



MATEMATYKA –
DRZWI DO
POZNANIA ŚWIATA

ADAM
MAKOWSKI

Program nauczania
matematyki na poziomie podstawowym dla liceum

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – dr inż. Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Katarzyna Szczepkowska-Szcześniak

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

1. WSTĘP

*Matematyka jest alfabetem,
za pomocą którego Bóg opisał wszechświat.*
Galileusz

Program uwzględnia założenia podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego wprowadzonej Rozporządzeniem MEN z dnia 30 stycznia 2018 r. Stąd jego głównymi adresatami są nauczyciele i uczniowie klas licealnych po ośmioletniej szkole podstawowej, w których matematyka nauczana jest na poziomie podstawowym. Zgodnie z rozporządzeniem MEN w sprawie ramowych planów nauczania realizacja programu została zaplanowana w następującym wymiarze godzin:

- klasa 1 (102 godziny) – 3 godziny tygodniowo;
- klasa 2 (136 godzin) – 4 godziny tygodniowo;
- klasa 3 (102 godziny) – 3 godziny tygodniowo;
- klasa 4 (104 godziny) – 4 godziny tygodniowo.

Proponowane liczby godzin uwzględniają przerwy świąteczne, ferie, egzaminy zewnętrzne, akademie szkolne, wycieczki itp. Ponadto program przewiduje pewną liczbę godzin do dyspozycji nauczyciela. Godziny te w zależności od indywidualnych potrzeb uczniów nauczyciel może przeznaczyć na zwiększenie liczby godzin przewidzianych na realizację zagadnień, które sprawiły uczniom większy kłopot, lub na realizację treści wykraczających poza podstawę programową.

Nacisk na praktyczne zastosowania matematyki sprawia, że program ten jest również dobrą propozycją dla uczniów i nauczycieli technikum. Adaptacja programu do nauczania w technikum wymaga jednak nowego podziału treści kształcenia na klasy, dostosowanego do pięcioletniego cyklu kształcenia i innej liczby godzin w poszczególnych klasach w stosunku do liceum oraz uwzględniającego okresy praktycznej nauki zawodu. Układ treści powinien pozostać niezmienny.

Plastyczność programu wynikająca z szerokiej propozycji metod i form pracy sprawia, że można go w łatwy sposób zaadaptować do klas o różnym potencjale. Sugerowane sposoby pracy uwzględniają uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, a w szczególności, odpowiadając na jeden z priorytetów w polityce oświatowej wszystkich krajów członkowskich Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (OECD), potrzebę edukacji włączającej.

Uczniowie realizujący program matematyki na poziomie podstawowym zazwyczaj rozwijają się w innych dziedzinach, są to albo przedmioty przyrodnicze, albo humanistyczne. W ich przypadku nauczanie matematyki powinno odbywać się możliwie blisko i w oparciu o przykłady z otaczającego świata. Lekcje matematyki powinny być

w takim przypadku szczególnie ciekawe i interesujące, aby pomimo innych zainteresowań uczniów przekonać ich do uczenia się tego kluczowego w rozwoju przedmiotu.

Współczesna szkoła nie może być obojętna na potrzeby rozwijającej się gospodarki i szybko zmieniających się potrzeb rynku pracy. Współczesny nauczyciel nie może lekceważyć badań związanych z szybkim rozwojem neuronauki oraz neurodydaktyki. Te jednoznacznie wskazują, że nauka jest najbardziej skuteczna, gdy angażuje wszystkie zmysły, związana jest z ruchem, z doświadczeniem w oparciu o wrodzoną ciekawość poznawczą. Zatem nauczanie powinno w dużej mierze opierać się na aktywności ucznia w zdobywaniu wiedzy i w ciągłej interakcji z otoczeniem, co odpowiada naukowej koncepcji konstruktywizmu, zgodnie z którą uczeń konstruuje swoją wiedzę w oparciu o podejmowane aktywności (teoria J. Piageta). Wiek licealny to, według teorii Piageta, stadium operacji formalnych, tzn. następuje wtedy rozwój myślenia abstrakcyjnego i hipotetyczno-dedukcyjnego, tak istotnego dla procesów twórczych. Należy ten twórczy potencjał optymalnie zagospodarować.

Nauczanie nie może kłaść głównego nacisku na wiedzę, nie może również poprzestawać na rozumieniu i umiejętności jej zastosowania. To są, zgodnie z taksonomią Blooma, dopiero środki do zdobycia wiedzy w pełni funkcjonalnej. Powinniśmy kształcić u uczniów wyspecjalizowane umiejętności, takie jak analiza, synteza i ocena (ewaluacja) sytuacji, niezbędne do selekcjonowania i wyszukiwania najbardziej trafnych informacji oraz wdrażania optymalnych rozwiązań w codziennym życiu.

W końcu współczesne nauczanie nie może nie uwzględniać procesu globalizacji i rozwoju technologii. Musi kłaść nacisk na kształcenie racjonalnego i umiejętnego korzystania z powszechnie dostępnych technologii zarówno w życiu naukowym, jak i społecznym.

Dzięki takiemu podejściu uczeń ma szanse rozwijania takich kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie, jak np.:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje matematyczne,
- kompetencje techniczne i inżynierskie,
- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje w zakresie przedsiębiorczości,
- kompetencje obywatelskie.

Ważnym aspektem tego programu jest jego funkcjonalność. Wdrożenie programu nie pociąga za sobą kosztów finansowych. Jego realizacja jest dostosowana do możliwości organizacyjnych i technicznych przeciętnej polskiej szkoły. Wymaga jedynie pewnej kreatywności i zaangażowania ze strony nauczyciela. Program jest zgodny z obowiązującymi aktami prawnymi, w szczególności z podstawą programową, i uwzględnia ramowy plan nauczania w czteroletnim liceum.

