipotez matematycznych,
- rozwija narzędzia myślowe umożliwiające obcowanie z kulturą i jej rozumienie:
 - » wybiera własną, skuteczną drogę rozwiązania zadania,
 - » rozwija wyobraźnię przestrzenną i myślenie abstrakcyjne,
 - » korzysta z narzędzi technologii informacyjno-komunikacyjnych,
- kształtuje szacunek dla wiedzy, wyrabia pasję, poznaje świat i stosuje zdobyte wiadomości w praktyce:
 - » formułuje wnioski oparte na rozumowaniu matematycznym,
 - » wykorzystuje narzędzia matematyki w życiu codziennym,
 - » przygotowuje się do życia we współczesnym świecie,
- w pełni uczestniczy w procesie nauczania-uczenia się (w ramach edukacji włączającej):
 - » jest doceniany i wspierany pomimo otaczających go barier,
 - » ma stworzone warunki funkcjonowania i przeżywania tak, jak osoby o typowym rozwoju,
 - » ma zorganizowane odpowiednie miejsce pracy,
 - » integruje się ze środowiskiem rówieśniczym, w tym celu ma zapewniony sprzęt specjalistyczny i odpowiednie środki dydaktyczne,
 - » jego nauczanie i wychowanie jest prowadzone przez specjalistów,
 - » świadomie uczestniczy w procesie edukacji i terapii.

III. TREŚCI KSZTAŁCENIA I ZAŁOŻONE OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW

Poszukiwanie rozwiązania danego zagadnienia wymaga od ucznia wiedzy o właściwościach obiektów matematycznych oraz sprawności rachunkowej, prezentowanej również przy użyciu sprzętu elektronicznego. Ze względu na użyteczność matematyki i jej zastosowania w szkolnym nauczaniu fizyki, informatyki, geografii i chemii, część treści powinna zostać zrealizowana już na poziomie klasy pierwszej. Istotnym elementem jest również realizacja treści nauczania w korelacji z analogicznym zagadnieniem podstawy programowej innego przedmiotu. Treści programowe mają charakter przyrostowy, co pozwala na spiralny przyrost wiedzy, umiejętności i kompetencji uczniów przez wszystkie lata nauki szkolnej. Przy doborze treści nauczania należy uwzględnić możliwości uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (proponuje się godziny do dyspozycji nauczyciela dla uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki lub dla uczniów uzdolnionych). Poniżej przedstawiono propozycję treści kształcenia z podziałem na klasy (dla liceum ogólnokształcącego klasy I–IV – dla technikum klasy I–V, dokonujemy tylko przesunięć o jeden rok wyżej) i przewidywaną liczbę godzin (448 godzin w całym cyklu kształcenia). W ramach zaplanowanych godzin każdą klasę można zakończyć częściowym powtórzeniem do egzaminu maturalnego.

Klasa I (liceum – 96 godzin, technikum – 64 godziny)

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 3) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 4) stosuje własności monotoniczności potęgowania;
- 5) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 6) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności;
- 7) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 20

2. Wyrażenia algebraiczne (wzory skróconego mnożenia drugiego stopnia).

Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;

- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 10

3. Równania i nierówności (liniowe i kwadratowe). Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- 5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów;
- 6) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 16

4. Funkcje (liniowa, kwadratowa). Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych i fizycznych;

- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji
 $y = f(x - a)$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) + b$.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 20

5. Optymalizacja. Uczeń:

- 1) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 6

6. Układy równań. Uczeń:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
- 3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 12

Godziny do dyspozycji nauczyciela: 12

Klasa II (liceum – 128 godzin, technikum – 96 godzin)

1. Wyrażenia algebraiczne (wzory skróconego mnożenia trzeciego stopnia, wielomiany, wyrażenia wymierne). Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia;
- 2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;
- 3) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 4) dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian;
- 5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- 6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne.

Przewidywana liczba godzin: 24

2. Równania i nierówności (wielomianowe i wymierne). Uczeń:

- 1) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
- 2) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 3) rozwiązuje równania wymierne, w których wielomiany są zapisane w postaci iloczynowej.

Przewidywana liczba godzin: 20

3. Liczby rzeczywiste (utrwalenie potęg i pierwiastków, logarytmy). Uczeń:

- 1) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Przewidywana liczba godzin: 12

4. Funkcje (wymierne, wykładnicze i logarytmiczne). Uczeń:

- 1) posługuje się funkcją wymierną, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 2) posługuje się funkcjami: wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Przewidywana liczba godzin: 12

5. Trygonometria. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
- 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
- 4) korzysta z wzorów na jedynkę trygonometryczną i tangens;
- 5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta;
- 6) oblicza miary kątów trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

Przewidywana liczba godzin: 18

6. Planimetria. Uczeń:

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, także z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
- 4) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 5) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 6) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum i środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;

7) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

Przewidywana liczba godzin: 22

Godziny do dyspozycji nauczyciela: 18

Klasa III (liceum – 96 godzin, technikum – 96 godzin)

1. Ciągi. Uczeń:

- 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;
- 3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
- 4) sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym lub geometrycznym;
- 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Przewidywana liczba godzin: 20

2. Planimetria. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 2) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów;
- 3) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 4) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu.