2. KONSTRUKCJA PROGRAMU NAUCZANIA

Umysł nie jest naczyniem, które należy napełnić, lecz ogniem, który trzeba rozniecić.
Plutarch

Program realizuje wszystkie treści nauczania – wymagania szczegółowe – wskazane w podstawie programowej z matematyki dla poziomu podstawowego. Treści nauczania zostały podzielone na tematyczne działy uwzględniające logiczny porządek wprowadzanych zagadnień oraz liczby godzin matematyki w poszczególnych klasach wynikające z ramowych planów nauczania.

Klasa 1. (102 godz.)

1. Liczby rzeczywiste – 24 godz.
2. Wyrażenia algebraiczne – 25 godz.
3. Funkcja i jej własności – 15 godz.
4. Funkcja liniowa – 18 godz.
5. Funkcja kwadratowa cz. 1. – 20 godz.

Klasa 2. (136 godz.)

1. Funkcja kwadratowa cz. 2. – 18 godz.
2. Geometria trójkąta – 32 godz.
3. Wielokąty, koła i okręgi – 26 godz.
4. Równania i nierówności wielomianowe. Równania wymierne – 28 godz.
5. Geometria analityczna – 32 godz.

Klasa 3. (102 godz.)

1. Trygonometria – 16 godz.
2. Geometria i trygonometria – 30 godz.
3. Ciągi – 36 godz.
4. Kombinatoryka – 20 godz.

Klasa 4. (104 godz.)

1. Geometria przestrzenna – 34 godz.
2. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka – 18 godz.
3. Zadania optymalizacyjne – 12 godz.
4. Powtórzenie przed maturą – 40 godz.

Konstrukcja programu nauczania uwzględnia spiralny układ treści nauczania w rozumieniu powtarzania i utrwalania materiału na kolejnych, wyższych etapach kształcenia. W tym celu wprowadzenie nowych treści poprzedzane jest powtórką wiadomości przydatnych do opanowania nowych umiejętności. Na poziomie podstawowym powracanie do wcześniej zrealizowanych treści jest szczególnie

istotne. Taka konstrukcja jest niezwykle istotna w przypadku uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. W przypadku uczniów ze SPE zaleca się sprawdzanie wiedzy w mniejszych odstępach czasu z podziałem na mniejsze (krótsze) formy pisemne.

Zarówno układ zagadnień, jak i merytoryczne wiązanie treści z różnych przedmiotów uwzględnia potrzebę użycia narzędzi matematycznych w procesie nauczania przedmiotów przyrodniczych i informatyki. Tak realizowana korelacja przedmiotowa pozwala uczniowi zrozumieć, na czym polegają teoretyczne i praktyczne zastosowania wiedzy matematycznej, a nauczycielom przedmiotów przyrodniczych i informatyki sprawnie wykorzystywać narzędzia matematyczne do realizacji celów na swoich lekcjach.

Matematyka jest jednym z niewielu przedmiotów, którego nauka kończy się obowiązkowym egzaminem maturalnym. Układ treści uwzględnia potrzebę solidnego przygotowania do tego egzaminu, w szczególności w klasie 4. W związku z realizacją tego celu wiele godzin przeznaczonych jest na powtórzenie wszystkich wymagań z zakresu liceum. Mając na uwadze uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, należy pamiętać, że często sama konstrukcja zadań na egzaminie maturalnym może stanowić barierę. Zaleca się zatem opracowywanie form pisemnych sprawdzianów z zadaniami na kształt zadań maturalnych.

2.1. Cele kształcenia

Program uwzględnia cele nadrzędne wskazane w preambule podstawy programowej, m. in.:

- doskonalenie umiejętności myślowo-językowych, takich jak: czytanie ze zrozumieniem, formułowanie pytań i problemów, uzasadnianie, wnioskowanie;
- rozwijanie osobistych zainteresowań ucznia i integrowanie wiedzy przedmiotowej z różnych dyscyplin,
- łączenie zdolności krytycznego i logicznego myślenia z umiejętnościami wyobrażeniowo-twórczymi;
- rozwijanie u uczniów szacunku dla wiedzy, wyrabianie pasji poznawania świata i zachęcanie do praktycznego zastosowania zdobytych wiadomości.

W szczególności program realizuje cele kształcenia wskazane w podstawie programowej z matematyki.

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji

- 1) Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
- 2) Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

- 1) Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
- 2) Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
- 3) Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
- 4) Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

IV. Rozumowanie i argumentacja

- 1) Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
- 2) Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie na ich podstawie wniosków i uzasadnianie ich poprawności.
- 3) Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązania problemów, tworzenie ciągu argumentów gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
- 4) Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

Program obejmuje wszystkie wymagania ogólne oraz treści nauczania – wymagania szczegółowe – ujęte w podstawie programowej z matematyki dla zakresu podstawowego oraz poszerza te treści o elementy popularyzujące matematykę. Układ treści nauczania jest autorski i uwzględnia sugestie autorów podstawy programowej co do warunków i sposobu ich realizacji. Stąd wiele zagadnień jest realizowanych w klasie pierwszej ze względu na użyteczność matematyki i jej zastosowania w szkolnym nauczaniu fizyki, informatyki, geografii i chemii. Korelacja z tymi przedmiotami znajduje odzwierciedlenie również w treściach realizowanych w wyższych klasach. Ponadto układ treści uwzględnia wiek i zainteresowania uczniów, jak również konieczność chronologicznego wprowadzania określonych pojęć.

Program nauczania zawiera propozycję szczegółowego rozkładu materiału z podziałem na klasy.

Klasa 1. (102 godz.)

1. Liczby rzeczywiste – 24 godz.

1.1. Cztery działania w zbiorze liczb rzeczywistych

- stosuje własności dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia w zbiorze liczb rzeczywistych;

1.2. Liczby naturalne i całkowite

- rozróżnia liczby pierwsze i złożone, zna cechy podzielności i parzystość, wie, jak wyznaczyć NWD, NWW, reszty z dzielenia, przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia, np. dowodzi, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych;

1.3. Liczby wymierne i niewymierne

- zna liczby wymierne i niewymierne, zamienia ułamki zwykłe na dziesiętne i odwrotnie, dowodzi niewymierności liczb, np. pierwiastka z dwóch;

1.4. Pierwiastek arytmetyczny

- oblicza pierwiastki dowolnego stopnia;

1.5. Potęgowanie

- oblicza potęgi o wykładniku całkowitym (ujemnym), potęgi o wykładniku wymiernym, przeprowadza dowody podstawowych własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych);

1.6. Własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych

- stosuje procent składany, oblicza zyski z lokat, koszty kredytu;

1.7. Logarytmy

- oblicza logarytm, logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi; zna dowody podstawowych własności logarytmów; dowodzi niewymierności liczb typu logarytm przy podstawie dwa z pięciu itp.; stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.

2. Wyrażenia algebraiczne. Równania i nierówności liniowe – 25 godz.

2.1. Działania na sumach algebraicznych

- działa na wyrażeniach algebraicznych, wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;

2.2. Wzory skróconego mnożenia

- zna i stosuje wzory skróconego mnożenia na: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnicę kwadratów, sześciąt sumy, sześciąt różnicy, sumę i różnicę sześciątów oraz uogólniony wzór na różnicę n-tych potęg;

2.3. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia

- usuwa niewymierności z mianownika, dowodzi własności typu: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;

2.4. Zbiory. Działania na zbiorach

- zna zbiory liczbowe, wykonuje działania na zbiorach liczbowych (suma, iloczyn, różnica zbiorów, dopełnienie);

2.5. Przedziały liczbowe

- zna i wykonuje działania na przedziałach na osi liczbowej;

2.6. Równania liniowe

- rozwiązuje równania liniowe, rozróżnia równania równoważne, sprzeczne, tożsamościowe;

2.7. Nierówności liniowe

- rozwiązuje nierówności z jedną niewiadomą, rozróżnia nierówności równoważne, nierówności sprzeczne, tożsamościowe;

2.8. Wartość bezwzględna

- zna i stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej.

3. Funkcja i jej własności – 15 godz.

3.1. Pojęcie funkcji

- zna podstawowe pojęcia związane z funkcją: funkcja, argument, dziedzina, zbiór wartości, miejsce zerowe, potrafi przedstawiać funkcję na różne sposoby;

3.2. Zastosowanie funkcji

- wyznacza i odczytuje wartości funkcji (zastosowanie w życiu);

3.3. Odczytywanie własności funkcji z wykresów

- odczytuje z wykresów: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe lub mniejsze od danej liczby, największą i najmniejszą wartość funkcji (również na danym przedziale domkniętym), rysuje wykresy funkcji danych wzorem;

3.4. Przekształcenia wykresów funkcji

- szkicuje na podstawie wykresu funkcji $f(x)$ wykresy funkcji:
 $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.

4. Funkcja liniowa – 18 godz.

4.1. Funkcja liniowa i jej wykres

- rysuje wykres funkcji liniowej, zna własności współczynnika kierunkowego i współczynnika przesunięcia, wskazuje miejsca zerowe;

4.2. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej

- wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie odpowiednich danych, np. mając współczynnik kierunkowy i punkt należący do wykresu;

4.3. Układy równań liniowych

- rozwiązuje układy równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników;

4.4. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych

- rozróżnia układy równań oznaczone, nieoznaczone, sprzeczne;

4.5. Zadania tekstowe

- stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

5. Funkcja kwadratowa cz. 1. – 20 godz.

5.1. Wykres funkcji kwadratowej i jej własności

- rysuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem kanonicznym i ogólnym;

5.2. Różne postaci wzoru funkcji kwadratowej

- zna i stosuje postać ogólną, postać kanoniczną, postać iloczynową funkcji kwadratowej, wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie odpowiednich danych, dowodzi wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego;

5.3. Równania kwadratowe

- rozwiązuje równania kwadratowe różnymi sposobami, stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań tekstowych.

Klasa 2. (136 godz.)

1. Funkcja kwadratowa cz. 2. – 18 godz.

1.1. Wykorzystanie własności funkcji kwadratowej

- stosuje funkcję kwadratową do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp.;

1.2. Nierówności kwadratowe

- rozwiązuje nierówności kwadratowe.

2. Geometria trójkąta – 32 godz.

2.1. Planimetria – wprowadzenie

- punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona, łamana, wielokąt, wielokąt foremny;

2.2. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

- zna dowód twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków;

2.3. Twierdzenie Talesa

- zna i stosuje twierdzenie Talesa;

2.4. Podobieństwo trójkątów, figury podobne

- zna i stosuje cechy podobieństwa trójkątów, stosuje zależności między obwodami i polami figur podobnych, zna dowód twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym;

2.5. Okrąg opisany na trójkącie i wpisany w trójkąt

- wyznacza środek okręgu wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie;

2.6. Wysokości, środkowe i dwusieczne w trójkącie

- zna dowód twierdzenia o dwusiecznej, wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie.

3. Wielokąty, koła i okręgi – 26 godz.

3.1. Koła i okręgi

- wyznacza długości odcinków związanych z okręgiem: promienia, średnicy, cięciwy, odcinków stycznych;

3.2. Kąty w kole

- zna dowód twierdzenia o kątach w okręgu (kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku, kąty wpisane są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na łukach równej długości), stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;

3.3. Pole wycinka koła i długość łuku okręgu

- wyznacza pole wycinka koła i długość łuku okręgu;

3.4. Kąty i przekątne w czworokątach

- zna i stosuje własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;

3.5. Dowody w geometrii

- przeprowadza proste dowody geometryczne.

4. Równania i nierówności wielomianowe i wymierne – 28 godz.

4.1. Działania na wielomianach

- dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych, rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;

4.2. Dzielenie wielomianu przez dwumian

- stosuje schemat Hornera, zna dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia;

4.3. Całkowite pierwiastki wielomianu

- wyznacza całkowite pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych;

4.4. Równania wielomianowe

- rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, rozwiązuje równania wielomianowe metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub grupowania wyrazów;

4.5. Działania na wyrażeniach wymiernych

- dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;

4.6. Równania wymierne

- rozwiązuje proste równania wymierne.