Przewidywana liczba godzin: 12

3. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach;
- 3) oblicza odległość między dwoma punktami w układzie współrzędnych;
- 4) posługuje się równaniem okręgu;
- 5) oblicza odległość punktu od prostej;
- 6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;
- 7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych oraz w symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

Przewidywana liczba godzin: 24

4. Kombinatoryka. Uczeń:

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

Przewidywana liczba godzin: 12

5. Statystyka. Uczeń:

- 1) stosuje skalę centylową;
- 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
- 3) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
- 4) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

Przewidywana liczba godzin: 12

Godziny do dyspozycji nauczyciela: 16

Klasa IV (liceum – 128 godzin, technikum – 96 godzin)**1. Stereometria. Uczeń:**

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
- 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- 3) rozpoznaje w graniastostupach i ostrostupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastostupów, ostrostupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
- 7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Przewidywana liczba godzin: 20

2. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Przewidywana liczba godzin: 14

3. Dowody w algebrze i geometrii. Uczeń:

- 1) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia;
- 2) przeprowadza dowody geometryczne.

Przewidywana liczba godzin: 8

4. Powtórzenie do egzaminu maturalnego w zakresie podstawowym.

Przewidywana liczba godzin: 46

Godziny do dyspozycji nauczyciela: 40

Klasa V (technikum – 96 godzin, treści wynikają z przesunięcia z klasy programowo niższej z liceum).

W programie proponuje się wdrożenie niżej wymienionych treści ponadprogramowych (w większości są to zagadnienia z zakresu rozszerzonego, niektóre z nich wykraczają poza podstawę programową liceum/technikum). Uczeń:

- Poznaje elementy logiki matematycznej.
- Wykorzystuje elementy teorii grafów do rozwiązywania zagadnień matematycznych.
- Stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.
- Stosuje wzory skróconego mnożenia wyższych stopni.
- Wykorzystuje własności trójkąta Pascala.
- Rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrami.
- Rozwiązuje układy równań, w których są dwa równania kwadratowe.
- Posługuje się złożeniami funkcji.
- Oblicza granice ciągów.
- Rozpoznaje szeregi zbieżne.
- Stosuje wzory redukcyjne.
- Rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne.
- Stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.
- Wykorzystuje wektory do rozwiązywania problemów fizycznych.
- Stosuje symbol Newtona do rozwiązywania problemów kombinatorycznych.
- Rozwiązuje zagadnienia optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.
- Rozwiązuje zadania anegdotyczne (zadania z różnych epok i zadania wielkich matematyków).
- Poznaje ciekawe zagadnienia matematyczne (kwadratura koła, trysekcja kąta, wstęga Möbiusa, historia liczby π , e – liczba Nepera, i – jednostka zespolona).

Dzięki wdrożeniu dodatkowych treści uczniowie mogą rozwijać tendencję do stałego zwiększania posiadanego zasobu wiedzy matematycznej. Są w ten sposób zachęceni do systematyzacji poznanego materiału, kształtowania umiejętności organizowania pracy oraz pozytywnego stosunku do wykonywanych czynności. Zaproponowane treści ponadprogramowe można realizować przy użyciu różnorodnych metod i form

przekazu. Dobrane treści wymagają skutecznych rozwiązań w indywidualizacji pracy, ale mogą mieć znaczący wpływ na rozwijanie zainteresowań uczniów i wdrażanie ich do samodzielnej pracy. Realizacja wybranych zagadnień może przyczynić się do wyszukiwania uczniów uzdolnionych, tym samym do rozwijania ich zainteresowań i talentów. Istotnym jest fakt, że treści te wymagają od uczniów samodzielnego poszukiwania i doświadczania, co może mieć wpływ na odkrywanie ścieżki kariery edukacyjnej i zawodowej przez uczniów (element preorientacji zawodowej). Wybrane treści mogą poszerzyć wiedzę matematyczną, rozbudzić zainteresowania uczniów, a także pomóc w przygotowaniu i osiągnięciu sukcesu w konkursach matematycznych. Można je realizować przy wsparciu aplikacji komputerowych oraz programów matematycznych, np. Korper Schnitte, Cabri. Oprócz wymienionych treści należy dostarczać uczniom zadania o podwyższonym stopniu trudności, pozwalające na bardziej dogłębną analizę zagadnień podstawowych.

IV. INTERDYSCYPLINARNOŚĆ PROGRAMU NAUCZANIA

Program zakłada realizację treści z podstawy programowej w korelacji z treściami z innych przedmiotów nauczanych w liceum/technikum.

Przykład:

1. Treści realizowane na matematyce z podstawy programowej z informatyki:

„Uczeń oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie” podczas realizacji działu Ciągi (klasa III liceum).

Kształcenie kompetencji kluczowej przypisanej do informatyki: Uczeń: projektuje i programuje rozwiązania problemów z różnych dziedzin, stosuje przy tym: instrukcje wejścia/wyjścia, wyrażenia arytmetyczne i logiczne, instrukcje warunkowe, instrukcje iteracyjne, funkcje z parametrami i bez parametrów, testuje poprawność programów dla różnych danych.

Kształcenie kompetencji przypisanych innym przedmiotom: uczenie się i rozwiązywanie problemów, dostrzeganie zależności przyczynowo-skutkowych i funkcjonalnych oraz złożoności zjawisk, umiejętność korzystania z technologii, projektowanie działań i przyjmowanie odpowiedzialności za wyniki.

2. Treści realizowane na matematyce z podstawy programowej z fizyki:

„Uczeń przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności”.