5. Geometria analityczna – 32 godz.

5.1. Prosta w układzie współrzędnych

- zna postać kierunkową i ogólną prostej, wyznacza równania prostych o zadanych własnościach w układzie współrzędnych;

5.2. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie

- rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;

5.3. Odległość między dwoma punktami, odległość punktu od prostej

- wyznacza odległość między dwoma punktami, oblicza odległość punktu od prostej;

5.4. Układy równań prowadzące do równań kwadratowych

- rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych;

5.5. Okrąg w układzie współrzędnych

- stosuje równanie okręgu;

5.6. Prosta i okrąg w układzie współrzędnych

- znajduje punkty wspólne prostej i krzywej drugiego stopnia;

5.7. Symetria w układzie współrzędnych

- wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych oraz w symetrii środkowej (o środku w środku układu współrzędnych).

Klasa 3. (102 godz.)

1. Trygonometria – 16 godz.

1.1. Funkcje trygonometryczne dla kątów od 0 do 180 stopni

- stosuje definicje funkcji trygonometrycznych, wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;

1.2. Tożsamości trygonometryczne

- dowodzi tożsamości trygonometrycznych w oparciu o wzór na sumę kwadratów sinusa i cosinusa tego samego kąta oraz na tangens kąta.

2. Geometria i trygonometria – 30 godz.

2.1. Przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych

- znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych;

2.2. Twierdzenie sinusów i cosinusów

- zna dowody twierdzenia sinusów, twierdzenia cosinusów, wzoru na pole trójkąta;

2.3. Trygonometria w geometrii

- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań z geometrii;

2.4. Dowody w geometrii

- przeprowadza proste dowody geometryczne w oparciu o trygonometrię.

3. Ciągi – 36 godz.

3.1. Wzór ogólny i rekurencyjny ciągu

- stosuje wzór ogólny i rekurencyjny ciągu;

3.2. Monotoniczność ciągu

- bada monotoniczność ciągu;

3.3. Ciąg arytmetyczny

- stosuje i dowodzi wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;

3.4. Ciąg geometryczny

- stosuje i dowodzi wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;

3.5. Ciągi arytmetyczne i geometryczne

- wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań.

4. Kombinatoryka – 20 godz.

4.1. Wprowadzenie do kombinatoryki

- zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;

4.2. Reguła mnożenia i dodawania

- zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2; obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

Klasa 4. (104 godz.)

1. Geometria przestrzenna – 34 godz.

1.1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni

- rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, zna kąt między prostą a płaszczyzną oraz kąt dwuścienny, dowodzi twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i twierdzenie o trzech prostopadłych;

1.2. Gnaniastosłupy

- rozpoznaje kąty między odcinkami i płaszczyznami w gnaniastosłupie, oblicza objętości i pola powierzchni gnaniastosłupów;

1.3. Ostrosłupy

- rozpoznaje kąty między odcinkami i płaszczyznami w ostrosłupie, oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów;

1.4. Walec

- rozpoznaje kąty między odcinkami i płaszczyznami w walcu, oblicza objętości i pola powierzchni walców;

1.5. Stożek

- rozpoznaje kąty między odcinkami i płaszczyznami w stożku, oblicza objętości i pola powierzchni stożków;

1.6. Kula

- oblicza objętości i pola powierzchni kul;

1.7. Przekroje brył

- wyznacza przekroje prostopadłościanów.

2. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka – 18 godz.

2.1. Elementy statystyki

- zna skalę centylową, oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę, oblicza odchylenie standardowe;

2.2. Prawdopodobieństwo klasyczne

- oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;

2.3. Wartość oczekiwana

- oblicza wartość oczekiwaną.

3. Zadania optymalizacyjne – 12 godz.

3.1. Zadania optymalizacyjne

- wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.

4. Powtórzenie przed maturą – 40 godz.

Po każdym dziale zaplanowane są godziny na powtórzenie wiadomości oraz na pracę klasową i jej omówienie.

Poza wymaganiami szczegółowymi wynikającymi z podstawy programowej program przewiduje realizację treści wykraczających poza podstawę. Nie chodzi tu jednak o zagadnienia z zakresu rozszerzonego. Nowe treści mają za zadanie m.in.:

- pokazywać uczniom zaskakujące oblicza matematyki,
- rozbudzić w nich potrzebę poszukiwania ciekawych zależności w matematyce,
- wskazywać na bliskość matematyki z najbliższym otoczeniem,
- przekonywać do matematyki jeszcze nieprzekonanych.

Proponowane zagadnienia świetnie nadają się do pracy zespołowej i projektowej. Przykłady zagadnień wykraczających poza podstawę:

- logika matematyczna,
- liczby Fibonacciego w przyrodzie i sztuce,
- paradoksy i sofizmaty,
- krzywe stożkowe,
- świat fraktali,
- łamigłówki oraz gry logiczne i matematyczne.

3. ORGANIZACJA WARUNKÓW I SPOSÓB REALIZACJI KSZTAŁCENIA

*Współpraca to nie sentyment
– to konieczność ekonomiczna.*
Charles Steinmetz (matematyk)

Warstwa organizacyjna

Nie na wszystkich lekcjach uczniowie muszą siedzieć w ławkach, nie wszystkie zagadnienia muszą być realizowane w klasie, nie wszystkie działania dają się zamknąć czasowo w godzinach lekcji. Prężnie rozwijająca się w ostatnich latach neurodydaktyka wyraźnie pokazuje, że sztywny system klasowo-lekcyjny nie jest najlepszą organizacją nauczania dla naszego mózgu i nie ułatwia uczniom uczenia się.

Zarówno warunki, jak i sposób realizacji celów kształcenia powinny uwzględniać potrzeby współczesnego, rozwijającego się świata, w szczególności potrzeby rynku pracy i rozwijającej się gospodarki światowej.

Jedną z nich jest potrzeba sprawnego posługiwania się technologiami informacyjnymi oraz umiejętnego ich wykorzystywania. Stąd część lekcji matematyki powinna odbywać się w pracowniach komputerowych. Uczniowie powinni mieć możliwość poszukiwania rozwiązań w sieci, uczyć się wyszukiwania i racjonalnego selekcjonowania informacji. Uczniowie powinni sprawnie korzystać z programów dedykowanych matematyce, np. do rysowania wykresów funkcji, do konstrukcji geometrycznych, do obliczeń i rachowania itp. Komputer jest narzędziem, a mózgiem uczeń. Należy umiejętnie z tego narzędzia korzystać, aby czynności techniczne, które może wykonać maszyna, nie przysłaniały uczniowi sedna sprawy.

Drugą, równie ważną potrzebą jest umiejętność twórczej i kreatywnej pracy zespołowej, w szczególności przy realizacji długoterminowych projektów. Nauczyciel powinien realizować część zagadnień właśnie poprzez pracę w grupach, poza klasą, poza szkołą, poprzez pracę zespołową w formie projektów edukacyjnych. Projekty powinny opierać się o harmonogram działań, cele do osiągnięcia, wytyczone zadania, podział ról itp. Zwieńczeniem projektu powinna być publiczna prezentacja osiągnięć, co jest równie ważne pod względem dydaktyczno-wychowawczym, jak i pod kątem zdobywania doświadczenia niezbędnego na rynku pracy. Może się to odbywać np. na forum klasy lub kilku klas.

Ponadto metody i formy pracy powinny uwzględniać indywidualne potrzeby uczniów, w szczególności uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Takie działania wpisują się w pozytywny trend realizacji edukacji włączającej, która jest jednym z priorytetów polityki oświatowej krajów OECD. Nauczyciel powinien

koncentrować swoją uwagę na klasie i kłaść nacisk na wspólne rozwiązywanie problemów. Istotnym elementem nauczania powinien być dla nauczyciela proces uczenia się. Musi on przebiegać aktywnie, powinien angażować wszystkie zmysły. W miarę możliwości powinien przebiegać w integracji w grupie. Sukces edukacji włączającej zależy w dużej mierze od elastyczności nauczyciela i jego gotowości do wprowadzenia zmian wychodzących naprzeciw indywidualnym potrzebom ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

Warstwa merytoryczna

Wiele zagadnień matematycznych jest wykorzystywanych w nauczaniu informatyki, fizyki, chemii czy geografii. Aby zapewnić właściwą korelację między matematyką a wskazanymi przedmiotami, zaproponowany w programie układ treści uwzględnia w tej kwestii sugestie autorów podstawy programowej. Tym samym takie zagadnienia jak: logarytmy, pojęcie funkcji, funkcja liniowa, funkcja kwadratowa, proporcjonalność odwrotna zostały wpisane do realizacji w klasie pierwszej.

Nauczyciele powinni stosować powszechnie przyjęte oznaczenia zbiorów liczbowych. Dotychczas stosowane w polskiej nomenklaturze szkolnej nie odpowiadają światowym standardom, a w niektórych przypadkach rodzą błędne skojarzenia.

Choć w odpowiedzi najważniejsza jest poprawność – dla przykładu zamiast przedziału liczbowego uczeń może słownie określić zakres liczb od ... do ... albo posłużyć się nierównościami – to warto zwracać uwagę na formalne zapisy matematyczne. Uczeń powinien posługiwać się przedziałami liczbowymi i działaniami na zbiorach liczbowych.

W przypadku uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi możemy dopuszczać słowne odpowiedniki zapisów np. przedziału czy sumy zbiorów. W przypadku tych uczniów matematyczny formalizm może przesłaniać meritum problemu.

Przy realizacji logarytmów warto wspomnieć o szerokim zastosowaniu tego pojęcia np. przy mierzeniu natężenia hałasu, skali trzęsienia ziemi, pH roztworu, określaniu dawkowania antybiotyków.

Omawiając funkcję kwadratową, należy wskazywać uczniom na wszystkie trzy jej postaci: ogólną, kanoniczną i iloczynową. Każda niesie za sobą szereg informacji, a ich użycie przy rozwiązywaniu zadań nie powinno być przypadkowe. Właściwy dobór postaci funkcji kwadratowej w wielu przypadkach jest znacznym sukcesem w procesie rozwiązania danego problemu.

Rozwiązując równania i nierówności, należy zwrócić uwagę na metodę analizy starożytnych. Wprawdzie metoda ta wymaga na koniec racjonalnego wnioskowania i wyboru właściwych rozwiązań spośród potencjalnego zbioru rozwiązań, ale czasami znacznie upraszcza rozumowanie w stosunku do tradycyjnego rozwiązania metodą równań (nierówności) równoważnych.

Wiele zagadnień algebraicznych można w czytelny sposób zobrazować geometrycznie, np. wzory skróconego mnożenia. Warto prezentować uczniom taką alternatywę. Ilustracja geometryczna pozwala lepiej zrozumieć zagadnienia algebraiczne.

Poznając zagadnienia związane z ciągami, uczeń musi mieć świadomość, że ciągi arytmetyczne i geometryczne są jedynie reprezentantami całej rodziny ciągów. Podobnie, że poza ciągami monotonicznymi występują również niemonotoniczne. Dobór przykładów i zadań powinien o tych elementach przypominać.

Zagadnienia geometryczne, szczególnie w klasycznej geometrii, są bardzo dobrym narzędziem do kształtowania świadomości matematycznej. Stąd nacisk na zadania konstrukcyjne. Uczniowie mogą wykonywać konstrukcje w sposób tradycyjny – z pomocą cyrkla i linijki, jednakże wskazane jest, aby wykorzystywać w tym celu również dostępne specjalistyczne programy komputerowe. Należy pamiętać, że ważnym elementem konstrukcji matematycznych jest uzasadnienie poprawności ich wykonania.