Kształcenie kompetencji kluczowej przypisanej do fizyki: stosowanie wiedzy i metod w odpowiedzi na postrzegane ludzkie potrzeby lub wymagania. Kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii obejmują rozumienie zmian powodowanych przez działalność człowieka oraz rozumienie swojej odpowiedzialności jako obywatela.

Kształcenie kompetencji przypisanych innym przedmiotom: kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

W programie kładzie się nacisk na rozwój kompetencji kluczowych, które służą rozwijaniu **umiejętności uniwersalnych** ucznia:

- skuteczne komunikowanie się i porozumiewanie się z innymi osobami we właściwy i kreatywny sposób (kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji),
- prawidłowe i skuteczne korzystanie z różnych języków (kompetencje w zakresie wielojęzyczności, np. zajęcia z matematyki po angielsku),
- obserwacje i eksperymenty (kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii),

- krytyczne i odpowiedzialne korzystanie z technologii cyfrowych (kompetencje cyfrowe),
- skuteczne zarządzanie czasem i informacjami (kompetencje osobiste),
- uczestnictwo w życiu obywatelskim i społecznym, skuteczne funkcjonowanie w grupie (kompetencje obywatelskie),
- krytyczne myślenie i rozwiązywanie problemów, radzenie sobie w nowych sytuacjach (kompetencje w zakresie przedsiębiorczości),
- rozwijanie i wyrażanie własnych pomysłów, kształtowanie umiejętności panowania nad emocjami (kompetencje w zakresie świadomości i ekspresji kulturalnej).

V. OSIĄGNIĘCIA UCZNIÓW

Osiągnięcia ucznia liceum/technikum z matematyki na poziomie podstawowym można opisać za pomocą następujących 5 poziomów: **konieczny, podstawowy, rozszerzający, dopełniający, wykraczający**. Mają one służyć nauczycielowi do właściwego opracowania przedmiotowego systemu oceniania i wymagań na poszczególne oceny. Należy pamiętać, że osiągnięcia z wyższego poziomu zawierają osiągnięcia z poziomów niższych.

Poziom 1: **konieczny**. Uczeń:

- interpretuje prosty tekst matematyczny oraz uzyskane wyniki,
- z niewielką pomocą nauczyciela wykonuje ćwiczenia i zadania o minimalnym stopniu trudności,
- używa języka matematycznego do opisu rozumowania i potrafi odczytać informacje bezpośrednio wynikającą z treści zadania,
- stosuje wzór lub podany schemat postępowania,
- wykonuje podstawowe kroki dla typowych danych,
- prawidłowo zapisuje przebieg i wynik obliczeń oraz odpowiedź w zadaniu.

Poziom 2: **podstawowy**. Uczeń:

- samodzielnie rozwiązuje zadania o minimalnym stopniu trudności,
- opanował podstawowe wiadomości i umiejętności,
- stosuje definicje i twierdzenia w typowym kontekście,
- do rozwiązywania zagadnień używa prostych obiektów matematycznych.

Poziom 3: **rozszerzający**. Uczeń:

- samodzielnie rozwiązuje zadania złożone z kilku kroków,
- stosuje wiadomości i umiejętności w sytuacjach typowych,
- przetwarza informacje z zadania,
- odwołuje się do poznanych twierdzeń,
- w dobrym stopniu posługuje się językiem matematycznym,
- ma dobrą sprawność rachunkową,
- ocenia przydatność otrzymanych wyników,
- wskazuje odpowiedni model matematyczny do rozwiązania problemów.

Poziom 4: **dopełniający**. Uczeń:

- poprawnie posługuje się językiem matematycznym,
- stosuje właściwe strategie w rozwiązywaniu zadań,
- potrafi krytycznie ocenić otrzymane wyniki,
- właściwie ustala czynności prowadzące do prawidłowego wyniku,
- wykazuje się bardzo dobrą sprawnością rachunkową,
- dobiera właściwy model matematyczny do złożonych problemów.

Poziom 5: **wykraczający**. Uczeń:

- stosuje twierdzenia i definicje, których nie obejmuje podstawa programowa,
- wyprowadza wnioski i potrafi je udowodnić,
- prowadzi złożone rozumowania,
- twórczo rozwiązuje nietypowe zadania,
- posiada wiedzę i umiejętności wykraczające poza podstawę programową,
- tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

VI. ORGANIZACJA WARUNKÓW I SPOSÓB REALIZACJI KSZTAŁCENIA

Przestrzeń klasowa, w której przebywają uczniowie, wywiera znaczący wpływ na jakość ich uczenia się. Efekty uczenia się w dużej mierze zależą od zapewnienia prawidłowych warunków środowiska edukacyjnego: technologicznych, architektonicznych oraz społecznych, wspierających proces uczenia się. Przestrzeń edukacyjna to przestrzeń, w której uczymy się być sobą – to zarówno materialna część otoczenia, jak i przestrzeń mentalna. Szkoła to przestrzeń, w której można stworzyć odpowiednie środowisko uczenia się. Sam budynek szkolny i tereny przyszkolne mogą być zaprojektowane nie tylko jako fizyczne miejsce, w którym następuje uczenie się, ale także jako narzędzie służące edukacji. Na przykład układ stolików w klasie może odzwierciedlać jeden z gwiazdozbiorów, a w podłogi i drzwi mogą być wbudowane różne figury geometryczne pozwalające na realizację ćwiczeń z matematyki.

Wspieraniu procesu edukacyjnego powinna służyć współpraca z instytucjami wspomaganiami (w tym uczelniami wyższymi i poradnią psychologiczno-pedagogiczną). Dla zapewnienia właściwego rozwoju ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi w szkole organizuje się matematyczne koła olimpijskie, ale również zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze dla uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki.