Narzędziem wskazującym zastosowanie matematyki w życiu codziennym, w szczególności w grach losowych, jest prawdopodobieństwo oraz wartość oczekiwana. Realizując to zagadnienie na poziomie podstawowym, należy unikać wprowadzania pojęcia zmiennej losowej, a raczej bazować na intuicyjnym rozumieniu tego pojęcia w oparciu o liczbę zdarzeń sprzyjających.

Podstawa programowa, tym samym i ów program, kładzie duży nacisk na dowodzenie. Dowody rozwijają ogólnie pożądane umiejętności, np.: logiczne myślenie, precyzyjne wyrażanie myśli, myślenie analityczne, rozwiązywanie złożonych problemów, argumentowanie i wnioskowanie. W czteroletnim cyklu realizacji zakresu podstawowego uczniowie powinni zapoznać się z poniższymi twierdzeniami i dowodami:

1. Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.
2. Niewymierność liczb $\sqrt{2}$, $\log_2 5$ itp.
3. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.
5. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.
6. Wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
7. Twierdzenie o kątach w okręgu:
 - a) Kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku.
 - b) Kąty wpisane są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na łukach równej długości.
8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym:

Jeśli odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym ACB, to $|AD| \times |BD| = |CD|^2$, $|AC|^2 = |AB| \times |AD|$ oraz $|BC|^2 = |AB| \times |BD|$.

9. Twierdzenie o dwusiecznej:

Jeśli prosta CD jest dwusieczną kąta ACB w trójkącie ABC i punkt D leży na boku AB, to $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|BC|}$.

10. Wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$.

11. Twierdzenie sinusów.

12. Twierdzenie cosinusów i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

Ważnym elementem programu jest również realizacja treści wykraczających poza podstawę programową. Głównym kryterium przy doborze tych zagadnień powinien być ich popularyzatorski charakter, zarówno w warstwie merytorycznej, jak i realizacji. Realizacja dodatkowych treści nie powinna mieć charakteru klasowo-lekcyjnego, powinna opierać się o gry dydaktyczne, projekty edukacyjne, zajęcia w terenie itp. W ten sposób łatwiej pokazać piękno matematyki, jej obecność w otaczającym nas świecie, łatwiej rozbudzić u uczniów zamyślenie do tego przedmiotu. Realizacja zagadnień spoza podstawy programowej powinna być rozłożona równomiernie w całym czteroletnim cyklu kształcenia. Dobrym momentem na tego typu zagadnienia jest np. czerwiec, czas po wystawieniu ocen lub okresy nadmiernego przemęczenia uczniów zgodnie z obserwacją dokonaną przez nauczyciela. Za względu na swój charakter zajęcia takie powinny być realizowane według potrzeb, a nie z konieczności, powinny być swego rodzaju sympatycznym przerywnikiem w procesie mniej lub bardziej formalnego procesu nauczania. Zajęcia przeznaczone na realizację treści wykraczających poza podstawę programową, ze względu na luźny sposób realizacji, są bardzo dobrym miejscem i dają duże możliwości zaangażowania uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, np. poprzez stosowny przydział zadań w projekcie edukacyjnym.

4. METODY, TECHNIKI I FORMY PRACY

*Usłyszałem i zapomniałem.
Zobaczyłem i zapamiętałem.
Zrobiłem i zrozumiałem.*
Konfucjusz

Nie ma uniwersalnej metody ani techniki do realizacji wszystkich zagadnień, których realizację przewiduje podstawa programowa. Podobnie każda forma pracy ma swoje defekty i nie sprawdza się przy realizacji wielu działań. Dlatego też nauczyciel powinien mieć w swoim warsztacie pracy możliwie szeroki wachlarz narzędzi dydaktycznych i metodycznych, aby móc optymalnie dobierać je w zależności do danej sytuacji.

Wybrane metody nauczania powinny sprzyjać realizacji treści oraz przyrostowi umiejętności i wiedzy uczniów. Najlepiej, jeśli dzieje się to równoległe z rozwijaniem twórczej aktywności uczniów i przynosi uczniom satysfakcję, uwzględniając ich potrzeby.

Przy realizacji programu *Matematyka – drzwi do poznania świata* wskazane jest stosowanie w możliwie wielu sytuacjach metod aktywizujących i metod „partycypacyjnych”, w szczególności:

- metoda odwróconej klasy,
- prowokacja,
- metoda zajęć praktycznych,
- metody gier dydaktycznych,
- minigry, kwizy,
- burza mózgów,
- pomiar i obliczenia,
- metoda projektu,
- metoda sytuacyjna (przypadków),
- dyskusja,
- praca z tekstem.

Wskazane metody prowokują i stawiają na aktywność ucznia. Właściwe stosowanie tych metod pozwala uczniom na aktywne odkrywanie nowych faktów, konstruowanie swojej wiedzy, budowanie nowych umiejętności. Jest to sedno konstrukttywizmu, w takich sytuacjach wiedza jest aktywnie tworzona przez ucznia, który dąży do zrozumienia otaczającego go świata. Stosowanie aktywnych metod w procesie nauczania przyczynia się do kreatywnego patrzenia na świat i twórczego rozwiązywania problemów.

Nie należy jednak zupełnie rezygnować z bardziej tradycyjnych, w tym werbalnych i podawczych technik:

- opowiadanie,

- wykład,
- pogadanka,
- obserwowanie,
- praca z komputerem.

Na szczególną uwagę zasługuje tu wykorzystanie technologii informatycznej. Wyposażenie szkół pozwala na planowanie lekcji w oparciu o ICT. Warto pokazywać uczniom, że komputer to nie tylko rozrywka, ale również narzędzie do pracy. Dzięki technologii ICT możemy sprawnie przeprowadzić wiele lekcji w myśl teorii konstruktywistycznej, które w klasycznym wydaniu zajęłyby wiele czasu. Przykładem mogą tu być przekształcenia wykresów funkcji. Dzięki specjalistycznym programom do rysowania wykresów funkcji uczniowie w krótkim czasie mogą przeanalizować wiele przypadków i sami wyciągnąć wnioski. Podobnie rzecz się ma w przypadku konstrukcji geometrycznych, np.: odkrywanie zależności między kątami w kole, odkrywanie własności okręgu opisanego na okręgu i wpisanego w okrąg.

Należy również różnicować techniki i formy pracy:

- w grupach jednorodnych,
- w grupach o zróżnicowanym poziomie,
- w parach,
- różne zadania dla różnych grup w jednym czasie,
- praca indywidualna.

Dobór metod i form powinien realizować myśl edukacji włączającej. Działania nauczyciela powinny być nastawione na indywidualizację pracy z uczniem, z uwzględnieniem specjalnych potrzeb edukacyjnych zarówno od strony niepełnosprawności i trudności w uczeniu się, jak i od strony pracy z uczniem zdolnym. Nauczyciel nie powinien bać się eksperymentowania i stosowania form i metod pracy wykraczających poza utarty sposób myślenia, np. lekcja w terenie, rysowanie wykresów na dziedzińcu szkoły, metoda odwróconej klasy.

Decydując się na konkretne metody i techniki pracy przy opracowywaniu konkretnych zajęć, musimy mieć świadomość, że powinny one sprzyjać kształtowaniu kompetencji kluczowych, np.:

- poprzez pracę w grupie czy burzę mózgów kształtujemy kompetencje obywatelskie,
- dzięki metodzie odwróconej klasy kształcimy kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się,
- praca z komputerem wpływa na kompetencje cyfrowe,
- praca z tekstem w języku obcym wpływa na kompetencje w zakresie wielojęzyczności.

Kształtowanie kompetencji kluczowych jest niezwykle cenne we współczesnym świecie w perspektywie uczenia się przez całe życie oraz na rynku pracy.

5. OCENIANIE OSIĄGNIĘĆ UCZNIÓW

Nie oceniaj dnia po tym, jakie zebrałeś żniwo.

Sądź po ziarnach, które siejesz.

Chris Bradford

Poprawną realizację programu powinny uzupełniać: monitoring i ocena postępów pracy uczniów. Ocena uczniów powinna obejmować zarówno wiedzę i umiejętności, jak i systematyczność, zaangażowanie i aktywność. Aby na starcie mieć punkt odniesienia, konieczne jest przeprowadzenie diagnozy wstępnej na początku pierwszej klasy.

Ponadto na bieżąco nauczyciel powinien:

- prowadzić obserwację uczniów,
- dokonywać oceniania osiągnięć,
- analizować wyniki.

Aby możliwie zobiektywizować ocenę ucznia, należy oceniać różne jego aktywności:

- aktywność na lekcji, odpowiedź ustna,
- praca domowa,
- prace długoterminowe,
- prace projektowe,
- zadania dodatkowe,
- prace pisemne.

Pisemna forma egzaminu maturalnego wymusza na nauczycielu pisemne formy sprawdzania wiedzy w trakcie nauki, aby przygotowywać uczniów do tego egzaminu. Niemniej jednak w celu bieżącego sprawdzania wiedzy nauczyciel powinien sięgać po nowoczesne środki i możliwości techniczne, np. kwizy, testy interaktywne, portale edukacyjne itp.

Zalecane jest stosowanie oceniania kształtującego, które koncentruje się nie tylko na wyniku końcowym, ale również na sposobie uczenia się, oraz wskazuje uczniowi informację zwrotną istotną dla jego dalszego rozwoju. Ponadto skupia się na postępach i osiągnięciach, podnosząc motywację ucznia, ale też wskazuje słabe strony i kierunki działania w celu ich wyeliminowania. Wymaga to od nauczyciela większego zaangażowania i konsekwencji w działaniu, ale efekty takiego działania będą procentowały w procesie edukacji.

Aby ocena szkolna była pełna, nauczyciel nie może ograniczać się jedynie do informacji zwrotnej w postaci oceny czy liczby punktów. Samo testowanie nie poprawi efektów kształcenia. Aby miało sens, ocena punktowa musi być uzupełniona o dalsze informacje: czego uczeń nie potrafi, jakie są nasze oczekiwania, wskazanie mocnych

stron, wskazanie miejsca w populacji, przewidywania na przyszłość itp. Nauczyciel musi mieć świadomość tych możliwości oceny, właściwie dobierać te elementy i komunikować je uczniom i rodzicom. Nie zawsze musi wskazywać wszystkie elementy. Ocena powinna mieć charakter informacyjny, ale również być czynnikiem motywującym do dalszego działania, powinna wspierać ucznia i stwarzać mu perspektywę. Dlatego też powinna zawierać komentarz dla ucznia i rodzica – słowny lub pisemny. Taka ocena daje uczniowi i rodzicowi pełny obraz sytuacji i mobilizuje do działania.

Pełna ocena ze wskazaniem zagadnień wymagających poprawy, ale również wskazanie mocnych stron, wsparcie ucznia, to elementy niezwykle istotne przy ocenie uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Nad oceną opisową u uczniów ze SPE nauczyciel powinien się szczególnie pochylić. Warto, aby w przypadku tych uczniów ocena zawierała również harmonogram działań naprawczych ze wskazaniem zagadnień na każdy termin. W przypadku uczniów ze SPE szczególną rolę odgrywa komunikacja z domem, z rodzicami, stąd ocena opisowa uzupełniona o plan działań powinna dotrzeć także do rodziców.

Ocena nie może przesądzać o być albo nie być ucznia, nie powinna prowokować go do niepożądanych działań. Stąd uczniowie powinni mieć możliwość poprawiania negatywnych ocen. Oczywiście wymaga to od nauczyciela wskazania elementów, które uczeń musi powtórzyć, to właśnie jest element pełnej oceny.