Na właściwy przebieg i najwyższą efektywność edukacji uczniów ma wpływ odpowiednie urządzenie klasy jako sali zajęciowej. Zorganizowanie przestrzeni klasy musi odpowiadać potrzebom uczniów. Do stałych sprzętów, w które powinna być wyposażona pracownia matematyczna w szkole ponadpodstawowej, możemy zaliczyć: komplet magnetycznych przyrządów tablicowych, prostokątny układ współrzędnych, kalkulatory, zestaw plansz dydaktycznych, tablicę interaktywną, tablice matematyczne, szablony do kreślenia krzywych. Oprócz tego nieodzownym elementem pracowni powinny być modele brył (rozkładanych z siatkami, wielościanów wpisanych itp.) oraz zestawy do przeprowadzania doświadczeń i obserwacji. W klasie należy wygospodarować miejsce na bibliotekę matematyczną, w której powinny się znaleźć m.in. zbiory zadań, czasopisma, literatura pomocnicza do nauki matematyki. Istotnym elementem jest również opracowanie i przestrzeganie reguł korzystania z pracowni matematycznej.

Kształtowanie umiejętności, w tym kompetencji kluczowych, wymaga zmodyfikowania tradycyjnej struktury lekcji. W programie akcentuje się tworzenie przez nauczyciela planu jednostki lekcyjnej ukierunkowanej na działanie, tzw. lekcji kreatorskiej, zaproponowanej przez Ministerstwo Edukacji Narodowej w 1995 r. Do etapów lekcji kreatorskiej zaliczamy:

1. Zaangażowanie (postawienie przed uczniami problemu, sprecyzowanie celów i poleceń, zorganizowanie pracy, stworzenie atmosfery sprzyjającej działaniu) – 5 minut.

Zadanie nauczyciela: stworzenie atmosfery sprzyjającej uczeniu się uczniów.

2. Badanie (analiza zadania otrzymanego przez uczniów, uczniowie samodzielnie rozpoznają problem, dyskutowanie, analizowanie, negocjowanie, porządkowanie zdobytych dotychczas wiadomości i doświadczeń, formułowanie hipotez, ustalanie sposobów rozwiązania zadania) – 10 minut.
Zadanie nauczyciela: sprawdzanie, ile wiadomości i umiejętności uczniowie wnoszą do pracy.
3. Przekształcanie (uczniowie porządkują i twórczo wykorzystują wiedzę zdobytą w drugiej fazie, przyjmują ostateczną wersję rozwiązania zadania) – 10 minut.
Zadanie nauczyciela: obserwacja i uważne słuchanie uczniów.
4. Prezentacja (przedstawienie przez sprawozdawcę efektów pracy grupy, porównanie różnych metod rozwiązania problemu oraz uzyskanych przez inne zespoły efektów, podzielenie się uwagami na temat pracy zespołu) – 10 minut.
Zadanie nauczyciela: ocena merytoryczna pracy uczniów.
5. Refleksja (uczniowie dokonują samooceny, określają, czego się nauczyli i jak można wykorzystać zdobytą wiedzę, oceniają sposób wykonania pracy swojej i innych, próbują określić metody działania i zasady wspólnego uczenia się) – 5 minut.
Zadanie nauczyciela: inspirowanie uczniów do refleksji.

Zaproponowana organizacja pracy nie tylko służy lepszemu i ciekawszemu prezentowaniu tajników nauki, ale też umożliwieniu osiągnięcia wymienionych w podstawie programowej celów edukacyjnych. Tak zaplanowane lekcje, przygotowywane według powyższego opisu, umożliwiają uczniom samodzielne zdobywanie wiedzy i popełnianie błędów na drodze poszukiwań do poprawnego rozwiązania.

Poprzez właściwie zaplanowany tok lekcji uczeń staje się odpowiedzialny za własną naukę. Ważne jest, aby materiał nauczania maksymalnie wykorzystać do kształcenia aktywnej postawy ucznia w obliczu trudnych dla niego problemów. Priorytetem pracy szkoły jest uczenie się i nauczanie, dlatego wszystkie procesy edukacyjne są **zorganizowane w sposób sprzyjający uczeniu się**. Uczenie się uczniów zależy w dużym stopniu od organizacji procesu nauczania, który powinien być planowany zgodnie z rozwojem społecznym, intelektualnym i osobistym uczniów. Proces kształcenia zależy od czynników związanych z organizacją pracy. Nauczanie w szkole jest celowe, ma jasno określone zadania, jest dobrze zorganizowane, a ilość czasu spędzanego na uczeniu musi być zaplanowana i kontrolowana.

VII. METODY, FORMY I TECHNIKI PRACY

Aktywne i skuteczne nauczanie zachęca nauczyciela do stosowania różnorodnych form i metod pracy. Przy dokonywaniu wyboru metody nauczyciel bierze pod uwagę nowoczesne technologie informacyjne oraz wykorzystuje w znaczącym stopniu bazę dydaktyczną szkoły. W programie zaleca się, aby stosować nowoczesne techniki nauczania, które bardzo mocno podkreślają podmiotowość ucznia, a także funkcję i rolę nauczyciela. Zgodnie ze współczesną dydaktyką w szkole stosuje się metody czynnościowe, ponieważ działania praktyczne i przekazywanie wiedzy innym przyczyniają się do zwiększenia efektywności pracy i kreatywności ucznia. Wybrane formy i metody pracy służą ćwiczeniu kompetencji kluczowych niezbędnych do poruszania się na rynku pracy.

1. Indywidualizacja w procesie nauczania powinna uwzględniać w swoim założeniu fakt, że poszczególni uczniowie różnią się zdolnościami oraz zainteresowaniami. Środowisko pracy ucznia musi być dostosowane do jego możliwości oraz maksymalnie rozwijać jego zdolności. Dużą rolę odgrywa ścisła współpraca z pedagogiem i psychologiem szkolnym, którzy wspomagają nauczyciela w określaniu indywidualnych stylów przyswajania wiedzy. Dzięki dostosowaniu form i metod pracy do preferowanych stylów uczenia się uczniów nauczyciel może stosować m.in. zróżnicowane karty pracy.

Biorąc pod uwagę indywidualne predyspozycje, należy tak zorganizować nauczanie, aby uczeń:

- stosował najbardziej odpowiadające mu techniki i formę wykonania zadania,
- decydował o wykonaniu zadania samodzielnie lub w grupie,
- wpływał na ilość wykonanych przez niego zadań,
- decydował o kolejności wykonywania określonych zadań.

Dzięki zastosowaniu powyższych zasad uczeń będzie aktywny i zaangażowany w zajęcia lekcyjne oraz pozalekcyjne.

Różnicując pracę z uczniami ze względu na indywidualne możliwości, potrzeba również mobilizować ich do uczestnictwa w **projektach edukacyjnych** oraz organizować koła zainteresowań zgodne z indywidualnymi zainteresowaniami. John Dewey – przedstawiciel nurtu progresywizmu – uważał, że wdrażanie metody projektu do praktyki szkolnej powinno przede wszystkim wspierać rozwój dziecka.

2. Projekty edukacyjne – szkolne inicjatywy, których celem jest uczestnictwo w życiu szkolnym i pozaszkolnym, powodujące aktywny udział w zachodzących zmianach. Realizacja projektów może przebiegać w wielu obszarach, w formie zależnej od możliwości i umiejętności uczniów oraz potrzeb najbliższego otoczenia.

Udział w projektach pozwoli uczniom na kształcenie umiejętności samodzielności i odpowiedzialności za siebie i otoczenie. Odpowiedzialność za projekt ponosić mają uczniowie przy wsparciu nauczycieli, rodziców oraz instytucji wspierających szkołę. Metoda ta pozwala uczniom na kształcenie i doskonalenie umiejętności najbardziej poszukiwanych na współczesnym rynku pracy. Aby jednak projekt edukacyjny pozwalał uczniom na osiągnięcie założonych celów oraz rozwijanie wiedzy i umiejętności w wyznaczonych zakresach, powinien być właściwie zaprojektowany przez nauczyciela.

3. Metoda heurystyczna wg G. Polyi – w procesie heurystycznego rozwiązywania zadań występują trzy podstawowe fazy:

- I. Faza obserwowania** (analiza zadania, wyróżnienie składników zadania, powiązanie składników z elementami wcześniej nagromadzonej wiedzy i znanymi sposobami działania, uzyskanie wiążących się z zadaniem faktów),
- II. Faza poszukiwania** (próba syntezy rozwiązania poprzez zestawienie planu rozwiązania, analiza przyczyn i uwarunkowań osiągniętego postępu i popełnionych błędów, uzyskanie nowych środków modyfikujących sposób postępowania),
- III. Faza oceny rozwiązania** (weryfikacja wyniku – czy spełnia warunki zadania, określenie wyniku może być przedmiotem odrębnego zadania).

4. Kącik matematyczny – na szkolnej stronie internetowej proponuje się zamieszczanie wytworów prac uczniów oraz nauczycieli w specjalnie utworzonej zakładce pn. „Kącik matematyczny”. Uczniowie i nauczyciele mogą podzielić się swoimi doświadczeniami, pracami oraz aktualnie realizowanymi projektami. Nauczyciele mogą umieszczać swoje autorskie karty pracy dostosowane do indywidualnych potrzeb i możliwości uczniów oraz przykłady działań prowadzonych podczas praktyki szkolnej. Zakładka ma stanowić źródło dobrych rozwiązań dla nauczycieli i uczniów z innych szkół.

5. Mecze matematyczne – rodzaj gier dydaktycznych, których celem jest wsparcie uczniów w rozwijaniu umiejętności myślenia matematycznego, w szczególności poprawnego formułowania wniosków opartych na rozumowaniu matematycznym. Celem pośrednim jest kształtowanie umiejętności pracy zespołowej wśród uczniów. W rozgrywkach mogą brać udział drużyny z jednej szkoły lub kilku szkół z tego samego etapu edukacyjnego. Do opracowania zadań można zaangażować nauczycieli matematyki ze szkół współuczestniczących w rozgrywkach. W celu przygotowania zadań nauczyciele mogą posługiwać się narzędziami technologii informacyjno-komunikacyjnych. Rozgrywki dają uczniom możliwość odkrywania matematyki oraz rozwijania umiejętności argumentowania, prezentowania rozwiązań, uważnego śledzenia rozumowań i znajdowania w nich błędów. Zadania powinny być odmienne od standardowych zadań podręcznikowych i egzaminacyjnych. Ich zróżnicowany stopień trudności pozwala na stosowanie różnych strategii rozgrywki.