6. NOWATORSKI CHARAKTER PROGRAMU (INTERDYSCYPLINARNOŚĆ, KOMPETENCJE KLUCZOWE)

*Umiejętność komunikowania się
stała się w dzisiejszym świecie towarem,
za który gotów jestem płacić więcej
niż za jakikolwiek inny.*
John D. Rockefeller

Kompetencje w szkole kształtujemy nie przez to, czego uczymy, ale jak uczymy. Aby uczeń przeszedł z nieświadomej niekompetencji (nie wiem, że nie wiem) do nieświadomej kompetencji (nie wiem, że wiem), musi przejść przez dwa istotne, często frustrujące dla niego etapy: świadomą niekompetencję (wiem, że nie wiem) oraz świadomą kompetencję (wiem, że wiem). Obydwa te stany wymagają czujnego oka nauczyciela i wsparcia w odpowiednim momencie. Świadoma niekompetencja przy odpowiednim wsparciu może mieć charakter motywujący do działania, ćwiczenia, podjęcia nauki, wysiłku, o ile uczeń uzna, że dana umiejętność jest dla niego ważna. Trudniejszy pod względem psychologicznym jest dla ucznia etap świadomej kompetencji. Tu w wielu przypadkach uczeń wie jak, ale nie potrafi tego zastosować, wiele elementów wymaga od niego znacznej koncentracji i wysiłku. Na tym etapie szczególnie ważne jest wsparcie nauczyciela. To właśnie na tym etapie wielu uczniów po serii prób i błędów zarzuca dotychczasowe dokonania i zmienia zainteresowania. To krytyczna faza procesu uczenia się. Dla sprawnego nauczania nauczyciel musi mieć świadomość tych etapów i sprawnie diagnozować w tej materii swoich uczniów.

Konstrukcja programu i układ treści uwzględniają korelację z przedmiotami przyrodniczymi i informatyką. Takie oczekiwania w stosunku do autorów programów nauczania wskazali również autorzy podstawy programowej z matematyki w komentarzach. Stąd w klasie pierwszej zaplanowane są:

- logarytmy na potrzeby chemii, np. do wyznaczania stężenia jonów wodorowych i wodorotlenkowych w roztworze wodnym, pH roztworów;
- funkcje kwadratowe na potrzeby fizyki, np. do opisywania zależności wysokości ciała od czasu w rzucie pionowym do góry, do opisu toru ciała w rzucie poziomym;
- równania i nierówności na potrzeby geografii, fizyki i chemii.

Przy okazji ciągów na potrzeby informatyki realizowane są zagadnienia związane z ciągami rekurencyjnymi.

Wiedza matematyczna nie powinna być wprowadzana w izolacji od jej zastosowań, stąd m.in. propozycje tematów poszerzających, np.:

- krzywe stożkowe – zastosowanie do produkcji anten satelitarnych, reflektorów samochodowych, anten nasłuchowych itp.;
- świat fraktali – zastosowanie w grafice komputerowej, występowanie w przyrodzie;
- liczby Fibonacciego w przyrodzie i sztuce – występowanie w przyrodzie, zastosowanie w muzyce, sztuce;
- łamigłówki oraz gry logiczne i matematyczne – strategie wygrywające.

Zalecane w programie prace projektowe, prace w grupie, prezentacje i wypowiedzi uczniów rozwijają szeroko rozumiane kompetencje społeczne. Zalecane używanie technologii komputerowej przyczynia się do rozwoju kompetencji informatycznych.

Proponowane metody i formy pracy oraz sposoby oceny opisowej realizują zalecenia MEN w zakresie edukacji włączającej.

7. EWALUACJA PROGRAMU

Nauczyciel przed rozpoczęciem pracy z programem powinien dokonać jego ewaluacji pod kątem swoich uczniów i posiadanego zaplecza dydaktycznego. Po analizie programu w razie konieczności powinien dokonać jego modyfikacji.

Właściwie dokonana ewaluacja jest kluczowym elementem poprawy efektów kształcenia. Ewaluacja ma za zadanie wskazać słabe i mocne strony programu. Na podstawie wyników ewaluacji nauczyciel powinien podjąć decyzję, czy kontynuować pracę na danym programie, czy i w jakim zakresie zmodyfikować dany program lub czy z niego zrezygnować w kolejnych latach. Nauczyciel na bieżąco powinien analizować różne aspekty pracy z uczniami:

- realizację planu pracy,
- postępy w nauce,
- współpracę w grupie,
- celowość stosowanych metod i form pracy,
- trudności w zdobywaniu nowych umiejętności.

Powyższe elementy nauczyciel powinien ocenić przynajmniej raz w roku, najlepiej raz w semestrze. Źródłem wiedzy nauczyciela mogą być:

- analiza własnej dokumentacji,
- analizy wyników dydaktycznych uczniów,
- wyniki egzaminów zewnętrznych,
- ankiety,
- rozmowy z uczniami,
- arkusze obserwacji,
- konsultacje koleżeńskie.

Bieżąca analiza sytuacji pozwoli nauczycielowi na ewentualną korektę swoich działań w krótkim czasie. W zależności od wyników badanych obszarów może to być zmiana przydziału godzin, korekta układu treści, dobór innych metod czy form nauczania lub też użycie innych środków dydaktycznych. Taka szybka reakcja poprawi efektywność nauczania.

Adam Makowski – magister, dyplomowany nauczyciel matematyki na poziomie gimnazjum i liceum, egzaminator egzaminów zewnętrznych, arbiter Kolegium Arbitrażu Egzaminacyjnego. Współautor cyklu podręczników matematyki wraz z obudową do gimnazjum: *Liczy się matematyka* (WSiP); do klas 7–8 szkoły podstawowej: *Matematyka* (WSiP) oraz wielu publikacji przygotowujących do egzaminów zewnętrznych. Ekspert ds. przedmiotów matematyczno-informatycznych w projekcie „E-podręczniki do kształcenia ogólnego” (ORE).