6. Odwrócone nauczanie – lekcje różniące się od lekcji tradycyjnej tylko tym, że wprowadzenie lub uzupełnienie tematu jest przedstawione np. w formie wideo. Uczniowie przygotowują się do lekcji w domu lub w szkole, korzystając z materiałów przygotowanych wcześniej przez nauczyciela. W ten sposób mają dostęp do materiałów w dowolnym miejscu i czasie – zawsze wtedy, kiedy są w stanie najlepiej skoncentrować się na danym zagadnieniu. Udział technologii informacyjnej oznacza, że lekcje stają się bardziej zindywidualizowane, częściej występuje praca w grupach, samodzielna nauka oraz poszukiwania online podczas lekcji. Ta metoda pozwala przenieść centralny element procesu kształcenia z nauczyciela na ucznia. W toku lekcji nauczyciel aranżuje sytuacje problemowe i przeprowadza eksperymenty na wcześniej przyswojonych przez uczniów informacjach teoretycznych. Zwiększona jest też interakcja między prowadzącym a poszczególnymi członkami klasy.

7. Blog – jest to rodzaj strony internetowej, na której nauczyciel oraz uczeń umieszczają datowane wpisy treści matematycznych, wyświetlane kolejno, zaczynając od najnowszego, służące jako narzędzie do przekazywania wiedzy i inspirowania uczniów do pracy twórczej. Specyfika prowadzenia bloga wiąże się również z możliwością komentowania zamieszczanych postów. Uczniowie mogą w ten sposób wyrażać swoje zdanie w kwestii zamieszczanych materiałów, zadawać pytania, ale i wzajemnie sobie na nie odpowiadać. Blog matematyczny jest ciekawą formą uzupełnienia i utrwalenia wiedzy. Regularnie i ciekawie prowadzony, może w znacznym stopniu poprawić rezultaty nauczania. Wymaga jednak od nauczyciela zaangażowania i wysokiej motywacji do pracy na rzecz uczniów poza lekcjami.

8. Tutoring – dla uczniów chętnych w szkole odbywa się lekcja z nauczycielem, tzw. tutoring, która ma stanowić możliwość rozwijania potencjału uczniów oraz motywowania ich do samodzielnej pracy, a także doraźną pomoc w sytuacji uczniów „ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi”. Polega ona na regularnych poradach (zajęciach wyrównawczych) z uczniem, w ramach których podopieczni samodzielnie przygotowują zadania, a następnie omawiają je z tutorem, lub pomocy uczniom w trudnych sytuacjach. Pozwala to pokierować rozwojem ucznia, rozpoznać jego potencjał oraz wspólnie wyznaczyć ścieżkę rozwoju naukowego, osobistego i społecznego. Daje też możliwość dostosowania ścieżki edukacyjnej do jego specyficznej sytuacji, rozwija talenty i zainteresowania uczniów.

9. Coaching – jest to proces wspierania rozwoju umiejętności jednostki (ucznia) oraz utrwalania ich z pomocą nauczyciela poprzez obserwację pracy i wysiłku, udzielanie informacji zwrotnych i trenowanie nowych zachowań oraz umiejętności ucznia zdolnego.

Inne formy wsparcia uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi:

- warsztaty ze specjalistami i szkolenia,
- indywidualny program nauczania (własna ścieżka rozwoju ucznia),
- zajęcia rozwijające kompetencje emocjonalno-społeczne,
- zajęcia dot. wyboru dalszej ścieżki edukacyjnej,

- wsparcie w ramach zajęć rozwijających umiejętność uczenia się.

W zależności od wybranej metody pracy z uczniami nauczyciel dobiera odpowiednią **formę pracy**: indywidualną – jednolitą lub zróżnicowaną, zbiorową albo grupową – jednolitą lub zróżnicowaną.

VIII. KOMPETENCJE KLUCZOWE NA LEKCJACH MATEMATYKI I ICH PRZYDATNOŚĆ NA RYNKU PRACY

Zastosowanie opisanych form i metod pracy z uczniami w znaczącym stopniu pozwoli zwiększyć szanse absolwentów liceum/technikum na znalezienie zatrudnienia po zakończeniu kształcenia. Ich realizacja wskazuje uczniom obszary kształcenia, które zapewniają uzyskanie kompetencji, oraz dostosowuje indywidualne jednostki do potrzeb gospodarki i społeczeństwa. W programie kładzie się duży nacisk na zdolności analityczne i kompetencje samoorganizacyjne (poprzez pracę metodą projektu), ale również pracę w zespołach interdyscyplinarnych.

Po zrealizowaniu tego programu uczeń będzie wyposażony w szeroki wachlarz kompetencji niezbędnych na ciągle zmieniającym się rynku pracy. Zintensyfikowane wsparcie w zakresie kompetencji kluczowych wzmacnia umiejętności i predyspozycje uczniów, które przydatne będą na dalszych etapach kształcenia oraz na rynku pracy. Nieodzownym elementem kształcenia kompetencji kluczowych powinna być również mobilność edukacyjna, np. w ramach programu Erasmus+, i współpraca między światem edukacji i pracy. Wpłynie ona pozytywnie na kształtowanie kompetencji międzykulturowych (w tym kompetencji językowych), zarządzanie informacjami, organizację pracy własnej, odpowiedzialność i dyscyplinę oraz umiejętność i szybkość uczenia się.

IX. EDUKACJA WŁĄCZAJĄCA

Na lekcjach matematyki nauczyciel uwzględnia zalecenia Ministra Edukacji Narodowej w zakresie **edukacji włączającej** w formie:

- opracowania jasnych zasad funkcjonowania każdego ucznia w zespole klasowym,
- proponowania zajęć warsztatowych, których celem będzie samokształcenie i samodzielność ucznia,
- doceniania wkładu pracy ucznia w wykonywane zadania,
- angażowanie całego zespołu klasowego w budowanie naturalnych relacji uczniów niepełnosprawnych z rówieśnikami,
- współpracy z rodzicami ucznia niepełnosprawnego,
- aranżacji i dostosowania sali lekcyjnej do potrzeb ucznia,
- wprowadzenia, w razie potrzeby, specjalistów wspomagających,
- wdrożenia innowacyjnych form i metod pracy wzbudzających ciekawość poznawczą ucznia niepełnosprawnego.

X. OCENIANIE OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW

W programie proponuje się zastosowanie **oceny formatywnej (kształtującej)** oraz **oceny sumatywnej**. Celem oceny kształtującej jest doskonalenie procesu uczenia się ucznia poprzez monitorowanie postępów i ocenę poziomu zrozumienia przez ucznia konkretnego zadania, zanim przejdzie do następnego. Uczniowie na podstawie podanych kryteriów oceny wzajemnie recenzują swoją pracę i dają sobie wskazówki, jak ją poprawić. Ten rodzaj oceny nie jest podsumowaniem, ale wspomaga proces uczenia się ucznia i stale mu towarzyszy.

Ocena formatywna pozwala na stworzenie atmosfery uczenia się, wzmocnienie poczucia większej wartości uczniów i zaangażowanie w proces uczenia się. Uczeń jest świadomy, umiejętnie współpracuje z innymi oraz jest zachęcony do poszukiwania odpowiedzi na postawione problemy. Ocena jest realizowana poprzez formułowanie tzw. pytań kluczowych. Celem zadawania pytań kluczowych jest:

- pokazywanie uczniom szerszej perspektywy zagadnienia,
- powiązanie z celami lekcji,
- skupianie w krótkiej formie głównej problematyki lekcji,
- spowodowanie zainteresowania ucznia tematem.

Odpowiedź na zadane pytanie uczeń powinien uzyskać podczas lekcji.

Pytania kluczowe powinny:

- stawiać na pierwszym miejscu cele uczenia i przyspieszać ich realizację,
- zachęcać ucznia do odpowiedzi,
- angażować wszystkich uczniów, stawiać im wyzwania,
- motywować uczniów do samodzielnego myślenia i poszukiwania odpowiedzi,
- zachęcać do uzasadniania poglądów i sposobu rozumowania.

Ocena sumatywna ma znaczenie przy podsumowaniu wiedzy nabytej przez ucznia, ogranicza się do wystawienia stopnia uczniowi i jest zbieżne z określeniami poziomu osiągnięć uczniów (konieczny, podstawowy, rozszerzony, dopekniający, wykraczający).

Ocenię podlegają: pisemne prace kontrolne, kartkówki, zadania maturalne, aktywność ucznia, odpowiedź ustna, zadania domowe, praca w grupach, konkursy, próbne matury, udział w projektach, prezentacje.

Sumy punktów uzyskanych z prac pisemnych przelicza się według następującej skali:

- **niedostateczny** (0–39%) – uczeń nie opanował podstawowych zagadnień z podstawy programowej, braki uniemożliwiają dalsze kształcenie,
- **dopuszczający** (40–49%) – uczeń rozwiązuje zadania o niewielkim stopniu trudności,

- **dostateczny** (50–74%) – uczeń popełnia niewielkie błędy, ale opanował wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej,
- **dobry** (75–89%) – uczeń zdobywa samodzielnie wiadomości i umiejętności w sytuacjach typowych,
- **bardzo dobry** (90–95%) – uczeń samodzielnie rozwiązuje problemy teoretyczne i praktyczne objęte programem nauczania,
- **celujący** (96–100%) – wiedza i umiejętności ucznia wykraczają poza podstawę programową z matematyki dla poziomu podstawowego, uczeń proponuje rozwiązania nietypowe.

Funkcję motywującą i wspierającą proces oceniania mogą także pełnić następujące narzędzia:

KARTA AKTYWNOŚCI UCZNIA (wskazuje na aktywność ucznia na podstawie uzyskanej liczby punktów). Ocena poziomu w skali 1–6.

Obszar:

- wiedza i jej zastosowanie – przykłady narzędzi: prace pisemne, projekty szkolne, ćwiczenia,
- uczestnictwo w lekcjach – przykłady narzędzi: odrabianie zadań domowych, zaangażowanie w pracę podczas lekcji, współpraca w realizacji zadania, przygotowanie do lekcji,
- umiejętności społeczne – przykłady narzędzi: poszukiwanie informacji, analiza danych, udział w projektach, praca w kołach naukowych,
- aktywność poza lekcjami – przykłady narzędzi: udział w konkursach, realizacja projektów pozaszkolnych, organizacja i aktywny udział w festiwalach nauki.

WYZNACZNIKI MATEMATYKI (narzędzie obrazuje poziom opanowania zagadnień z podstawy programowej z matematyki np. po zakończeniu roku szkolnego lub całego etapu edukacyjnego, narzędzie jest uzupełniane na bieżąco).

- **Punkt podstawy programowej** (wymieniamy kolejne punkty).
- **Stopień realizacji** (może być w skali 1–6).
- **Co należy poprawić** (uwagi do realizacji).

Ocenianie uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi

Ocenianie uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi powinno odbywać się zgodnie z procedurą ustaloną dla całej szkoły. Podczas oceniania uczniów niedosłyszających, niedowidzących, ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się, z niepełnosprawnością intelektualną, niepełnosprawnych ruchowo itd. nauczyciel powinien:

- doceniać najmniejsze nawet wysiłki czy umiejętności uczniów,

- rozstrzygać na korzyść ucznia, jaką ocenę wystawić – wyższą czy niższą,
- regularnie rozmawiać z uczniami na temat zasad oceniania i wystawionych już ocen,
- ciągle poznawać aspiracje uczniów, które sprzyjają ich motywowaniu,
- wskazywać uczniom elementy do poprawy,
- uzasadniać wystawione oceny,
- wyznaczać zadania dodatkowe dla uczniów uzdolnionych matematycznie,
- ustalać ocenę dla uczniów posiadających orzeczenie o potrzebie kształcenia specjalnego po zasięgnięciu opinii nauczyciela wspomagającego.

Do narzędzi oceny postępów ucznia niepełnosprawnego możemy zaliczyć:

- **Drogowskazy aktywności ucznia** (zawierające prace pisemne, karty pracy, wytwory prac ucznia),
- **Kartę oceny opisowej** (wraz z wnioskami do dalszej pracy).

XI. EWALUACJA PROGRAMU

Ewaluacja programu ma na celu ustalenie zgodności prezentowanych treści programowych ze stanem wiedzy i umiejętności uczniów, zamierzeń programowych i efektu tych zamierzeń, właściwych postaw uczniów, wzmocnienia skuteczności w realizacji programu, ewentualnej jego modyfikacji.

Proponuje się metody i narzędzia ewaluacji programu dot. **oceny wiedzy i umiejętności uczniów**:

- diagnoza wstępna: punkt wyjścia do badania przyrostu wiedzy i umiejętności uczniów, podstawa planowania i organizowania procesu kształcenia, narzędzie: test na wstępie,
- diagnoza śródroczna: przedstawia mocne i słabe strony poszczególnych sfer rozwojowych ucznia, narzędzia: matury próbne, sprawdziany śródroczne,
- diagnoza końcowa: pozwala na porównanie profilu ucznia po roku zajęć z profilem ucznia sporządzonym po teście na wstępie, narzędzie: test na zakończenie.

Ankieta dla uczniów jako metoda i narzędzie ewaluacji programu dot. oceny zmian w zakresie kształcenia właściwych **postaw** (ocena w skali 1–6).

Przykład:

1. Rozwijam zdolności przez udział w konkursach matematycznych.
2. Przedstawiam propozycje realizacji omawianych tematów.
3. Umiejętnie współpracuję w grupie podczas realizacji zadań.
4. Biorę odpowiedzialność za powierzone mi zadania.
5. Systematycznie poszukuję nowych treści ponadprogramowych.

Metody i narzędzia ewaluacji programu dot. oceny kształcenia w zakresie oceny realizacji celów kształcenia (powinna mieć charakter teoretyczny i dotyczyć oceny zasadności budowania celów programu):

Analiza SWOT:

- Mocne strony
- Słabe strony
- Szanse
- Zagrożenia.

Zaleca się również stosowanie **testu-powtórki**, w którym nauczyciel zadaje wiele pytań odnoszących się do omawianego wcześniej materiału, a uczniowie udzielają na nie pisemnych odpowiedzi, po każdym pytaniu nauczyciel podaje prawidłową odpowiedź.

XII. FUNKCJONALNOŚĆ I PRZYDATNOŚĆ PROGRAMU

Program nauczania jest pozbawiony wszelkich barier: finansowych, organizacyjnych i technologicznych, które uniemożliwiłyby adaptację w dowolnej placówce edukacyjnej. Jest możliwy do realizacji w liceum/technikum na przedmiocie matematyka na poziomie podstawowym. Jest zgodny z nową podstawą programową dla liceum/technikum, a treści programu są dostosowane do potrzeb i możliwości uczniów.

BIBLIOGRAFIA

- Wadsworth B.J., *Teoria Piageta, Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1988.
- Koziński J., *Rozwiązywanie problemów*, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1969.
- Polya G., *Jak to rozwiązać?*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- Black P., Harrison Ch., Lee C., Marshall B., William D., *Jak oceniać, aby uczyć?*, Wydawnictwo Civitas, Warszawa 2006.
- Bałachowicz J., Rowicka A., *Nowoczesny wychowawca: tutor, mentor, coach*, WSP TWP, Warszawa 2013.

Tomasz Wójtowicz – magister matematyki, nauczyciel mianowany, zatrudniony w Zespole Szkół Ogólnokształcących nr 1 w Prudniku, z 9-letnim stażem pracy. Egzaminator OKE egzaminu maturalnego oraz egzaminu ósmoklasisty z matematyki. W latach 2016–2017 pełnił funkcję eksperta w Szkole ćwiczeń ORE. Laureat m.in. Nagrody Marszałka Województwa Opolskiego za szczególne osiągnięcia w rozwoju edukacji. Autor publikacji *Umysły w drodze do przyszłości, część II* (2015), ścieżek edukacyjnych *Ptasi świat i jego tajemnice* (2013), *Okolica, jakiej nie znamy* (2013), współautor publikacji *Nowoczesna Edukacja Szkolna – jak to się robi w praktyce* (2014).